# *Цели урока*

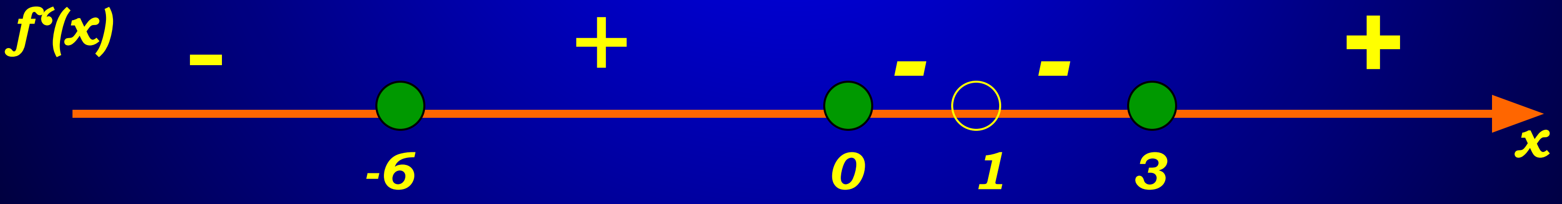
- Познакомиться с определениями точек экстремума функции
- Познакомиться с достаточными условиями экстремума функции
- Рассмотреть алгоритм нахождения точек экстремума

# *Устные упражнения*

- Функция возрастает на промежутке и имеет на нем производную. Назовите знак производной.
- Функция убывает на промежутке и имеет на нем производную. Назовите знак производной.
- Производная функции положительна на некотором промежутке. Определите характер монотонности функции на этом промежутке.
- Производная функции отрицательна на некотором промежутке. Определите характер монотонности функции на этом промежутке.
- Расскажите алгоритм исследования функции на монотонность.

