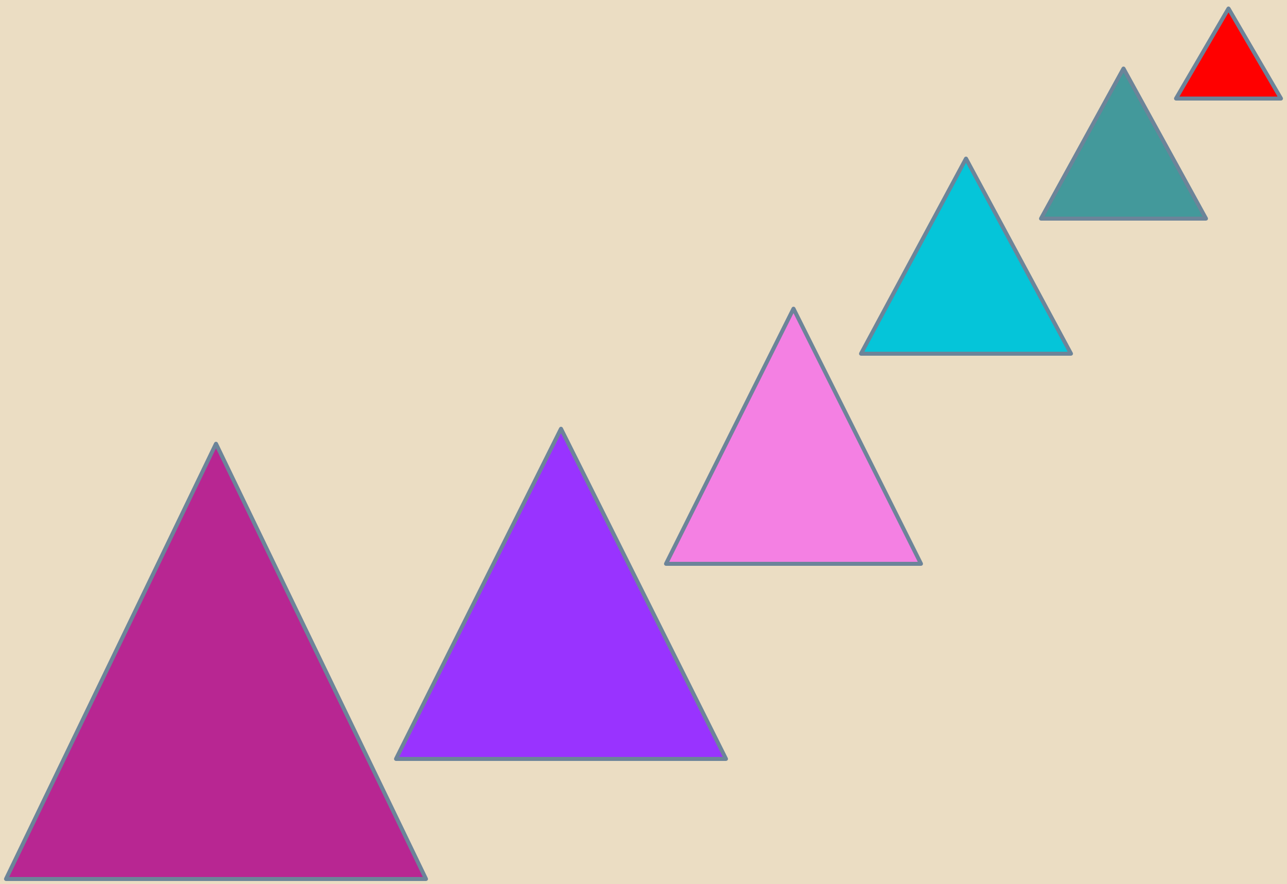
15.01. Подобные треугольники



Отношение отрезков

Отношением отрезков АВ и СД называется отношение их длин, т.е. $\frac{\grave{A}\hat{A}}{\tilde{N}\ddot{A}}$

