

# Полигон, гистограмма и кумулятивная кривая

Что это такое?

Когда это применяется?

Как это применяется?

# Графические изображения

- Для наглядного представления тенденции изменения наблюдаемых значений применяют графическое изображение статистического материала.
- Наиболее распространенными графиками, к которым прибегают при анализе распределения случайной величины, являются:
  - - полигон,
  - - гистограмма;
  - - кумулятивная кривая.

# Гистограмма плотности распределения

Что это такое?

Когда это применяется?

Как это применяется?

# Что это такое?

- Гистограмма плотности распределения — это столбиковая диаграмма, которая показывает, как данные распределяются по группам значений. Собранные данные представляют в виде ряда прямоугольников, одинаковых по ширине и различающихся по высоте. Анализ характера изменения высот позволяет оценить динамику процесса.

# Когда это применяется?

- Гистограмму плотности распределения используют, чтобы наглядно показать, в каком интервале располагаются наиболее часто встречающиеся значения и как вообще распределяются данные.

# Гистограмма

позволяет определить наилучшие результаты процесса, а графическое изображение динамики процесса дает возможность наметить приоритетные задачи по его улучшению.

# Как это применяется? (нч.)

- Последовательность шагов при построении гистограммы такова:
- Проведите необходимые измерения и подсчитайте, сколько значений показателей вы получили.
- Определите разброс данных вычитанием минимального значения из максимального.

# Как это применяется? (пр.)

- Разбейте эти значения на группы (или интервалы) и подсчитайте число значений в каждом интервале. Следуйте при этом указаниям таблицы\*.
- Если вы, например, получили 110 значений показателей, то их можно разделить минимум на 7, а максимум — на 12 интервалов.



# Как это применяется? (пр.) Табл.\*

Рекомендации для определения количества интервалов гистограммы

Число значений	Число интервалов
Менее 50	5-7
50-100	6-10
100-250	7-12
Более 250	10-20

# Как это применяется? (пр.)

- Определите число значений в каждом интервале (ширину интервала) следующим образом:
  - делением разброса на минимальное число интервалов;
  - делением разброса на максимальное число интервалов;
  - выбором числа значений в интервале как средней из этих двух цифр.

# Как это применяется? (ок.)

- Составьте таблицу плотности распределения всех значений.
- Постройте на основе таблицы плотности распределения гистограмму плотности распределения. Отметьте границы интервалов на горизонтальной оси и частоты — на вертикальной оси.
- Подпишите гистограмму и укажите рядом число значений.

# Пример 1 (нч.)

- ЦЕЛЬ РАБОТЫ: Управляющий людскими ресурсами одной организации решил проанализировать, сколько времени уходит на подбор административных работников с момента возникновения вакансии до найма нового служащего.
- 1. Он изучил архивы своего отдела и записал, сколько рабочих дней занимала каждый раз эта процедура.

# Пример (пр.)

- Время, затраченное на подбор новых служащих (в рабочих днях):

32 27 27 36 31 31 19 38 12 26 25 33 48 44 16  
34 21 28 27 59 31 31 39 36 57 53 29 36 47 39  
26 41 34 38 42 41 13 22 37 21 27 31 21 29 24  
29 17 18 26 22 19 33 26 32 21.

# Пример (пр.)

- 2. Далее он выполнил следующие расчеты:
- *число значений показателя* равно 55 (число интервалов — от 6 до 10);
- *размах* —  $59 - 12 = 47$ .
- Ширина интервала (число значений в нем) меньше 7,8 (47 разделить на 6) и больше 4,7 (47 разделить на 10).
- Управляющий выбирает ширину интервала, равную 5.

## Пример (пр.)

- 3. Составляет таблицу плотности распределения (см. табл. 1.1) и строит на ее основе соответствующую гистограмму (см. рис. 1.1).

# Таблица 1.1 плотности распределения

Интервал	Границы	Число значений	Частота
1	10–14		2
2	15–19	+++	5
3	20–24	++++	7
4	25–29	+++ +++	13
5	30–34	+++ +++	11
6	35–39	+++	8
7	40–44		4
8	45–49		2
9	50–54		1
10	55–59		2
Итого			55



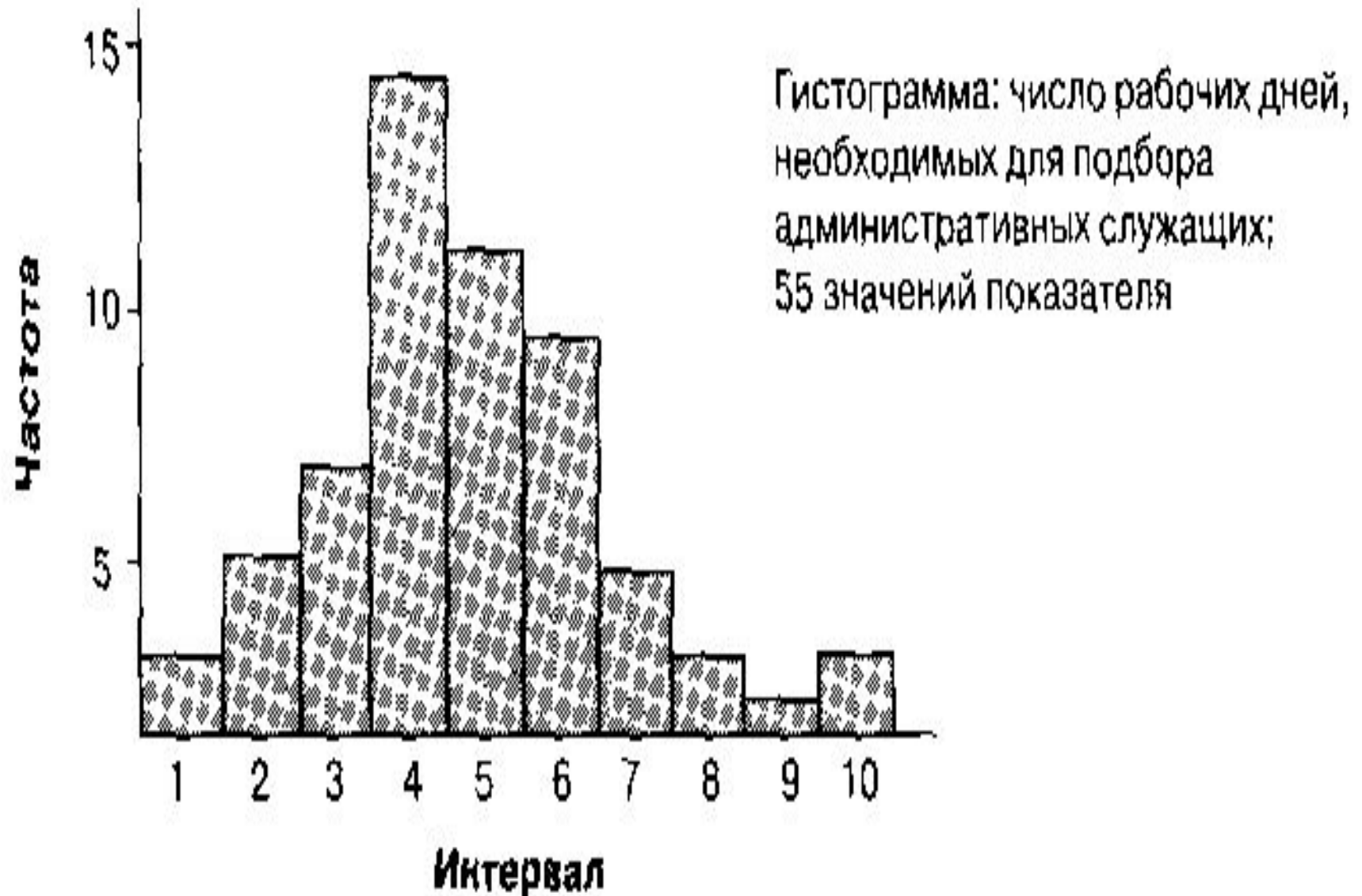
# **\*)Примечание к табл. 1.1**

**Контрольный листок для регистрации несоответствий, например, дефектов (см. л.1).**

Порядок заполнения: каждый раз, когда работающий или контролер обнаруживает дефект, он делает пометку (штрих - /) на бланке.

- На том же бланке в конце указанного времени регистрации (например, рабочего дня) фиксируются итоговые данные по количеству каждого типа дефектов.

Рис 1.1 Гистограмма плотности  
распределения



# Пример 1 (ок.)

- Гистограмма показывает, что в большинстве случаев процедура подбора служащих занимала от 25 до 29 дней (интервал 4).

# Инструменты контроля качества

*Гистограмма — удобный инструмент, позволяющий зрительно оценить закон распределения статистических данных.*

- *Но не только гистограмма позволяет зрительно оценить закон распределения статистических данных (и определить на практике графическое изображение распределения случайной величины).*

# Три способа графического представления данных (нч)

- Отдавая должное гистограмме, рассмотрим все основные способы графического представления данных, для оценки достоинств каждого из них и при необходимости применения их на практике.

## *Полигоны* применяют:

- - как правило, для отображения дискретных изменений значений случайной величины;
- - но они могут использоваться и при непрерывных (интервальных) изменениях.

# Использование полигонов при непрерывных (интервальных)

изменениях:

- - ординаты, пропорциональные частотам интервалов, восстанавливаются перпендикулярно оси абсцисс в точках, соответствующих серединам данных интервалов;
- - вершины ординат соединяются прямыми линиями;
- - для замыкания кривой крайние ординаты соединяются с близлежащей серединой интервала, в которой частота равна нулю.

## Пример 2

- изображение значений пробивного напряжения в виде полигона, взятых из табл. 2.1, приведен на рис. \*2.2.