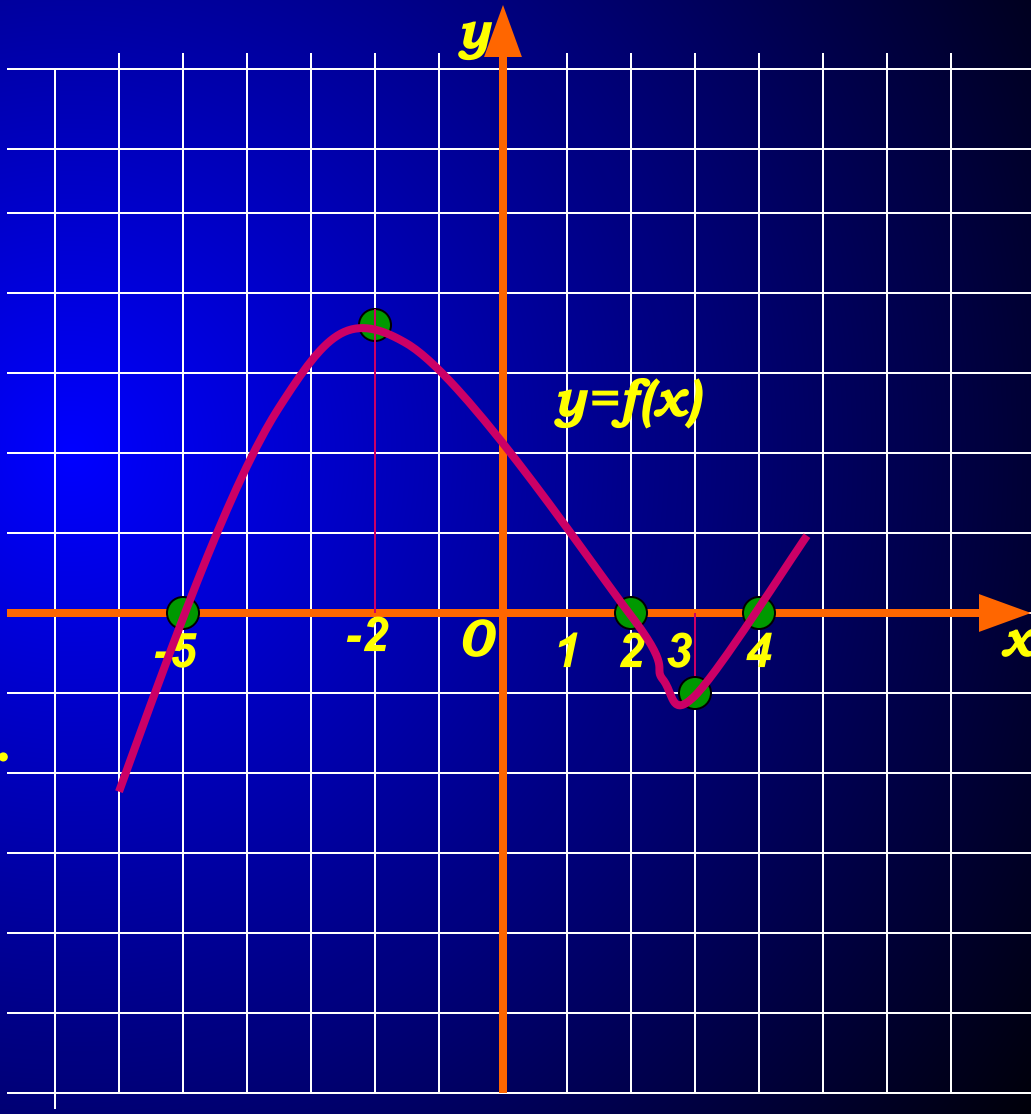
# *Устные упражнения*

- Знак производной *f'(x)* меняется по схеме, изображенной на рисунке. Определите, на каких промежутках функция возрастает и на каких убывает.



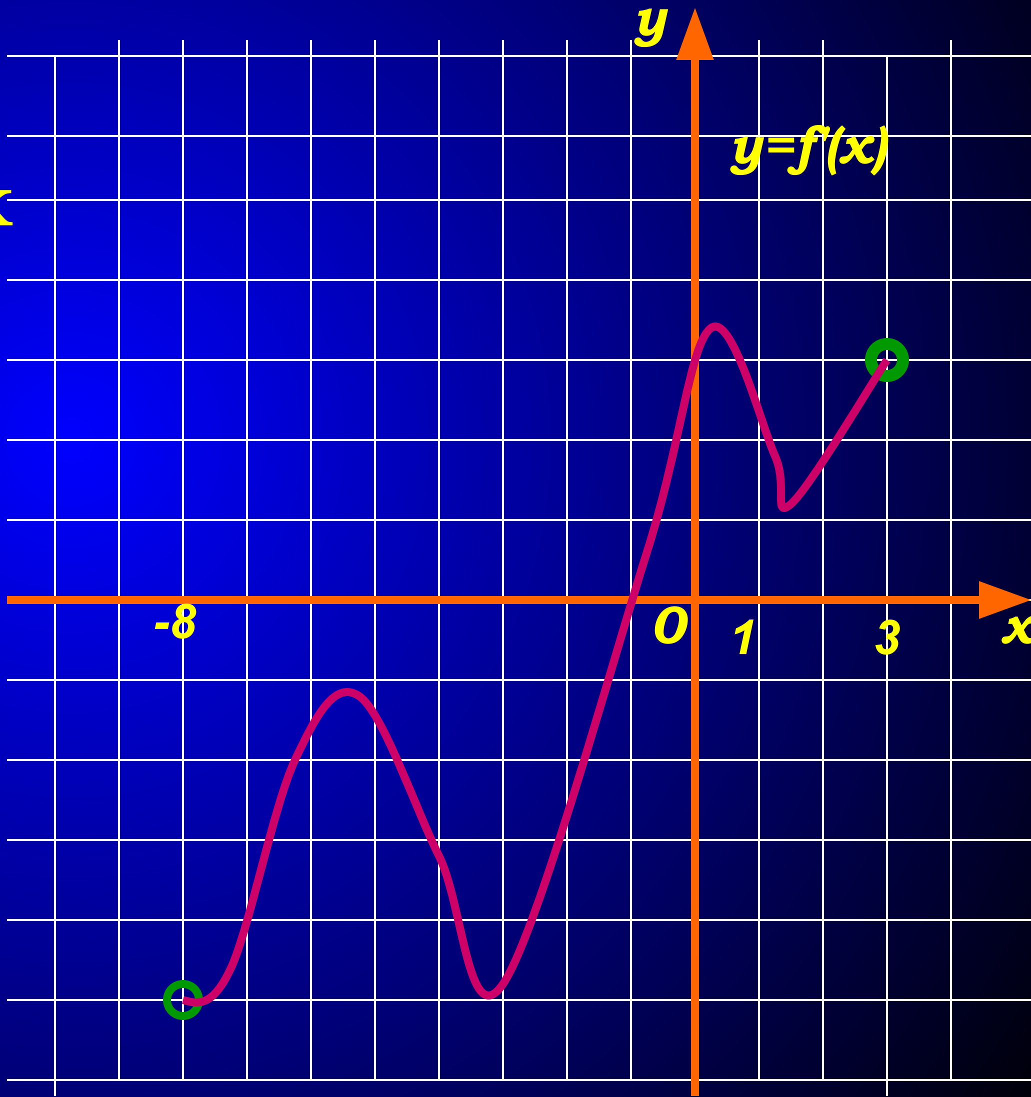
# Устные упражнения

- По характеру изменения графика функции укажите, на каких промежутках производная положительна, на каких отрицательна.