Пропорциональные отрезки

Определение: Отрезки называются пропорциональными, если пропорциональны их длины

А **18см** **В** **С** **6см** **Д**

Е **12см** **М** **К** **4см** **Н**

$$\frac{18}{6} = \frac{12}{4}$$

$$\frac{\grave{A}\hat{A}}{\tilde{N}\ddot{A}} = \frac{\mathring{A}\grave{I}}{\hat{E}\acute{I}}$$

Отрезки АВ и ЕМ пропорциональны СД и КН

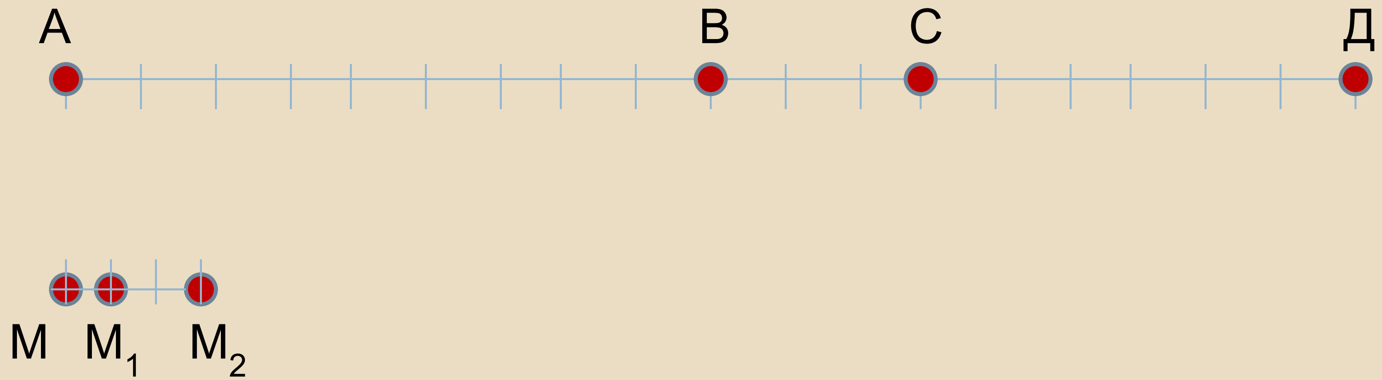
Пропорциональны ли отрезки АВ и СД отрезкам ЕК и НТ, если

а) АВ = 15, СД = 2,5, ЕК = 3, НТ= 0,5;

б) АВ = 12, СД = 3,5, ЕК = 36, НТ= 5;

в) АВ = 24, СД = 2,5, ЕК = 12, НТ= 5?

Пропорциональны ли, изображенные на рисунке, отрезки:

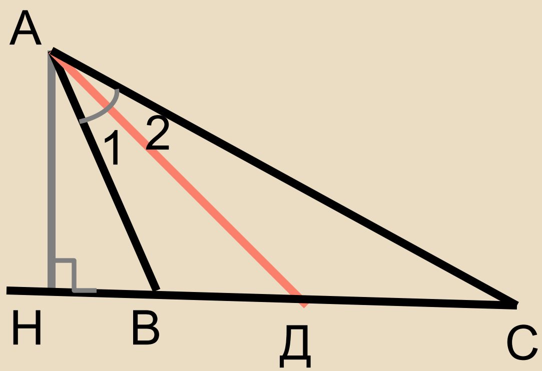


а) AC, $CД$ и M_1M_2, MM_1

б) AB, BC, $CД$ и MM_2, MM_1, M_1M_2

Пропорциональные отрезки (свойство)

Биссектриса треугольника делит противоположную сторону на отрезки, пропорциональные прилежащим сторонам треугольника



Дано: ∆АВС, АД – биссектриса

Доказать: $\frac{ÂÄ}{ÀÂ} = \frac{ÄÑ}{ÀÑ}$

Доказательство.