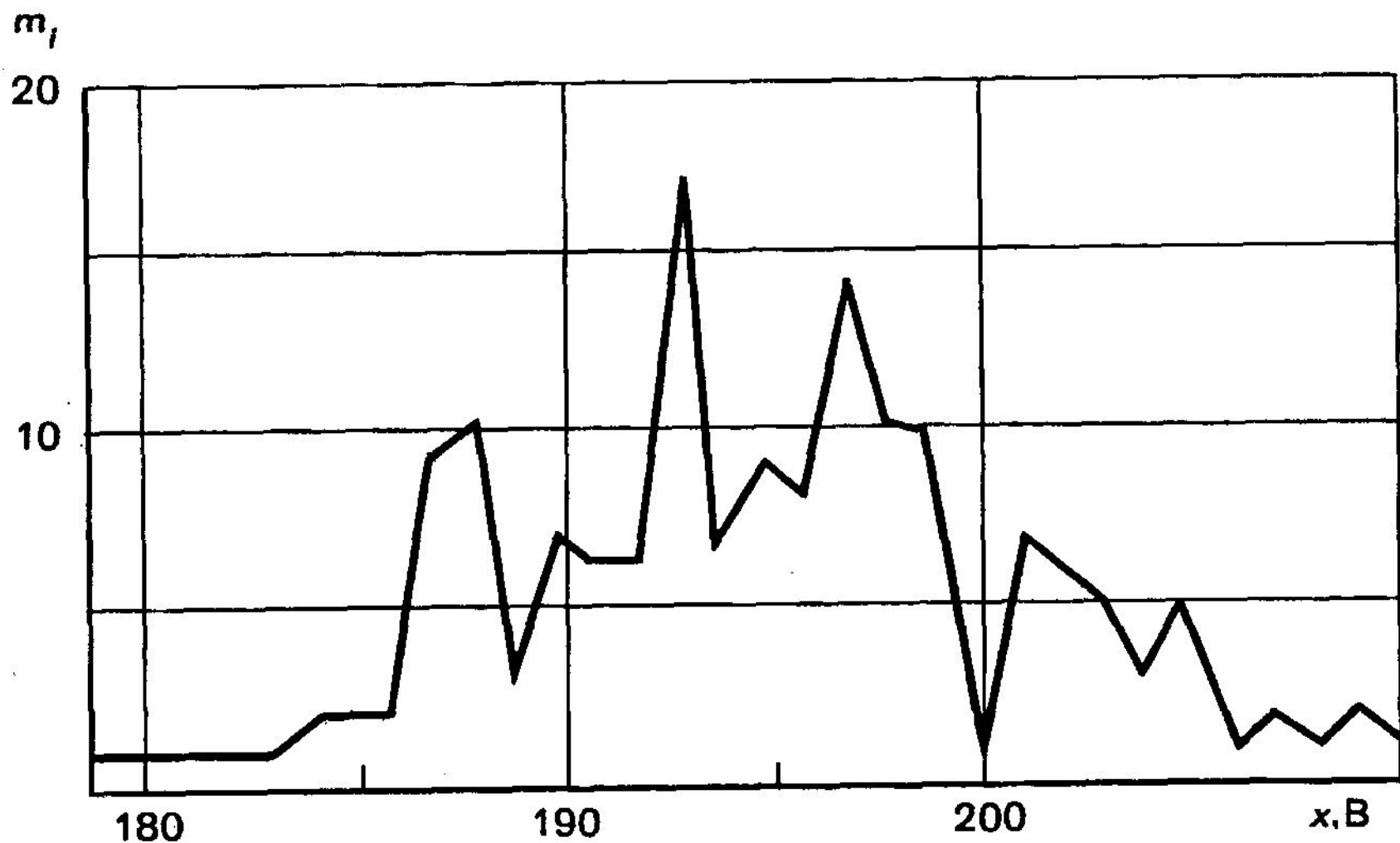


Интервальный ряд распределения пробивных напряжений  
диэлектрических слоев 160 однотипных МОП-структур табл.

2.1

Интервал (класс)	Середин а интервал а (класса)	Частота $m_i$	Относительна я частота $w_i$ , %	Накопленн ая частота $\Sigma m_i$	Относительная накопленная частота $\Sigma w_i$
176,5... 179,4	178	1	0,6	1	0,6
179,5...182,4	181	3	1,9	4	2,5
182,5...185,4	184	5	3,1	9	5,6
185,5...188,4	187	21	13,1	30	18,1
188,5...191,4	190	16	10,0	46	28,7
191,5...194,4	193	29	18,1	75	46,8
194,5...197,4	196	31	19,4	106	66,2
197,5...200,4	199	21	13,1	127	79,3
200,5...203,4	202	18	11,4	145	90,7
203,5...206,4	205	9	5,6	154	96,3
206,5...209,4	208	5	3,1	159	99,4

# Полигон частот по результатам 160 измерений пробивного напряжения (т.2.1)



# *Гистограмма* распределения

обычно строится для *интервального* изменения значения параметра.

- Для этого на интервалах, отложенных на оси абсцисс, строят прямоугольники (столбики), высоты которых пропорциональны частотам ( $m_i$ ) интервалов.

# Гистограмма интервального ряда,

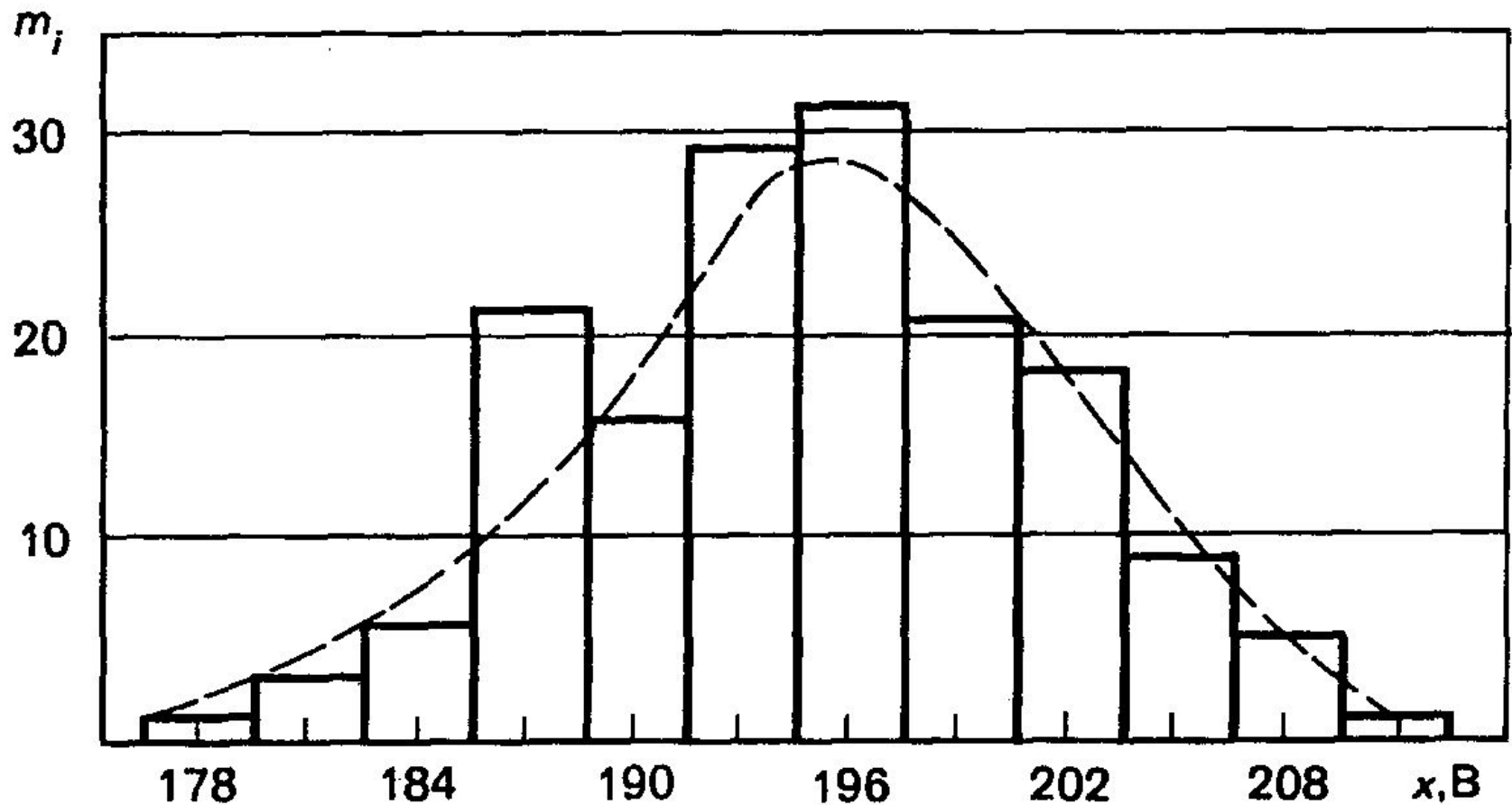
значения которого взяты из табл. 3.4  
(способ 3), изображена на рис. \*3.6, где по  
оси ординат отложены абсолютные  
значения частот.

# Способы объединения наблюдаемых значений

по количеству значений

Способ 1		Способ 2		Способ 3	
Середина интервала	$T_i$	Середин а интерва- ла	$T_i$	Середина интервала	$T_i$
179		178		177	
180    180	3	179    179	2	178    178	1
181		180		179	
182		181		180	
183    183	4	182    182	3	181    181	3
184		183		182	
и т.д.		и т.д.		и т.д.	

# Гистограмма частот интервального ряда распределения $\rho \cdot 3.6$



# Гистограмма частот интервального ряда распределения

- Аналогичную форму гистограммы можно получить, если по оси ординат на рис. 3.6 отложить соответствующие значения относительных частот  $w_i$ , взятых из табл. 3.5.

# Интервальный ряд распределения пробивных напряжений диэлектрических слоев 160 однотипных МОП-структур.

Табл. 3.5

Интервал (класс)	Середин а интерва ла (класса)	Частота $m_i$	Относительна я частота $w_i$ , %	Накопленн ая частота $\Sigma m_i$	Относительная накопленная частота $\Sigma w_i$
176,5... 179,4	178	1	0,6	1	0,6
179,5...182,4	181	3	1,9	4	2,5
182,5...185,4	184	5	3,1	9	5,6
185,5...188,4	187	21	13,1	30	18,1
188,5...191,4	190	16	10,0	46	28,7
191,5...194,4	193	29	18,1	75	46,8
194,5...197,4	196	31	19,4	106	66,2
197,5...200,4	199	21	13,1	127	79,3
200,5...203,4	202	18	11,4	145	90,7
203,5...206,4	205	9	5,6	154	96,3
206,5...209,4	208	5	3,1	159	99,4
209,5...212,4	211	1	0,6	160	100,0



# Сумма площадей = 1

- Если на рис. 3.6 ширину класса (2,9) принять за единицу шкалы по оси абсцисс, то, например, для класса 176,5...179,4 В его высота 0,6 будет одновременно и площадью столбика, изображающего этот класс.
- Сумма площадей всех столбиков будет равна единице, что оказывается удобно.