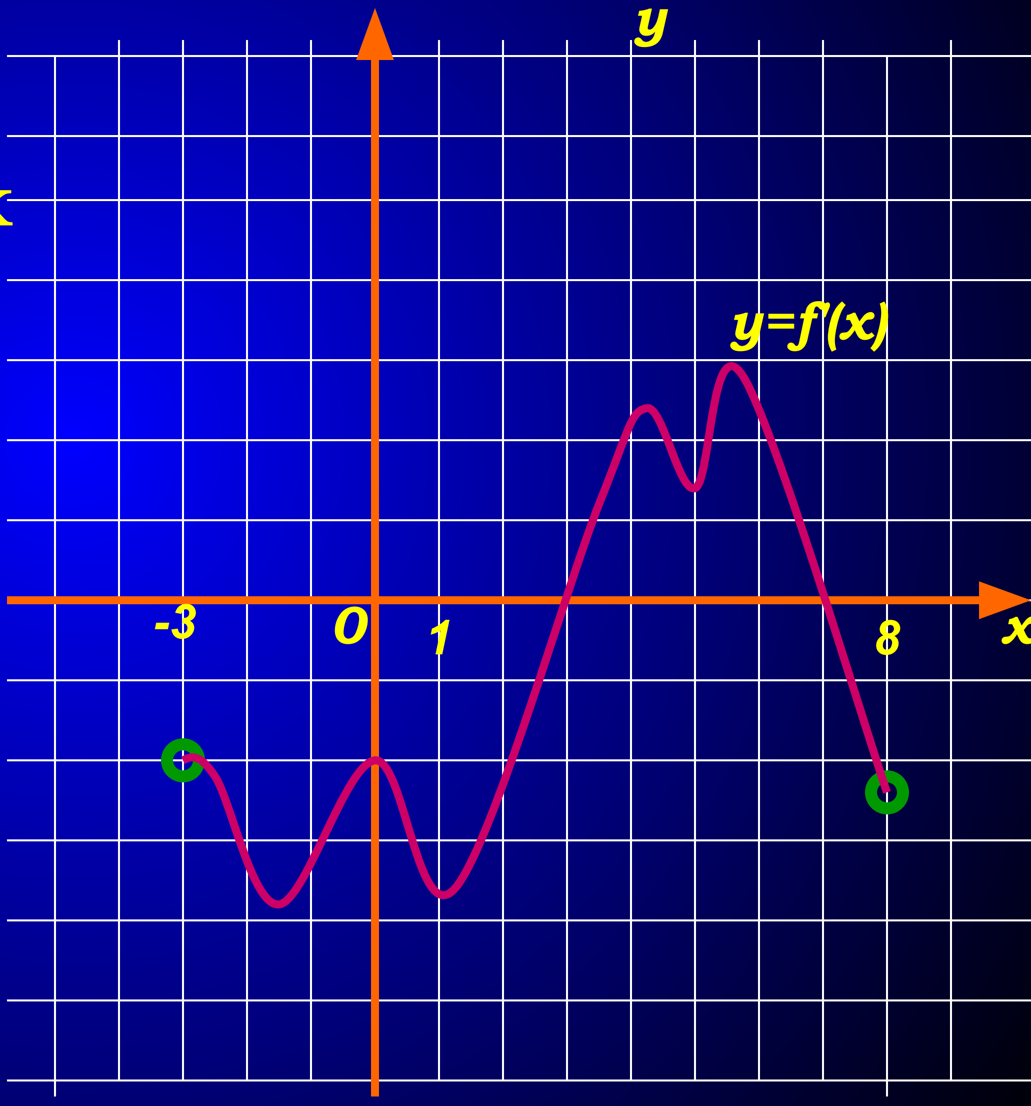
# Устные упражнения

- На рисунке изображен график производной функции *f(x)*, определенной на интервале (-8; 3). Найдите промежутки возрастания функции *f(x)*.