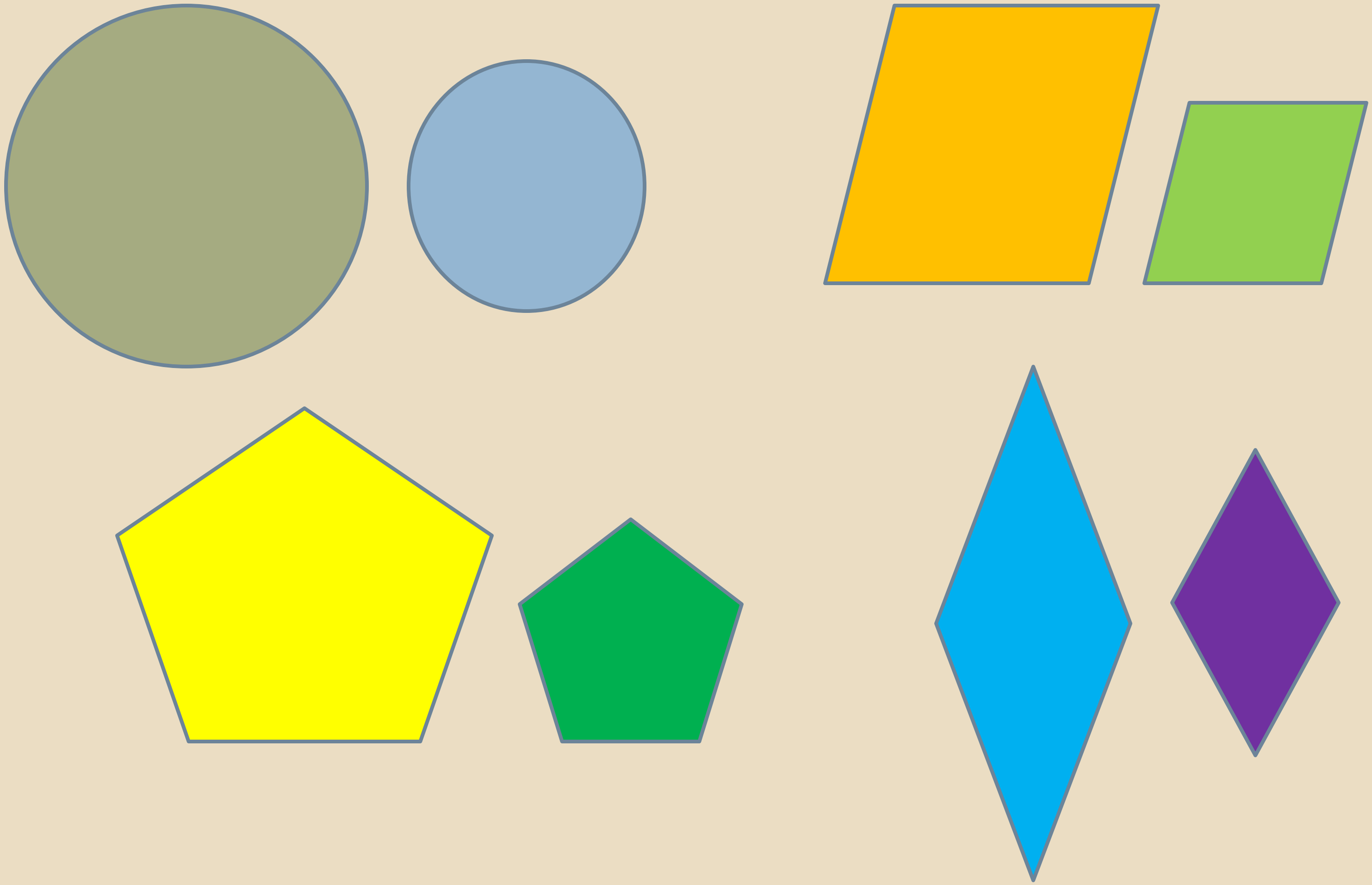
если АД – биссектриса угла А, то <1 = <2, значит, треугольники АВД и АСД имеют по равному углу, следовательно, $\frac{S_{ÀÂÄ}}{S_{ÀÄÑ}} = \frac{ÀÂ \cdot ÀÄ}{ÀÑ \cdot ÀÄ} = \frac{ÀÂ}{ÀÑ}$