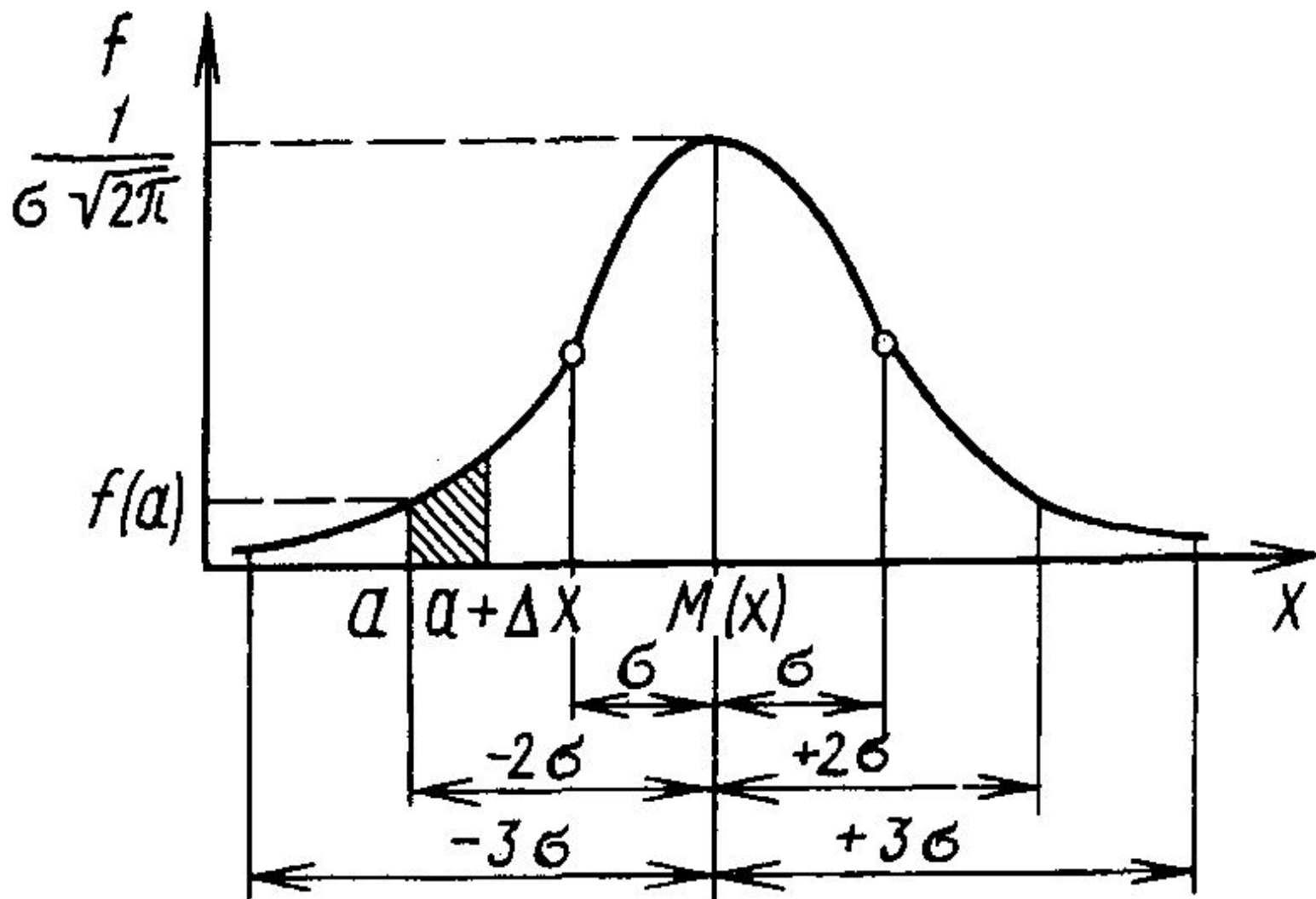
# Кривая плотности вероятностей

- Если на рис. 3.6 кроме гистограммы нанести и полигон, то по мере роста числа измерений одновременно уменьшается ширина класса, и полигон превращается в *кривую плотности вероятностей*, представляющую собой кривую теоретического распределения (штриховая линия на рис. 3.6).

# Площадь полигона = 1

- Площадь, ограниченная полигоном и осью абсцисс, в том случае, если по оси ординат отложены значения относительных частот, также равна единице.
- Из рис. 3.6 видно, что кривая теоретических распределений имеет идеальную форму, к которой стремится реальный полигон, и она играет важную роль в теоретических исследованиях.
- Кривая похожа на кривую *нормального распределения*.

Рис. \*3.3. Кривая распределения случайной величины, подчиняющаяся гауссовскому закону



# Технология обработки (нч.)

- Для выяснения того, соответствует ли данное распределение результатов измерения нормальному распределению, иногда используют специальную вероятностную бумагу, называемую нормальной вероятностной бумагой (если по каким-то причинам "рабочее место" не компьютеризировано).

# Представление данных

на вероятностной бумаге осуществляется следующим способом:

- 1) На основе полученных в результате измерения параметров качества значений абсолютных частот  $m_i$  или соответствующих частостей подсчитывают накопленные частоты (частости), подобные приведенным в табл. 3.5.

# Кумулятивная кривая

- 2) Накопленная частота (частость) каждого значения параметра качества получается суммированием всех частот (частостей), предшествующих значениям параметра. График накопленных частот представляет собой *кумулятивную кривую* (кумуляту, или интегральную кривую).
- Кумулятивная кривая может строиться как для дискретного, так и для непрерывного изменения значений параметра.

# Накопленные частоты (частоты)

интервального ряда относятся к *верхним границам* интервалов, а не к серединам каждого из них.

Высота последней ординаты соответствует объему наблюдений всего ряда, или 100 %.



# Накопленный полигон

- Зависимость на рис. \*3.7 представляет собой полигон, построенный на основе таблиц накопленных частот (см. табл. \*3.5), и называется *накопленным полигоном*.
- Ломаная кривая (штриховая линия) представляет собой *кумулятивную кривую* (обратите внимание, как в данном случае соединены отрезки ломаной!).

Рис. \*3.7. Кумулятивная кривая

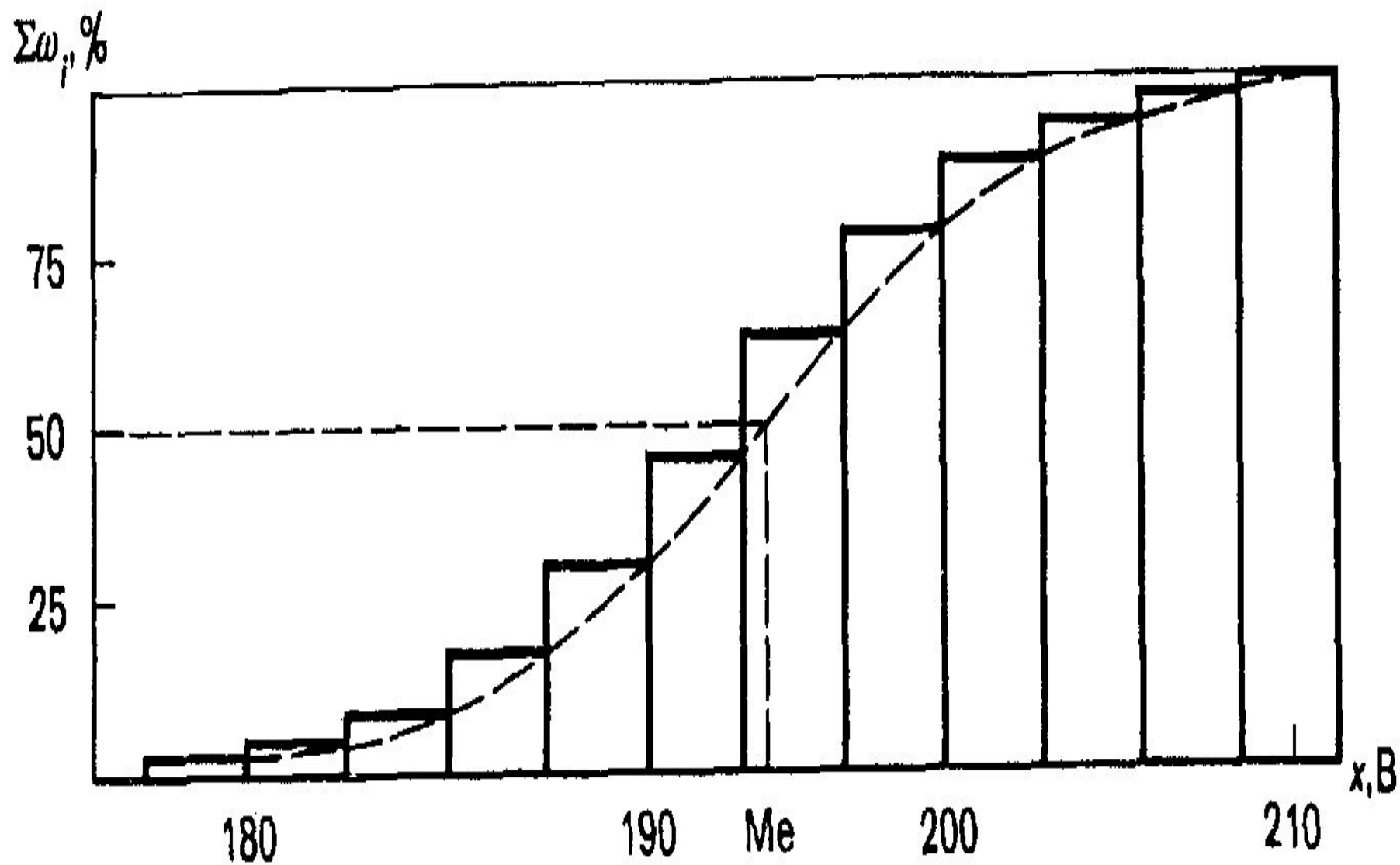
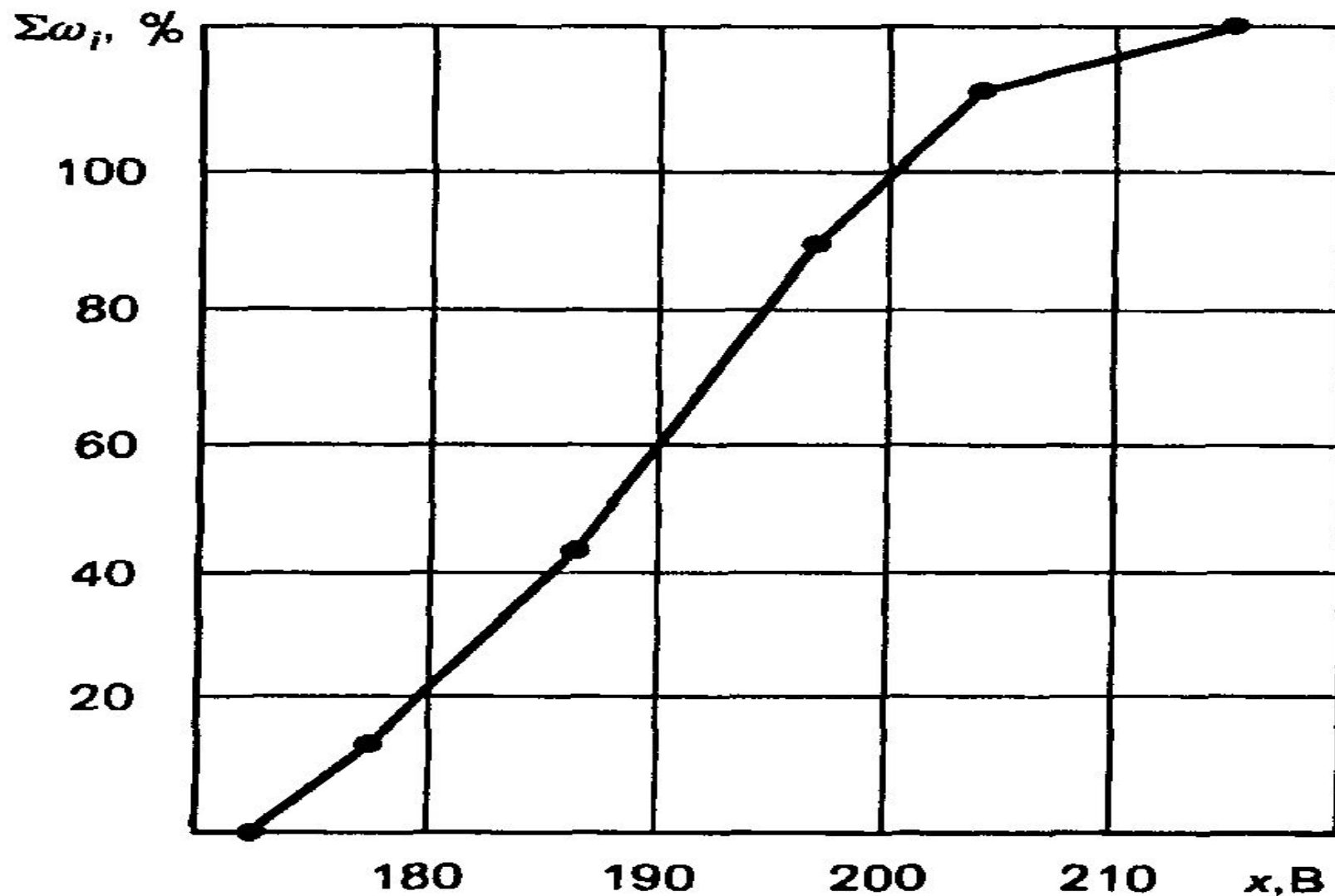


