

# ***10. ДИФФЕРЕНЦИАЛ ФУНКЦИИ***

# **10.1. ПОНЯТИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛА ФУНКЦИИ**

Пусть функция  $y=f(x)$  определена на промежутке  $X$  и дифференцируема в некоторой окрестности точки  $x \in X$

Тогда существует конечная производная

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = f'(x)$$

На основании теоремы о связи бесконечно малых величин с пределами функций имеем:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = f'(x) + \alpha(\Delta x)$$

Где  $\alpha(\Delta x)$  - бесконечно малая величина при  $\Delta x \rightarrow 0$

Следовательно,

$$\Delta y = \underline{f'(x) \cdot \Delta x} + \underline{\alpha(\Delta x) \cdot \Delta x}$$

Таким образом, приращение функции  $\Delta y$   
состоит из двух слагаемых:

1. линейного относительно  $\Delta x$
2. нелинейного, являющегося бесконечно малой величиной более высокого порядка, чем

$$\Delta x$$

*Дифференциалом функции называется  
главная, линейная относительно  $\Delta x$ , часть  
приращения функции, равная произведению  
производной на приращение независимой  
переменной:*

$$dy = f'(x) \cdot \Delta x$$

# *Пример.*

*Найти приращение и дифференциал  
функции*

$$y = 2x^2 - 3x$$

*при  $x=10$  и  $\Delta x=0.1$*

# Решение:

$$\begin{aligned}\Delta y &= f(x + \Delta x) - f(x) = \\ &= 2(x + \Delta x)^2 - 3(x + \Delta x) - 2x^2 - 3x = \\ &= (4x + 2\Delta x - 3) \cdot \Delta x\end{aligned}$$

$$dy = f'(x) \cdot \Delta x = 4x \cdot \Delta x - 3\Delta x$$

при  $x=10$  и  $\Delta x=0.1$

$$\Delta y = 3.72$$

$$dy = 3.7$$

# *Пример.*

*Найти дифференциал функции*

$$y = x$$

# Решение:

$$dy = dx = f'(x) \cdot \Delta x = x' \cdot \Delta x = \Delta x$$

*Следовательно, дифференциал  
независимой переменной равен  
приращению этой переменной:*

$$\Delta x = dx$$