Проведем высоту АН. АН - общая для треугольников АВД и АДС $\frac{S_{ÀÂÄ}}{S_{ÀÑÄ}} = \frac{ÂÄ}{ÄÑ}$

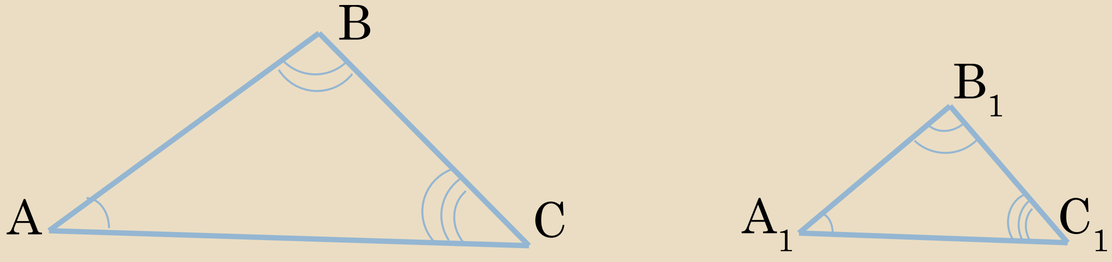
$$\frac{ÂÄ}{ÄÑ} = \frac{ÀÂ}{ÀÑ}, èëè\ \frac{ÂÄ}{ÀÂ} = \frac{ÑÄ}{ÀÑ}$$

Подобие в жизни

Подобные фигуры - Фигуры одинаковой формы



Если в треугольниках все углы соответственно равны, то стороны, лежащие напротив равных углов, называются <u>сходственными</u>

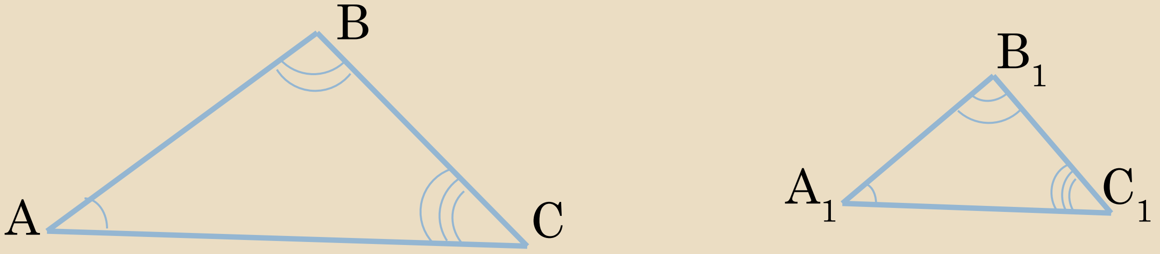


Пусть в треугольниках ABC и $A_1B_1C_1$ углы соответственно равны

То AB и A_1B_1,BC и B_1C_1,CA и C_1A_1-сходственные

Два треугольника называются подобными,

если их углы соответственно равны и стороны одного треугольника пропорциональны сходственным сторонам другого треугольника



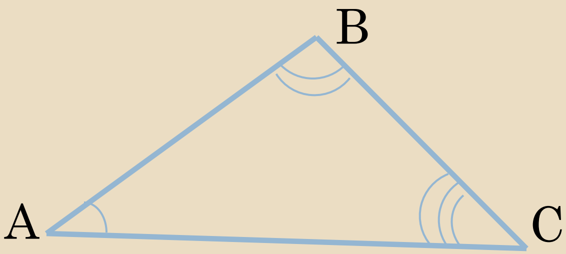
$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1} = k$$

$$и \angle A = \angle A_1; \angle B = \angle B_1; \angle C = \angle C_1$$

K- коэффициент подобия

Подобные треугольники

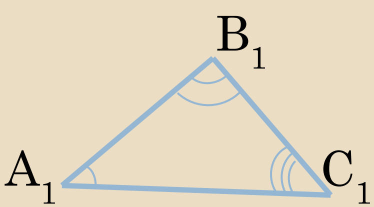
(свойство)