Рис. \*3.8. Расположение экспериментальных точек на нормальной вероятностной бумаге



# Кумулятивная кривая

имеет более плавный характер изменения, чем гистограмма или полигон частот, ибо накопление приводит к сглаживанию.

- Значения накопленных частот, соответствующих одно-, двух- и трехкратному стандартному отклонению значения параметра качества от среднего значения исследуемого статического ряда, наносят на нормальную вероятностную бумагу.

# В результате имеют на ней шесть точек:

- - три точки, соответствующие большему значению параметра качества относительно его среднего значения, и
- - три точки, соответствующие меньшему его значению (рис. \*3.8).
- Если точки хорошо ложатся на прямую, то можно говорить о соответствии статистических данных нормальному распределению.

# В примере

точки не легли точно на прямую, но оказались

довольно близко к ней.

- Можно сделать вывод о том, что результаты измерения имеют распределение, близкое к нормальному.
- Хотя распределение данных и близко к нормальному, точки на рис. \*3.8 в начале и в конце заметно отклоняются от прямой, что бывает достаточно часто.

# Преимущества гистограммы

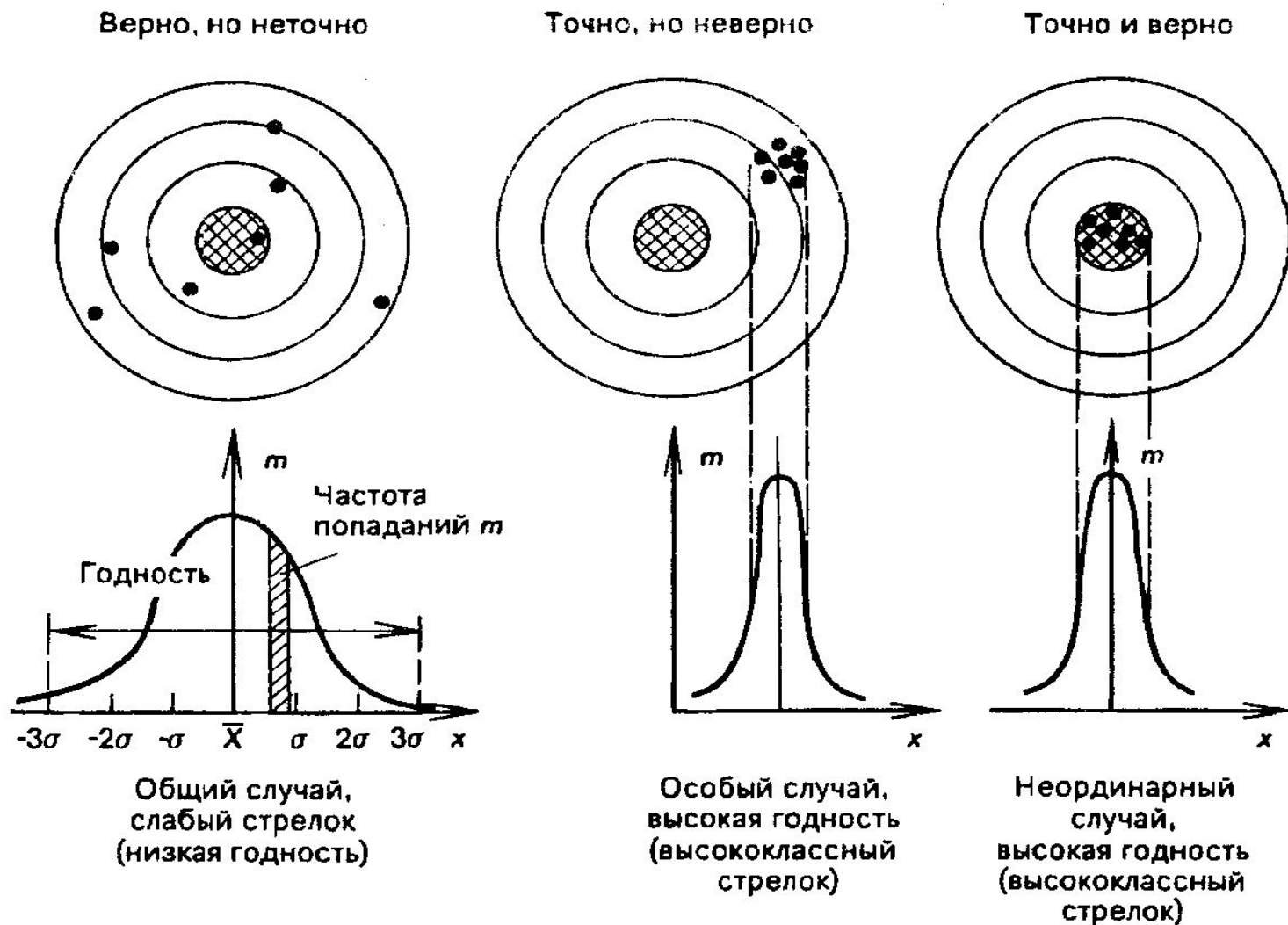
- Из рассмотренных графических изображений становится понятным преимущество гистограммы при визуальной оценке закона распределения случайной величины.
- Однако не только в этом преимущество гистограммы, которая признана инструментом контроля качества: гистограмма также очень удобна для визуальной оценки расположения статистических данных в пределах допуска.

# Связь с требованиями потребителя

- Чтобы оценить адекватность процесса требованиям потребителя, следует сравнить качество процесса с полем допуска (годность), установленным пользователем, что сделано на рис. \*3.1.



# Сравнение качества процесса с полем допуска (рис.\*3.1)



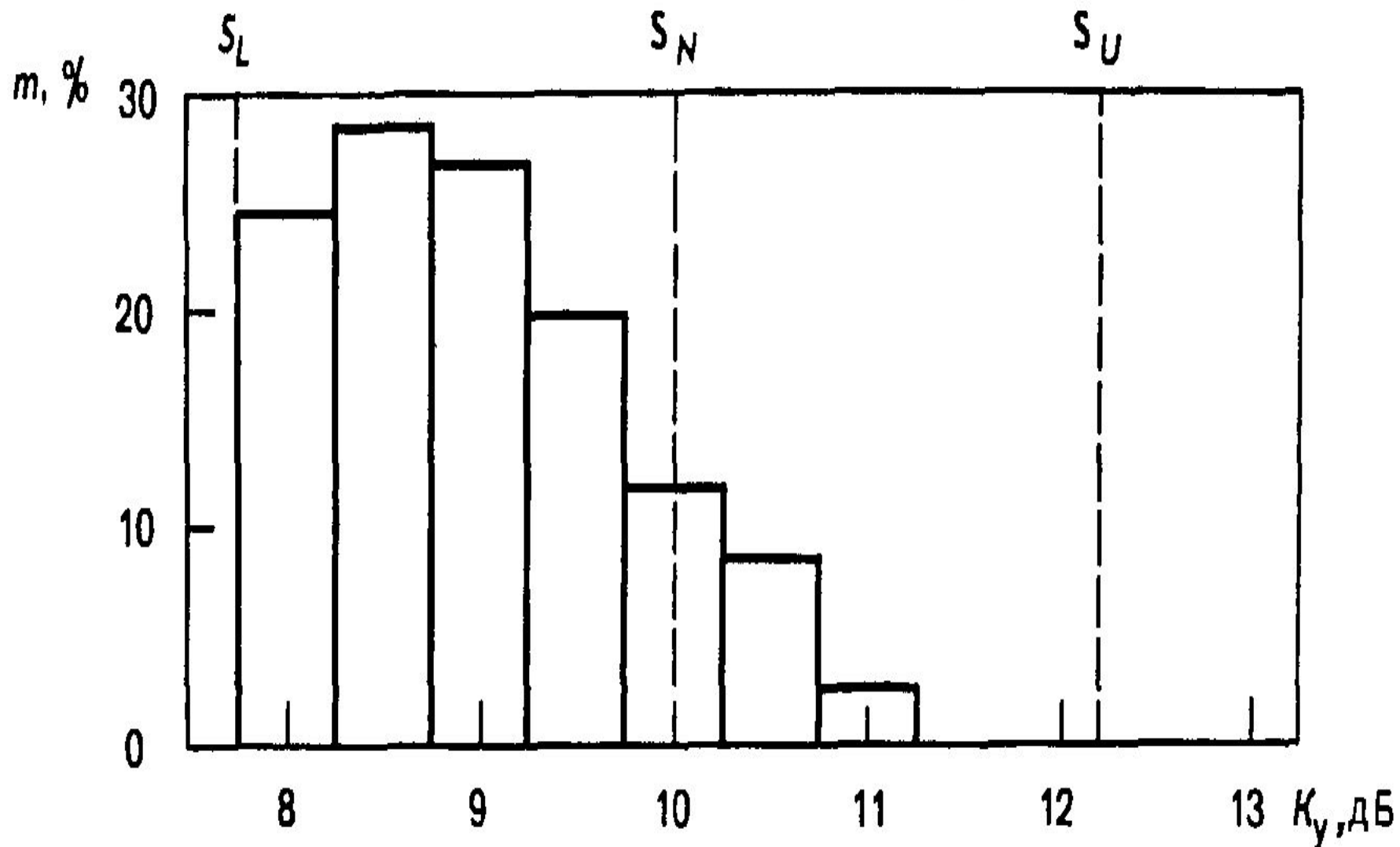
# Если имеется допуск,

- то на гистограмму наносят верхнюю ( $S_U$ ) и нижнюю ( $S_L$ ) его границы в виде линий, перпендикулярных оси абсцисс, чтобы сравнить распределение параметра качества процесса с этими границами. Тогда можно увидеть, хорошо ли располагается гистограмма внутри этих границ.