# Устные упражнения

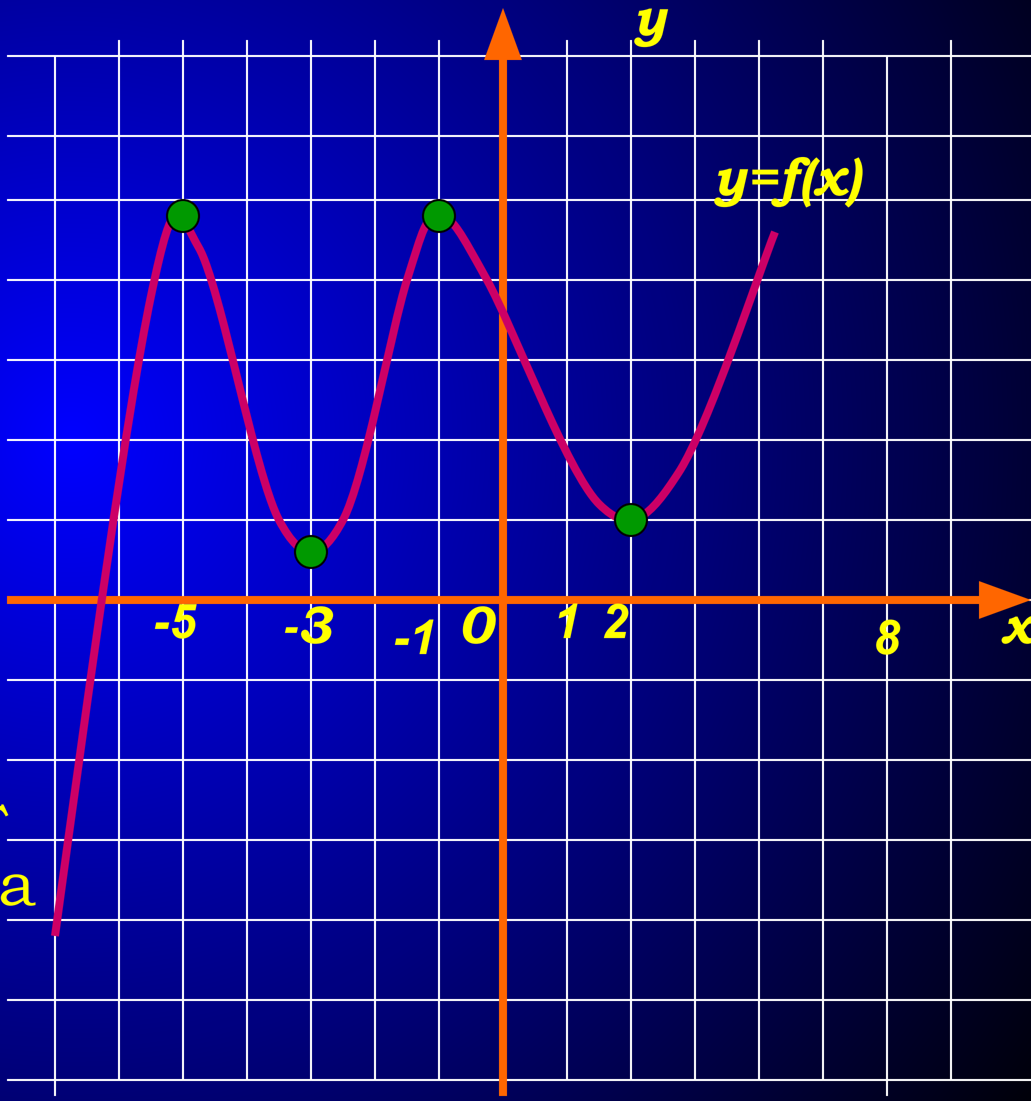
- На рисунке изображен график производной функции *f(x)*, определенной на интервале (-3; 8). Найдите промежутки убывания функции *f(x)*.



# Точки экстремума функции и их нахождение

- На рисунке изображен график функции *f(x)*, определенной на R.

1) Найдите промежутки возрастания и убывания функции *f(x)*.
2) Назовите точки, в которых происходит изменение характера монотонности функции.