$\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$

$$\frac{\grave{A}\hat{A}}{\grave{A}_1\hat{A}_1} = \frac{\hat{A}\tilde{N}}{\hat{A}_1\tilde{N}_1} = \frac{\grave{A}\tilde{N}}{\grave{A}_1\tilde{N}_1} = k$$

$$\grave{e}\,\angle\grave{A} = \angle\grave{A}_1;\angle\hat{A} = \angle\hat{A}_1;\angle\tilde{N} = \angle\tilde{N}_1$$



$\triangle A_1B_1C_1 \sim \triangle ABC$

$$\frac{\grave{A}_1\hat{A}_1}{\grave{A}\hat{A}} = \frac{\hat{A}_1\tilde{N}_1}{\hat{A}\tilde{N}} = \frac{\grave{A}_1\tilde{N}_1}{\grave{A}\tilde{N}} = \frac{1}{k}$$

$$\grave{e}\,\angle\grave{A}_1 = \angle\grave{A};\angle\hat{A}_1 = \angle\hat{A};\angle\tilde{N}_1 = \angle\tilde{N}$$

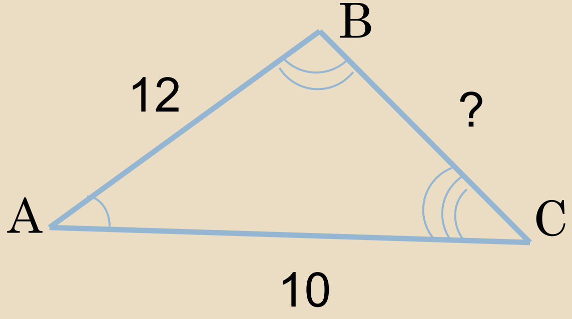
Реши задачи

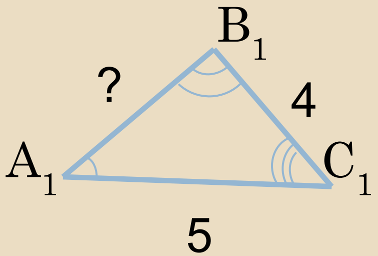
1. Найдите стороны треугольника $A_1B_1C_1$ подобного треугольнику ABC, если AB = 4, AC = 12, BC = 20, k = 4.

2. Найдите стороны треугольника $A_1B_1C_1$ подобного треугольнику ABC, если

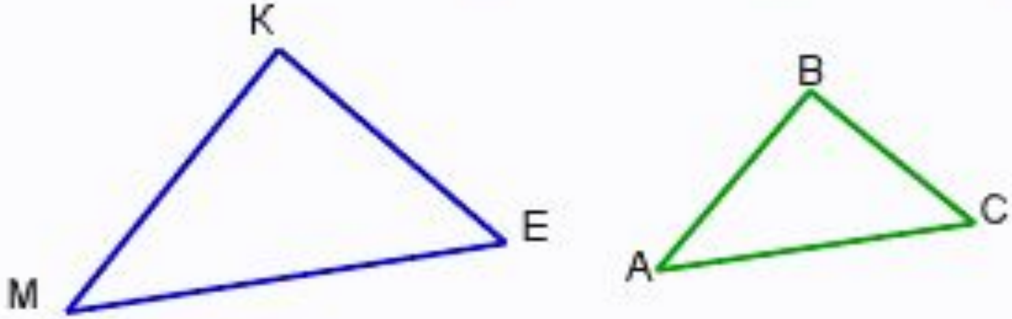
AB = 4, AC = 12, BC = 20, $k = \frac{1}{4}$.