# Пример (нч)

- На рис. \*3.9 приведена гистограмма значений коэффициентов усиления 120 проверенных усилителей.
- В технических условиях (ТУ) на эти усилители указано номинальное значение коэффициента усиления  $S_N$  на этот тип усилителей, равный 10 дБ.

Рис. \*3.9. Гистограмма значений коэффициентов усиления усилителей



# Пример (пр.)

- Номинальное значение представляет собой математическое ожидание, т.е. среднее значение коэффициента усиления для данного типа усилителя при его производстве, которое можно рассматривать как генеральную характеристику.
- Совокупность всех значений коэффициентов усилений выпускаемых усилителей — генеральная совокупность значений коэффициента усиления.

# Допустимые пределы $S_L$ и $S_U$

- В ТУ установлены допустимые пределы изменения коэффициента усиления:
- - нижняя граница допуска  $S_L = 7,75$  дБ;
- - верхняя  $S_U = 12,25$  дБ.
- Ширина поля допуска  $T$  определяется как величина, равная разности значений верхней  $S_U$  и нижней  $S_L$  границ допуска:

$$T = S_U - S_L.$$

# Отсутствие проблем?

- Если расположить все 120 значений коэффициентов усиления в ранжированный ряд, то:
  - - можно было убедиться, что все значения лежат в пределах поля допуска  $T$ ,
  - - создается *иллюзия отсутствия проблем* (качество процесса лежит в пределах поля допуска, установленного потребителем);
  - - создается *иллюзия отсутствия необходимости дальнейшего анализа*.

# Гистограмма информативнее

- В отличие от сделанного выше заключения гистограмма сразу показывает, что распределение коэффициентов усиления хотя и находится в пределах поля допуска  $T$ , но *значительно сдвинуто в сторону нижней границы  $S_L$  и у большинства усилителей значение этого параметра качества меньше номинала  $T/2$ .*
- Это дополнительная информация для дальнейшего анализа и принятия решения о качестве.



# Гистограмма информативнее (пр)

- По изображенному распределению на гистограмме можно выяснить, в удовлетворительном ли состоянии находятся партии изделий и технологический процесс.
- Выяснив это, можно активно решать проблемные моменты.

# Для выяснения проблемных моментов,

исходя из установленных допусков рассматривают следующие вопросы:

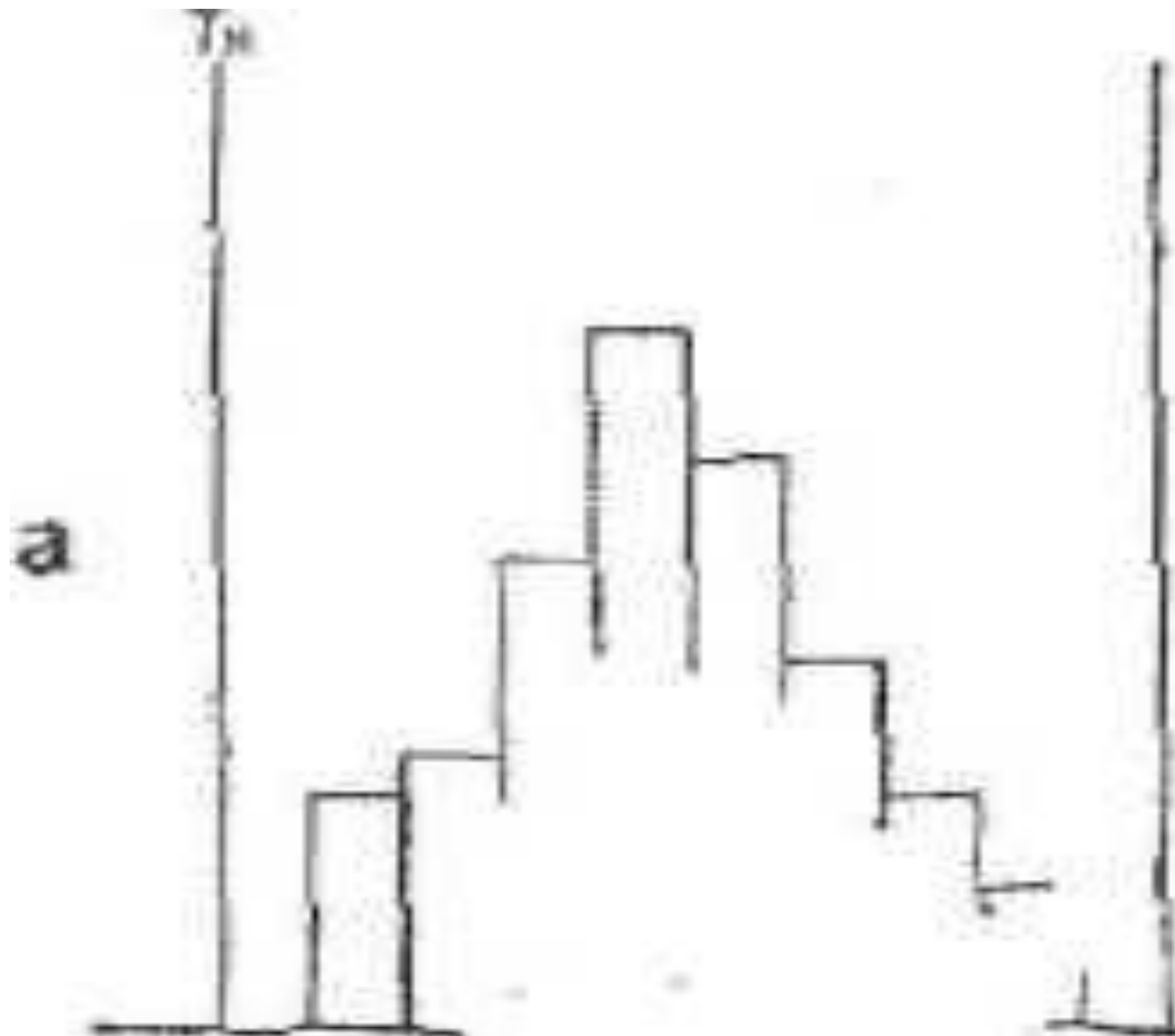
- - какова широта распределения по отношению к широте допуска  $S_U - S_L$ ,
- - каков центр распределения по отношению к центру поля допуска  $T/2$ ,
- - какова форма распределения?

# По форме распределения,

которая легко «вырисовывается – читается», рассмотрим, какие меры можно принимать в различных случаях.

- На рис. \*3.18,а,...,з приведены примеры различных сочетаний плотности распределения с допуском ***T***.

\*Рис. 3.18,а



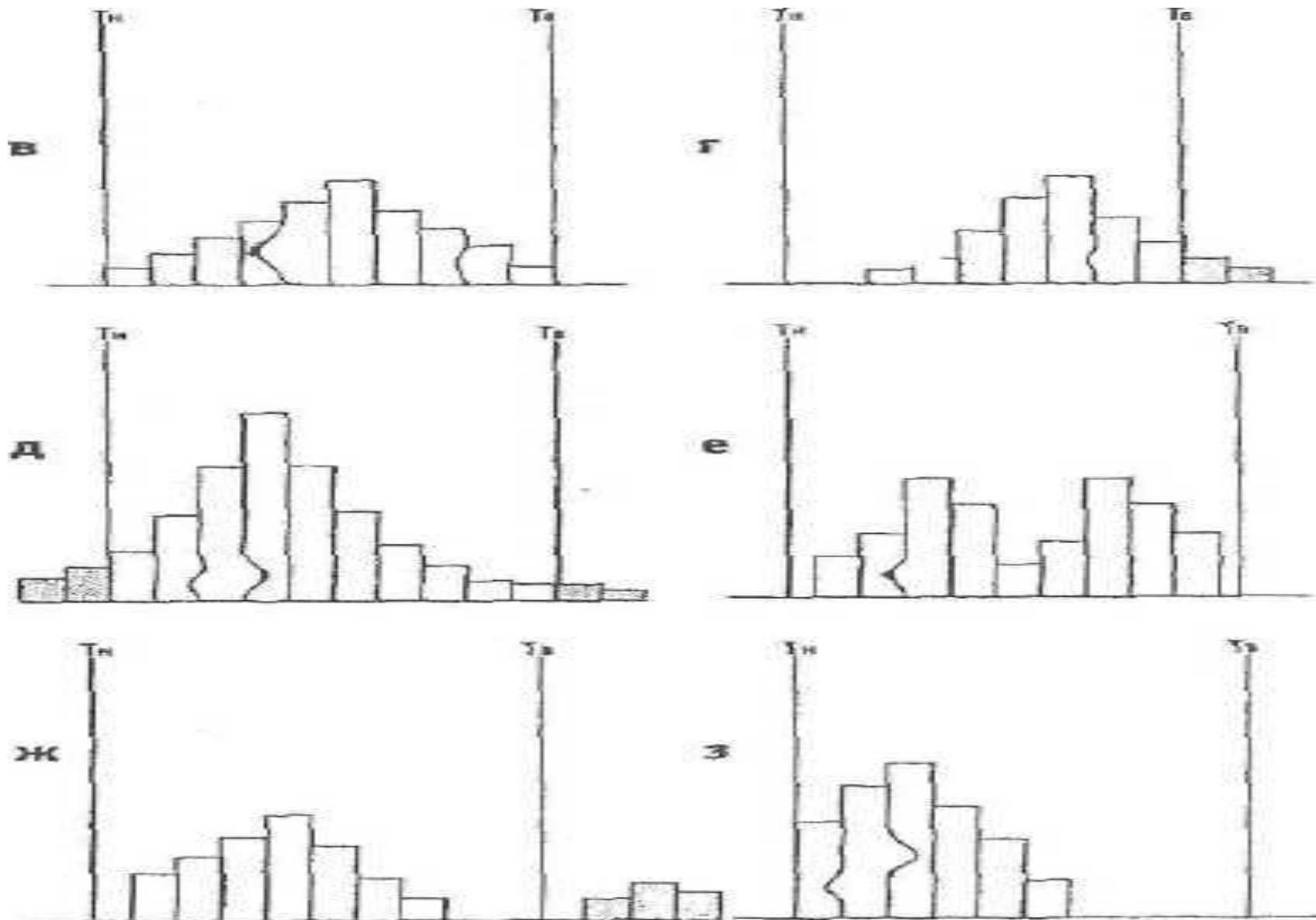
На рис. 3.18,а видно,

ЧТО

форма распределения удовлетворительна, ибо ее левая и правая стороны симметричны.