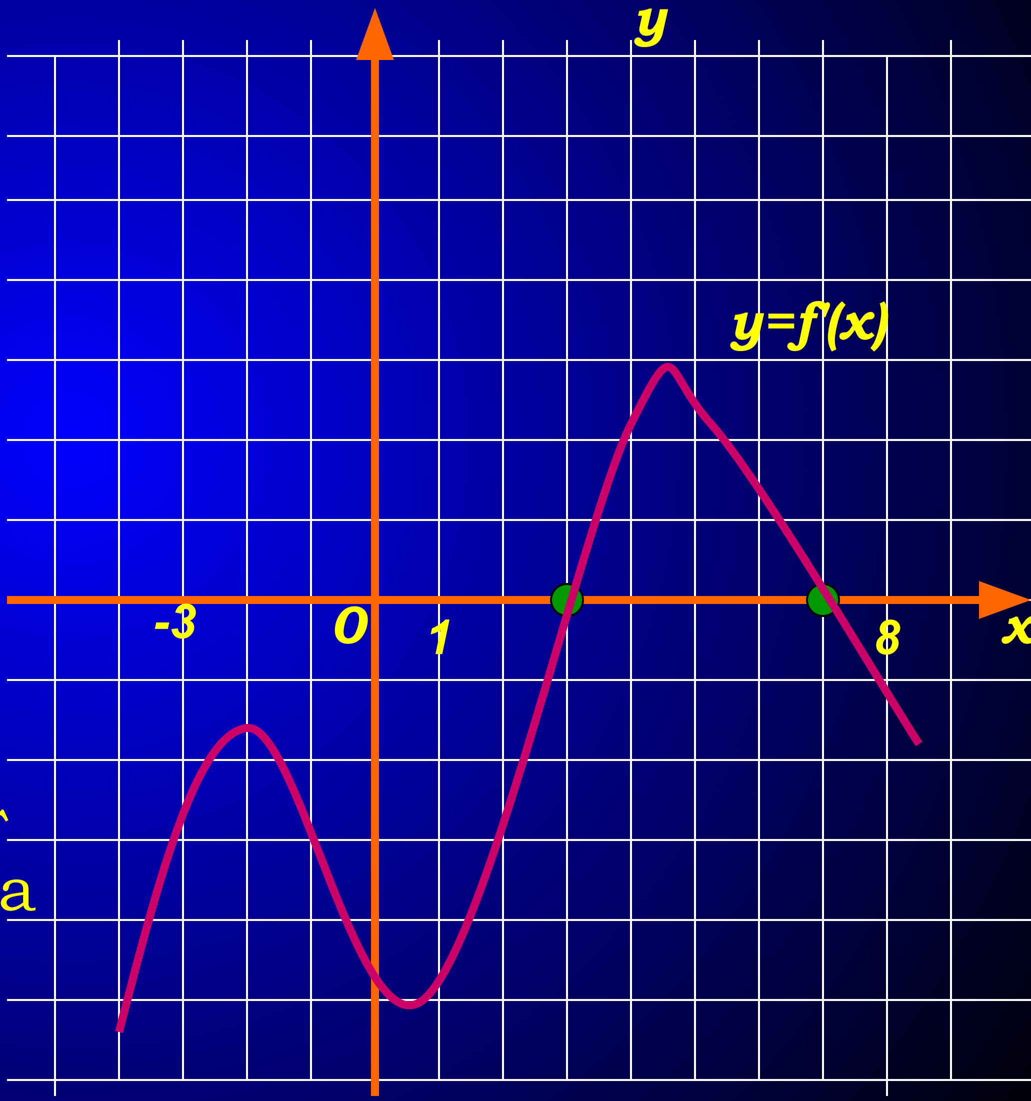


# Точки экстремума функции и их нахождение

- На рисунке изображен график производной функции *f(x)*, определенной R.

1) Найдите промежутки возрастания и убывания функции *f(x).*

2) Назовите точки, в которых происходит изменение характера монотонности функции.



# Точки экстремума функции и их нахождение

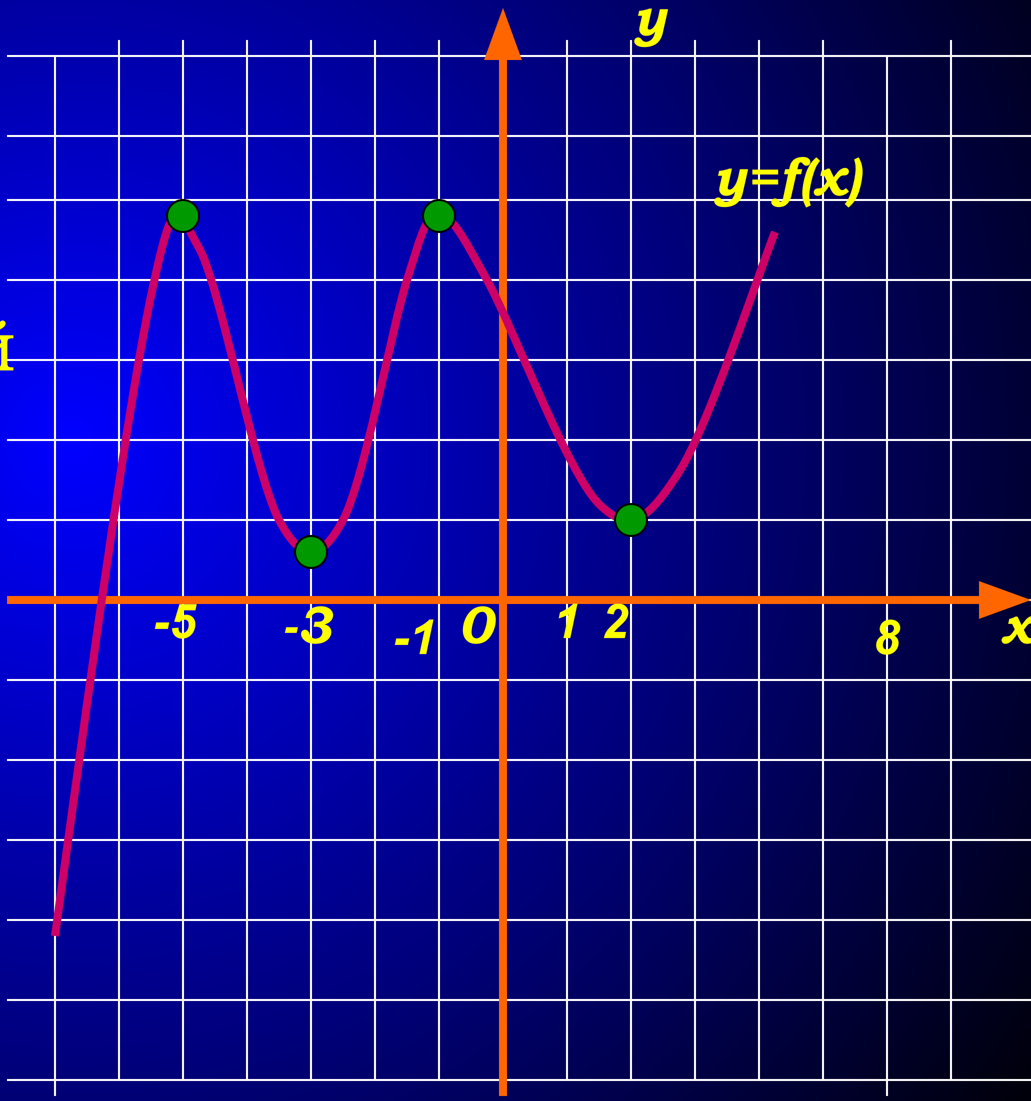
- Точку $x = x_0$ называют <u>точкой минимума</u> функции $y = f(x)$, если у этой точки существует окрестность, для всех точек которой выполняется неравенство $f(x) \geq f(x_0)$.