3. Треугольники ABC и $A_1B_1C_1$ подобны. По данным на чертеже найдите неизвестные стороны треугольников





Теорема 1. **Отношение периметров подобных треугольников равно коэффициенту подобия.**



Дано: $\triangle MKE \sim \triangle ABC$,

K – коэффициент подобия.

Доказать: $P_{MKE} : P_{ABC} = k$

Доказательство:

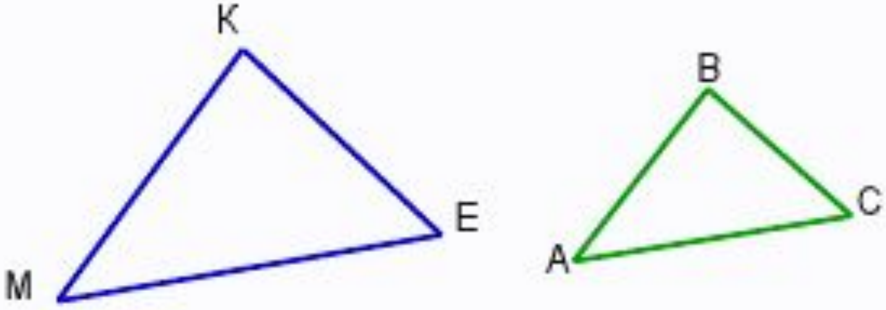
Т. к. по условию $\triangle MKE \sim \triangle ABC$, k – коэффициент подобия, то

$\frac{MK}{AB} = \frac{KE}{BC} = \frac{ME}{AC} = K$, Значит, $MK = k \cdot AB$, $KE = k \cdot BC$, $ME = k \cdot AC$.

$P_{MKE} = MK + KE + ME = k \cdot AB + k \cdot BC + k \cdot AC = k \cdot (AB + BC + AC) = k \cdot P_{ABC}$.

Значит, $P_{MKE} : P_{ABC} = k$.

Теорема 2. **Отношение площадей подобных треугольников равно квадрату коэффициента подобия.**



Дано: $\triangle MKE \sim \triangle ABC$,

K – коэффициент подобия.

Доказать: $S_{MKE} : S_{ABC} = k^2$

Доказательство:

Т. к. по условию $\triangle MKE \sim \triangle ABC$, k – коэффициент подобия, то

$\angle M = \angle A$, $\dfrac{MK}{AB} = \dfrac{ME}{AC} = k$, значит, $MK = k \cdot AB$, $ME = k \cdot AC$.

$$\frac{S_{MKE}}{S_{ABC}} = \frac{MK \cdot ME}{AB \cdot AC} = \frac{k \cdot AB \cdot k \cdot AC}{AB \cdot AC} = k^2$$

Реши задачи

1. Две сходственные стороны подобных треугольников равны 18см и 6см. Периметр второго треугольника равен 15см. Чему равен периметр первого треугольника?

2. Две сходственные стороны подобных треугольников равны 8см и 4 см. Площадь второго треугольника равна 9см^2. Чему равна площадь первого треугольника?

3. Две сходственные стороны подобных треугольников равны 3см и 6 см. Площадь второго треугольника равна 32см^2. Чему равна площадь первого треугольника?

4. Площади двух подобных треугольников равны $12 см^2$ и $48 см^2$. Одна из сторон первого треугольника равна 4 см. Чему равна сходственная сторона второго треугольника?

№538

Домашнее задание: п. 56 - 58, в. 1 – 4 с160

№ 533, 534(в), 536(б), 537

Очень интересно

- По легенде Фалес измерил высоту одной из Египетских пирамид,
- используя метод подобия треугольников

Высота шеста - 4 локтя
Длина тени шеста - 6 локтей
Длина тени пирамиды - 200 локтей

[приблизительно 133,3 локтя (133 1/3)]