- Если широту распределения сравнить с шириной допуска, то она составит примерно  $\frac{3}{4}$ , а центр распределения и центр поля допуска совпадают.
- Следовательно качество партии находится в удовлетворительном состоянии и в данной ситуации можно продолжить изготовление продукции не вмешиваясь в процесс.

Рис. 3.18,б...з



На рис. \*3.18,

б форма распределения отклонена вправо, поэтому центр распределения тоже смещен. Имеется опасение, что среди изделий — в остальной части партии — могут находиться дефектные, выходящие за верхний предел допуска. В этом случае проверяют, нет ли систематической ошибки в измерительных приборах.

- Если ошибок нет, то продолжают изготавливать продукцию, отрегулировав операцию так, чтобы центр распределения совпадал с центром поля допуска.

На рис. \*3.18,

В  
центр распределения расположен правильно, однако, поскольку широта распределения совпадает с широтой поля допуска, то имеется опасение, что со стороны верхнего и нижнего пределов допуска могут появиться дефектные изделия.

- Если продолжить работать таким же образом, то обязательно появятся дефектные изделия. Поэтому, чтобы сузить широту распределения, необходимо принять меры для обследования оборудования, условий обработки, оснастки и т. д.



На рис. \*3.18,г

центр распределения смещен, что говорит о присутствии дефектных изделий.

- Так как широта распределения и широта поля допуска почти одинаковы, необходимо без промедления путем регулирования переместить центр распределения в центр поля допуска и либо сузить широту распределения, либо пересмотреть допуск.

На рис. \*3.18,д

центр распределения совпадает с центром поля допуска, но широта распределения превышает широту поля допуска, обнаруживаются дефектные изделия по обе стороны допуска. Необходимо провести управляющие воздействия для ликвидации дефектных изделий.

На рис. \*3.18,

е

распределение имеет два пика, хотя образцы взяты из одной партии. Это явление объясняется либо тем, что сырье фактически было двух разных сортов, либо в процессе работы была изменена настройка станка, либо тем, что в одну партию соединили изделия, обработанные на двух разных станках. Исходя из этих и других соображений, следует производить обследование послойно.

На рис. \*3.18,ж (нч)

главные части распределения (широта и центр) в норме, однако незначительная часть изделий выходит за верхний предел допуска  $T_v$  и, отделяясь, образует обособленный «островок».

## На рис. \*3.18,ж (ок)

- Изделия, выделенные на «островке», возможно, представляют собой часть дефектных изделий, которые могли перемешать с качественными изделиями в общем потоке технологического процесса. В данной ситуации следует принять меры, например методом расслоения, для выяснения самых различных обстоятельств, достаточным образом объясняющих причину явления.

Рассмотрим случай, когда гистограмма имеет симметричный вид ("колокол") — — можно предполагать гауссовский закон распределения случайной величины и среднее значение гистограммы приходится на середину размаха данных.

- Наивысшая частота оказывается в середине и постепенно снижается в обе стороны (такая форма встречается чаще всего, в связи с чем такой тип гистограмм называют обычным).

# Если предполагать, что

- гистограмма следует нормальному (гауссовому) закону распределения, то возможно исследование *воспроизводимости процесса, т.е. определяется неизменность основных параметров процесса:*
  - - среднего значения или математического ожидания  $M(x)$ ;
  - - стандартного отклонения  $\sigma(x)$  во времени\*.

# \*Стандартное отклонение

- *Стандартное отклонение — классический индикатор изменчивости из описательной статистики.*
- Спасибо Карлам (Гауссу и Пирсону) за то, что мы имеем возможность пользоваться стандартным отклонением.



# **\*Стандартное отклонение,**

среднеквадратичное отклонение, СКО, выборочное стандартное отклонение (англ. standard deviation, *STD*, *STDev*) — очень распространенный показатель рассеяния в описательной статистике.

Показатель СКО можно (и нужно) использовать в техническом анализе для обнаружения степени рассеяния «цены» анализируемого инструмента во времени.

Обозначается греческим символом Сигма « **$\sigma$** ».

# \*Вычисление СКО

- Самостоятельное вычисление СКО вряд ли понадобится, т.к. основные программы обработки данных **имеют встроенную функцию вычисления стандартного отклонения.**
- Например, в Microsoft Excel эта функция называется СТАНДОТКЛОН.
- *Вручную вычислять стандартное отклонение "не очень интересно".*

# Стандартное отклонение

**можно определить** как корень из суммы квадратов разниц между элементами выборки и средним, деленной на количество элементов в выборке.

- Если количество элементов в выборке превышает 30, то знаменатель дроби под корнем уменьшают на единицу ( $n-1$ ). Иначе используется  $n$ .

# Знание стандартного отклонения во времени

важно при оценке процесса с помощью  
выборочных данных, когда требуется  
выяснить:

- - вероятность пересечения  
распределения генеральной  
совокупности границ поля допуска;
- - появления (в связи с этим)  
несоответствия требованиям  
потребителя (пользователя).

# Нормальное распределение

- Если процесс имеет нормальное распределение, то легко определить возможность выхода распределения генеральной совокупности при заданных значениях  $M(x)$  и  $\sigma(x)$  исходя из сравнения соответствующих трехсигмовых пределов и пределов поля допуска.

# Необходимо учитывать следующую особенность:

- Из рис. \*3.10, \*3.11 (данные табл. \*3.6), видно, что если брать в качестве границ допуска трехсигмовые пределы, то:
  - - годными будут считаться 99,73 % всех данных генеральной совокупности;
  - - несоответствующими будут считаться 0,27 % данных (non-conformity — *NC*) требованиям потребителя (пользователя) – они расположены за границами заданного поля допуска  $T$ .

Рис. \*3.10. К понятию годности при выборе  
трехсигмовых пределов

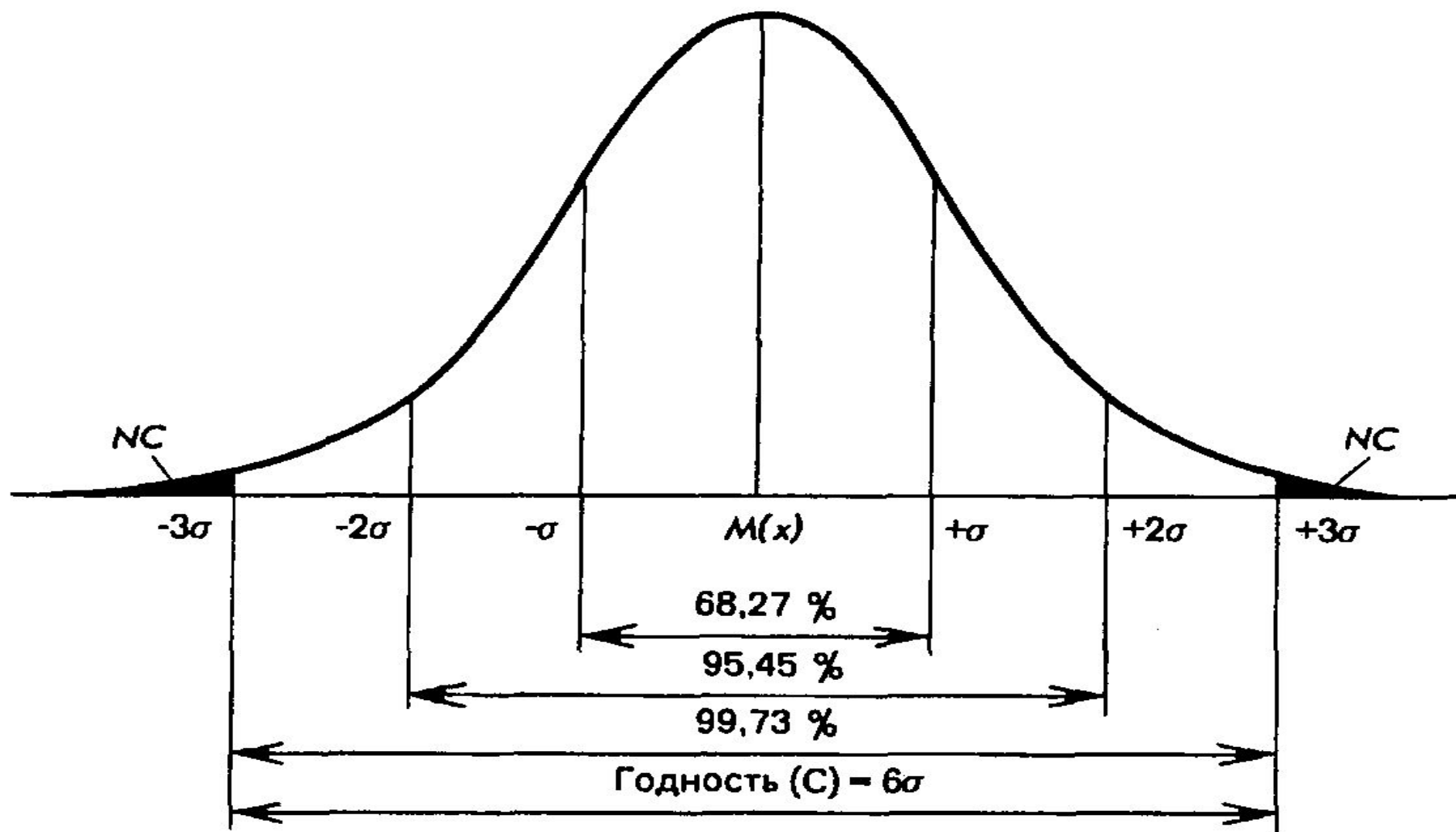
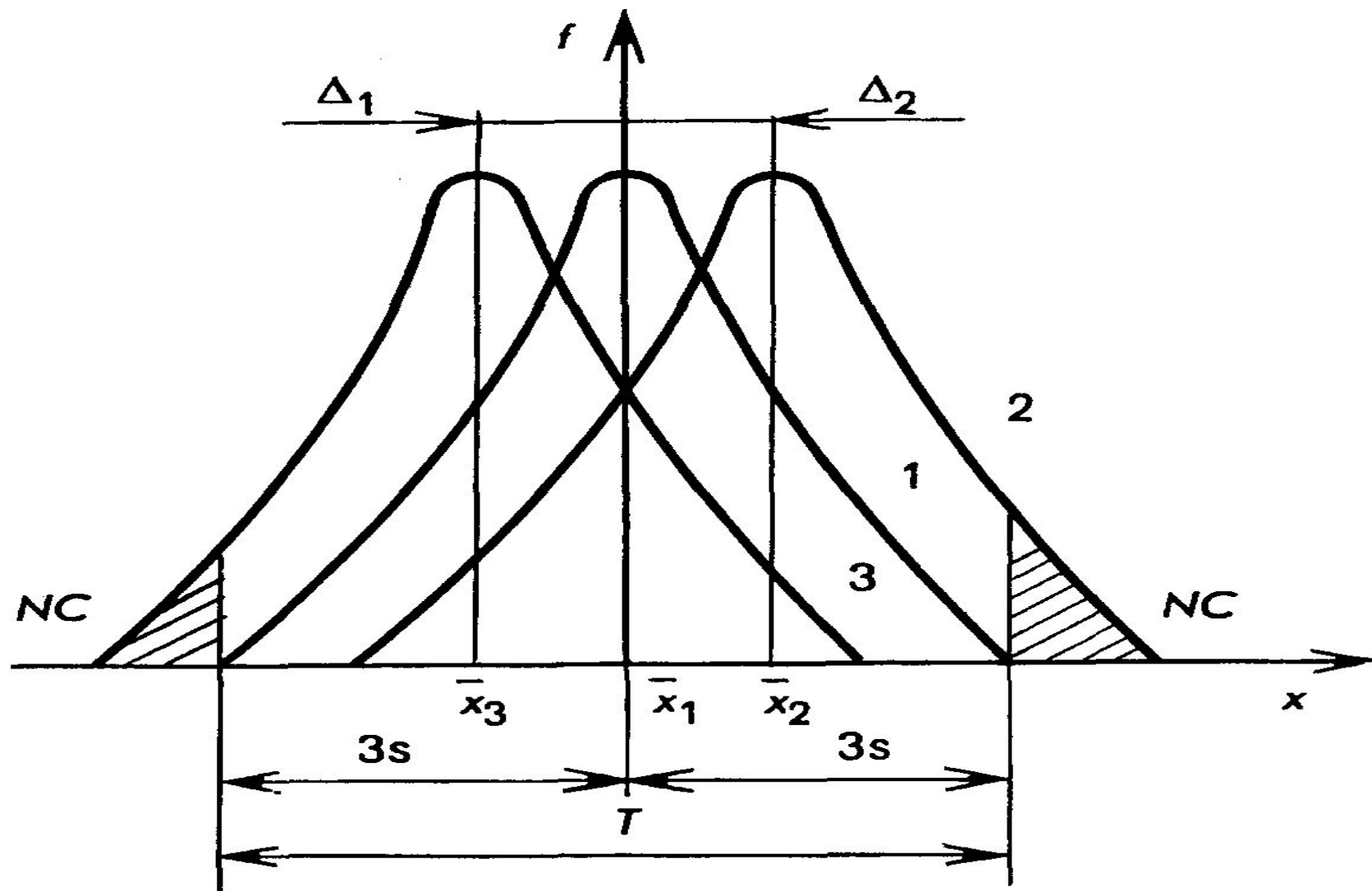