- Точку $x = x_0$ называют <u>точкой максимума</u> функции $y = f(x)$, если у этой точки существует окрестность, для всех точек которой выполняется неравенство $f(x) \leq f(x_0)$.

# Точки экстремума функции и их нахождение

- На рисунке изображен график функции *f(x)*, определенной на R.

  Назовите точки экстремума данной функции.

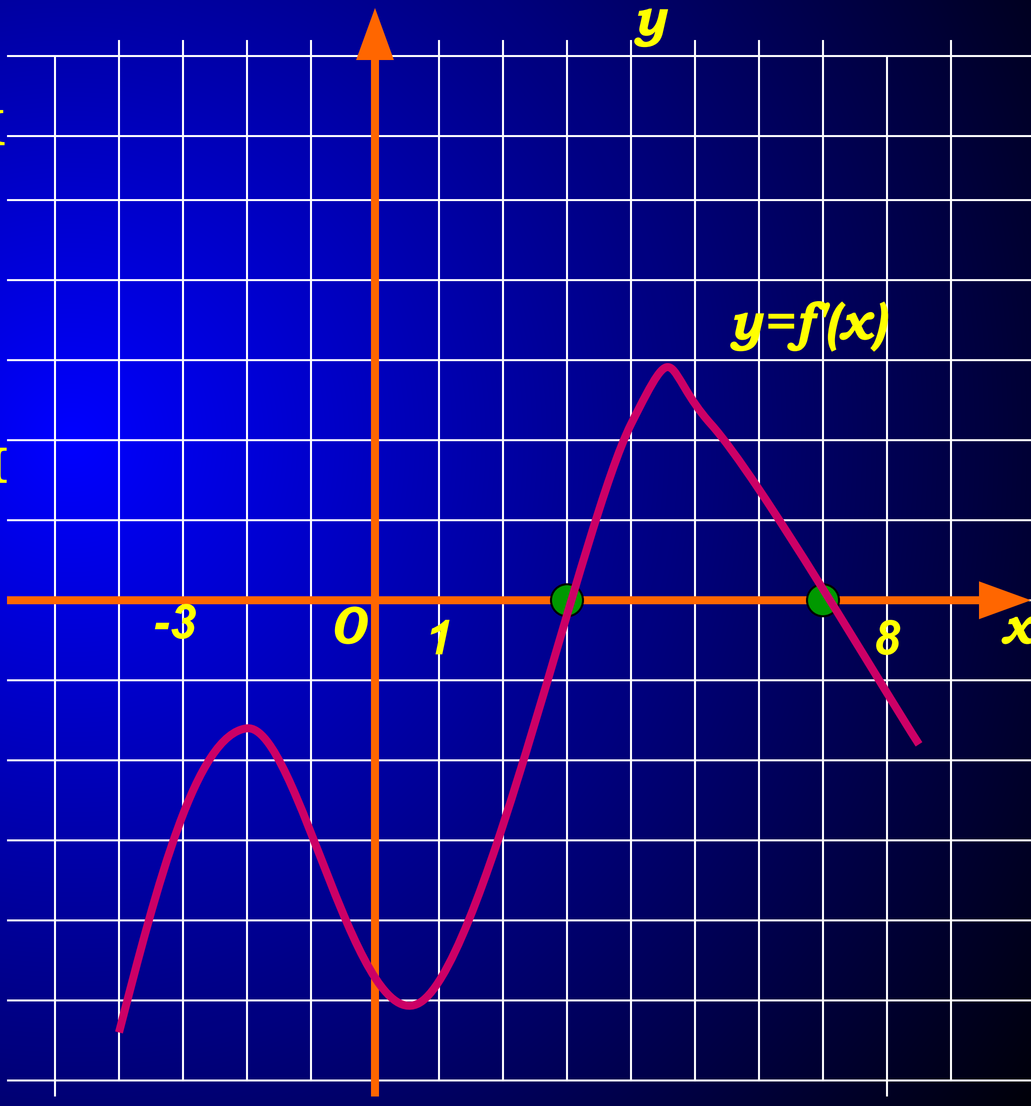