Рис. \*3.11. Гауссовское распределение погрешностей параметров качества процесса при различных значениях коэффициентов смещения: 1 - ( $K=0$ ); 2 — ( $K>0$ ); 3 — ( $K<0$ );  $NC$  — относительное количество несоответствующих требованиям изделий, параметры качества которых выходят за границы поля допуска  $T$





# В итоге, при рассматриваемом подходе

часть годных данных ( $< 0,27 \%$ ) считают несоответствующими требованиям, и в этом состоит особенность трехсигмовых пределов, которые применяют на практике, сравнивая распределение данных с устанавливаемыми границами допуска  $T$ .

# Годные

- Предполагаемые годные (соответствующие трехсигмовым пределам) данные будем обозначать через **C** (conformity) и их количество будет определяться трехсигмовыми пределами при **C** = 6 (учитывая, что в **C** = 6 $\sigma$  величина  $\sigma$  = 1, то есть стандартное).

# Коэффициент годности

- Для количественной оценки того, сколько из предполагаемых годных данных (conformity) вошло в поле допуска, используют так называемый коэффициент годности  $C_p$ :
- $C_p = T / C = (S_U - S_L) / 6 \quad (1)$

# Коэффициент

## ГОДНОСТИ

является частным случаем *коэффициента точности*, который применяется при анализе воспроизводимости процесса по критериям точности и стабильности, и имеет следующий вид:

- $$C_p = T / (ks), \quad (2)$$
- где  $k$  — коэффициент, зависящий от типа закона распределения исследуемых данных:
- - для гауссовского закона распределения  $k = 6$ ;

# Точность технологического процесса

оценивают исходя из следующих критериев:

- $K_T < 0,75$  — технологический процесс точный, удовлетворительный;
- $K_T = 0,76-0,98$  — требует внимательного наблюдения;
- $K_T > 0,98$  — неудовлетворительный.
- Поэтому, когда  $K_T > 0,98$ , необходимо немедленно выяснить причину появления дефектных изделий и принять меры управляющего воздействия.

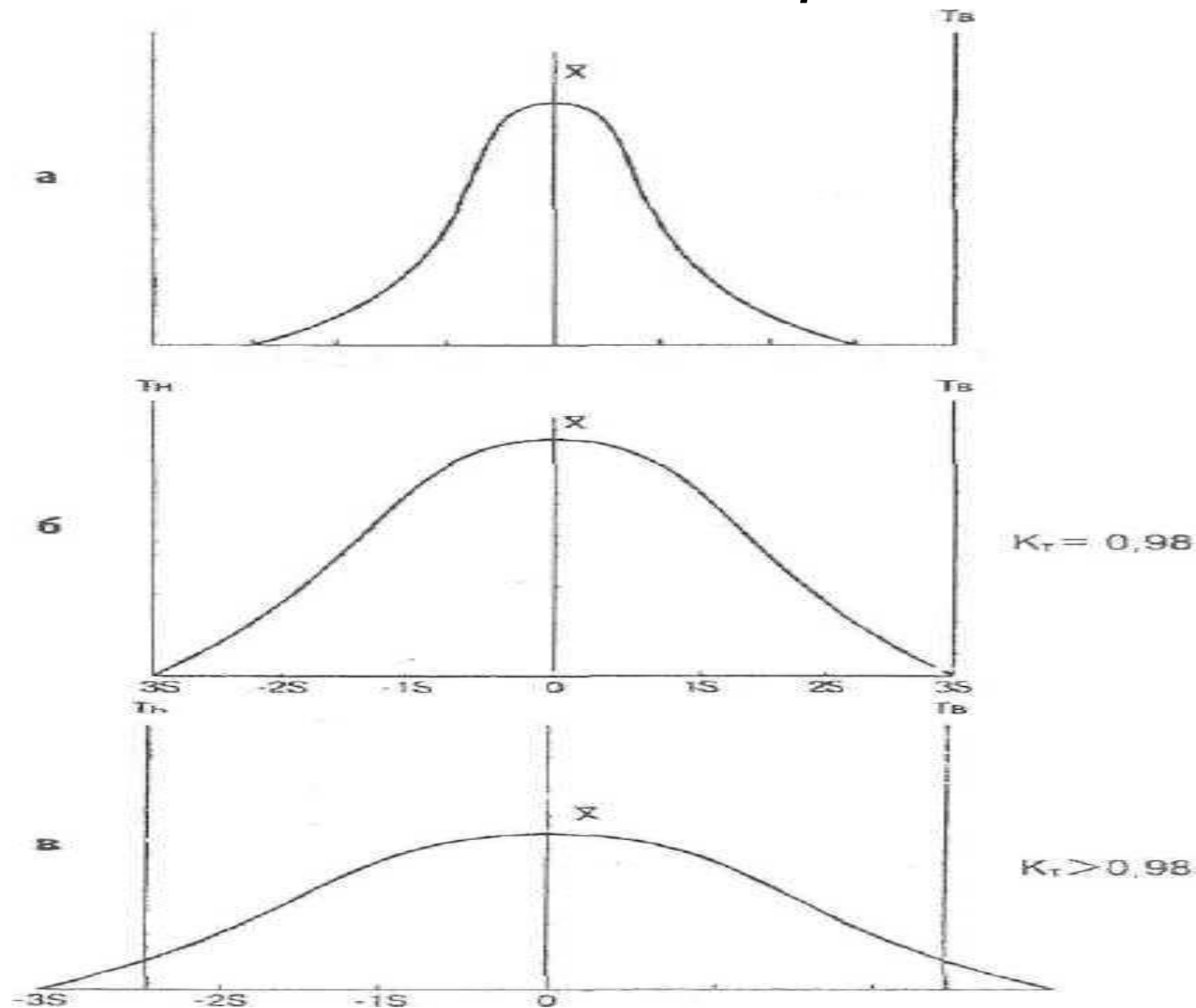
*На рис. \*3.19 а, б,*

*в*

*изображён коэффициент точности  
технологических процессов для случаев:*

- *а* — точность стабильна, поскольку имеет запас точности;
- *б* — целиком заполнено поле допуска, имеется опасение, что появятся дефектные изделия;
- *в* — по обе стороны допуска появляются дефектные изделия.

Рис. \*3.19. Коэффициент точности  $K_T$  технологических процессов



# В зарубежной литературе

отношение  $C_p$  принято называть *отношением* или *индексом годности*.

- Исследование воспроизводимости процесса с помощью  $C_p$  позволяет оценить качество процесса в соответствии с требованиями потребителя.
- Чем больше величина  $C_p$ , тем выше качество процесса и тем *меньше вероятность* его выхода (несоответствия ожиданиям потребителя).



# Коэффициент смещения

- Для оценки вклада *систематических изменений* в протекание процесса применяют *индекс годности*, который называют *коэффициентом смещения* ( $K$ ).
- С помощью  $K$  можно оценить изменение среднего значения распределения от его значения, заданного потребителем (рис. \*3.11),

# Коэффициент смещения

определяют по формуле:

- $$K = \frac{\Delta}{T/2} \quad (3)$$
- где  $\Delta$  — абсолютное смещение среднего значения контролируемого параметра от начала координат (см. рис. \*3.11).
- Чем меньше  $K$ , тем меньше вклад систематических изменений в ходе процесса.