# Точки экстремума функции и их нахождение

- На рисунке изображен график производной функции *f(x)*, определенной R.

  1) Назовите точки экстремума функции *y = f(x)*.

  2) Чему равно значение производной функции в точках экстремума?



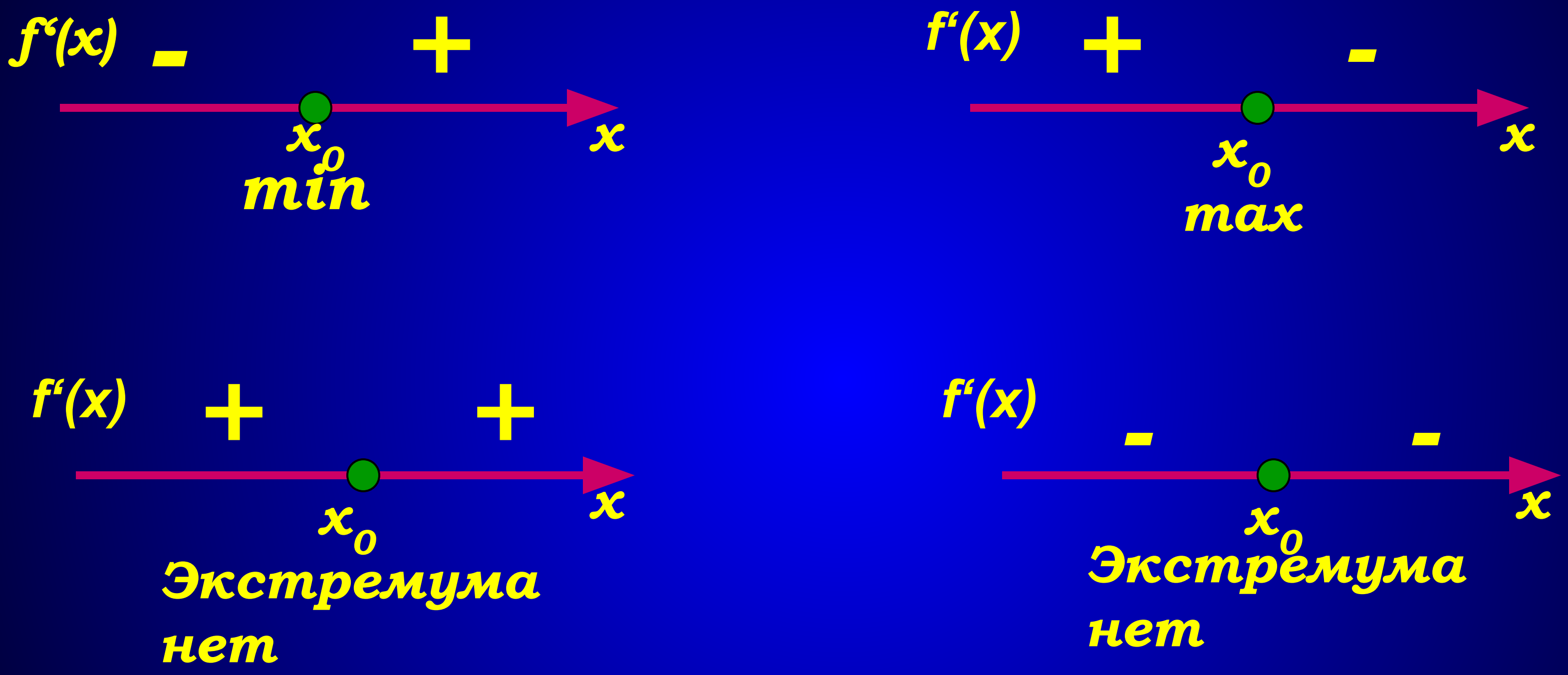
# Точки экстремума функции и их нахождение

Если функция $y = f(x)$ имеет экстремум в точке $x = x_0$, то в этой точке производная либо равна нулю, либо не существует.

Точки, в которых $f'(x) = 0$, - стационарные точки.

Точки, в которых $f'(x)$ имеет производную, равную нулю, или не существует, - критические точки.

# Схема для нахождения точек экстремума функции



# Алгоритм исследования функции на монотонность и экстремумы

1) Найти область определения функции $D(f)$
2) Найти $f'(x)$.
3) Найти стационарные ($f'(x) = 0$) и критические ($f'(x)$ *не существует*) точки функции $y = f(x)$.
4) Отметить стационарные и критические точки на числовой прямой и определить знаки производной на получившихся промежутках.
5) Сделать выводы о монотонности функции и точках ее экстремума.

# Примеры

- Исследовать функцию $y = \dfrac{x^4 + 16}{x^2}$ на монотонность и экстремумы.

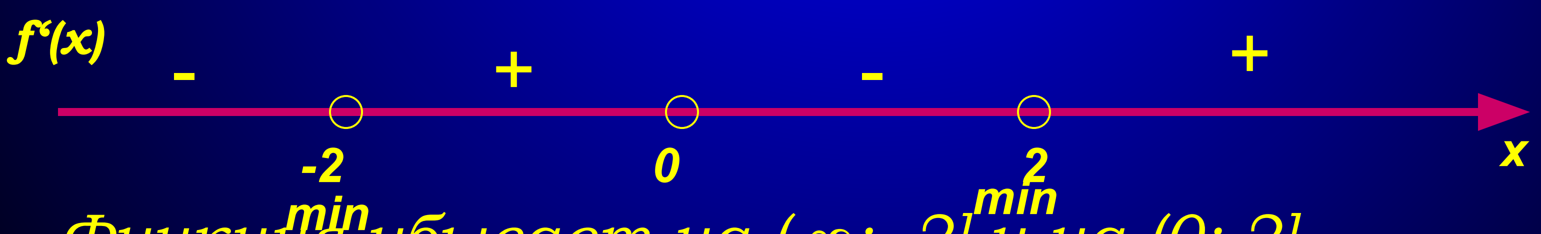
*Решение.*

*1) D(y) = (-∞; 0) U (0; +∞)*

$$2)\, y' = \frac{4x^3 \cdot x^2 - (x^4 + 16) \cdot 2x}{x^4} = \frac{2x^5 - 32x}{x^4} = \frac{2(x-2)(x+2)(x^2+4)}{x^3}$$

*3) y' = 0 при x = 2, x = -2.*

*y' не существует при x = 0.*




*Функция убывает на (-∞; -2] и на (0; 2].*

*Функция возрастает на [-2; 0) и на [2; +∞).*

# Примеры

*Решение.*

- Исследуйте функцию $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$ на монотонность и экстремумы.

1) $D(y) = (-\infty; +\infty)$
2) $y' = 3x^2 - 12x + 9$
3) $y' = 0$ при $x = 1; 3$

+ 1 - 3 +

*Функция возрастает на* $(-\infty; 1] \cup [3; +\infty)$

*Функция убывает на* $[1; 3]$

$x = 1$ *точка максимума*

$x = 3$ *точка минимума.*

# Выполните задание

**1.Найдите точку максимума функции**

$$y = (9 - x)e^{x+9}$$

$$y = \ln(x+5) - 2x + 9$$

$$y = x^3 - 48x + 17$$

$$y = 7 + 6x - 2x\sqrt{x}$$

$$y = -\frac{x^2 + 289}{x}$$

$$y = (2x - 3)\cos x - 2\sin x + 5$$ на $(0; \frac{\pi}{2})$

$$y = \sqrt{4 - 4x - x^2}$$

**2.Наидите точку минимума функции**

$$y = (3x^2 - 36x + 36)e^{x-36}$$

$$y = 2x - \ln(x+3) + 7$$

$$y = x^3 - 2x^2 + x + 3$$

$$y = x\sqrt{x} - 3x + 1$$

$$y = -\frac{x^2 + 1}{x}$$

$$y = (0,5 - x)\cos x + \sin x$$ на $(0; \frac{\pi}{2})$

$$y = \sqrt{x^2 - 6x + 11}$$

# Спасибо за уро