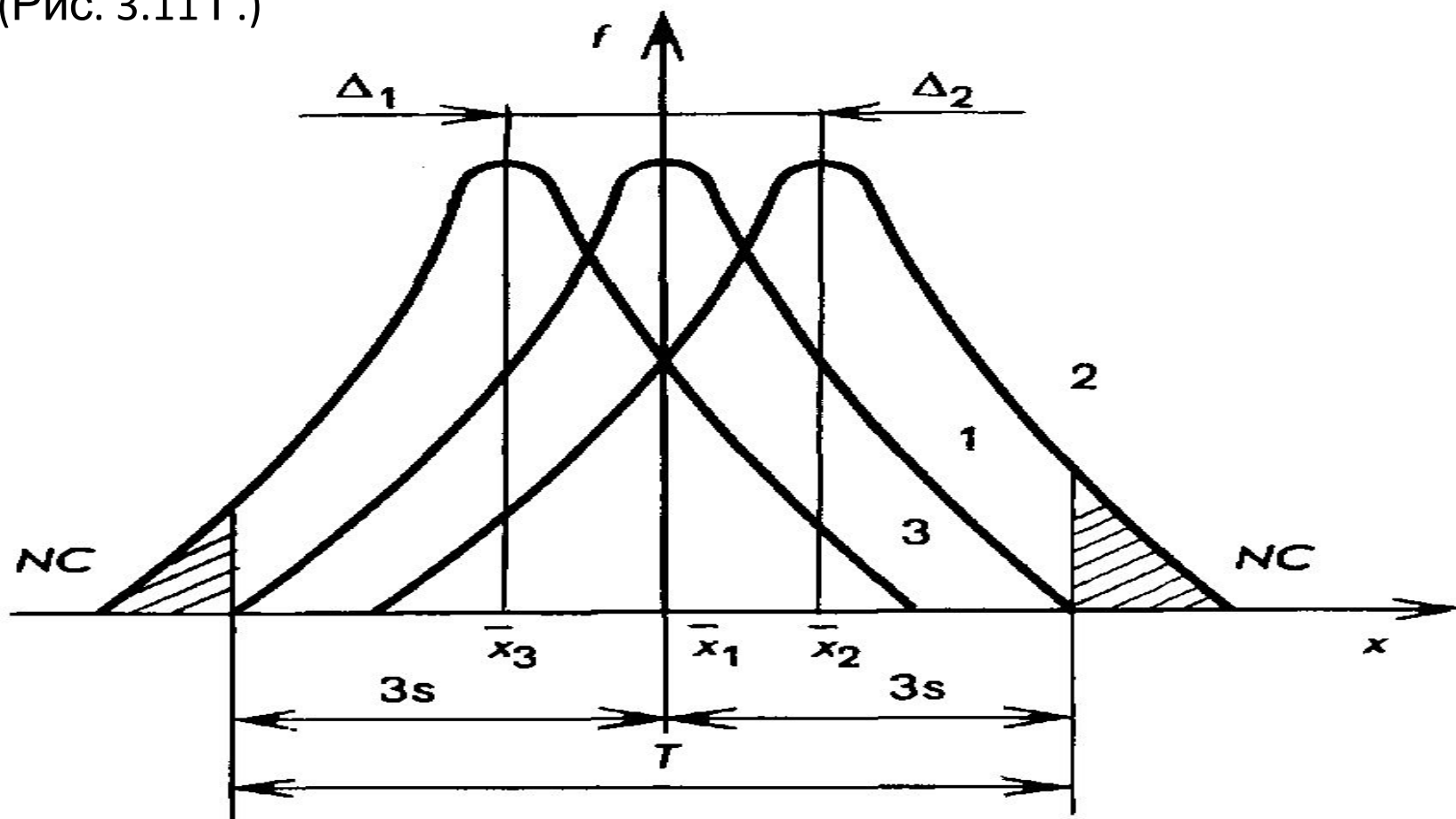
Гауссовское распределение погрешностей параметров качества процесса при различных значениях коэффициентов смещения:

1 — ( $K = 0$ );

2 — ( $K > 0$ );

3 — ( $K < 0$ );

$NC$  — относительное количество несоответствующих требованиям изделий, параметры качества которых выходят за границы поля допуска  $T$ . (Рис. 3.11 Г.)



# На практике часто

для оценки смещения среднего значения применяют индекс годности  $C_{pk}$ , когда в знаменателе выражения (3) вместо  $T$  используют  $C$ , а в числителе вместо  $\Delta$  подставляют наименьшее значение разности между средним значением и границей допуска [— либо  $(S_U - \dots)$ , либо  $(\dots - S_L)$ ]:

- $$C_{pk} = \min \left\{ \frac{S_U - \bar{X}}{C/2} \text{ или } \frac{\bar{X} - S_L}{C/2} \right\} \quad (4)$$

# Когда $X$ не смещено

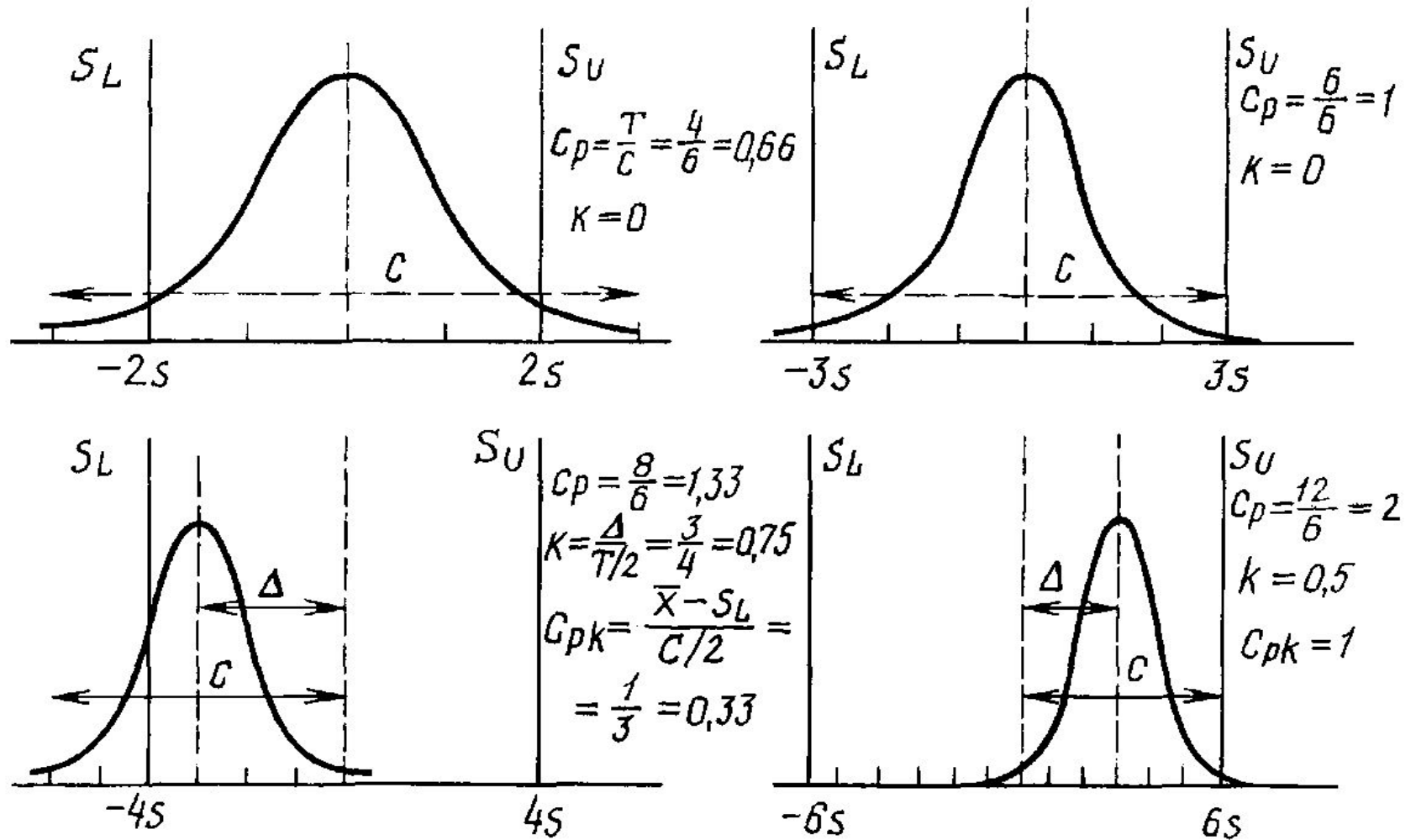
от центра поля допуска, т.е.  $(S_U - \dots) = (\dots - S_L)$ , то значение  $C_{pk}$  не подсчитывается, а изменчивость процесса в этом случае определяется только изменчивостью стандартного отклонения.

Различные значения индексов годности в зависимости от вида гауссовского распределения приведены на рис. \*3.12.

# Когда достаточно $C_p$ ?

- Для оперативной количественной оценки (рис. \*3.12) удовлетворительности хода процесса достаточно применения индекса годности  $C_p$  ; считают, что при:
- $C_p > 1,33$  — процесс в удовлетворительном состоянии;
- $1,00 < C_p < 1,33$  — процесс отвечает предъявляемым к нему требованиям;
- $C_p < 1,00$  — процесс не отвечает предъявляемым к нему требованиям.

Значения индексов годности в зависимости от параметров и  $S$  гауссовского распределения (Рис. \*3.12).



# (Нч) Пример составления

## гистограмм

### Проблема производителя

- На предприятии, производящем детали из листовых заготовок, после термообработки были обнаружены трещины на отдельных изготовленных деталях.

Требуется:

- быстро выяснить причину дефекта (иначе уровень всяческих потерь неизбежен);
- предотвратить его появление в дальнейшем (обозримом будущем).



Из ведущих специалистов предприятия создана группа экспертов, которая пришла к

**ВЫВОДУ:**

- *главными особыми причинами* возникновения дефекта могут быть:
  - - режим термообработки (отжиг),
  - - упрочнение деталей (закалка),
  - - неправильный контроль качества;
- *второстепенными особыми причинами дефекта* могут быть:
  - - тип "садки" – положения в печи,
  - - тип  $A_i$  детали (рессоры:  $A_1, A_2$ ),
  - - номер  $B_j$  смены ( $B_1, B_2$ ),
  - - неравномерность температуры в печи ( $T^{\circ}\text{C}$ ).

Построена диаграмма "причины-результат" (рис. \*5.4)



# Мероприятия (нч)

- Разработаны мероприятия по выявлению причин дефекта, в которых намечалось проведение ежедневно (в течение 16 рабочих дней) термообработки 4 партий (по 2 в каждой партии, отличающиеся способом садки) деталей с измерением их твердости (*НВ*).
- Планирование экспериментов производилось так, чтобы было варьирование вариантов термообработки по параметрам «деталь»  $A_1, A_2$  и «смена»  $B_1, B_2$ .

# Мероприятия (пр)

- Одновременно предложено измерить твердость *всех изготовленных деталей*, в которых в течение этих 16 дней были обнаружены трещины (независимо от того, попали ли эти детали в эксперимент).
- Результаты экспериментов отражены в табл. \*5.3.

# Результаты плановых экспериментов

День	Тип деталей А	Смена $B_i$	№ партии	8Садка С1 , НВ	Садка С 2, НВ	Твёрдост ь деталей с трещина- ми, НВ
1	<b>A1</b>	<b>B1</b>	1	396	420	460
			2	396	421	
		<b>B2</b>	3	408	423	
			4	408	438	
2	<b>A1</b>	<b>B1</b>	5	493	400	450
			6	401	399	
		<b>B2</b>	7	404	438	
			8	396	429	
3	<b>A1</b>	<b>B1</b>	9	385	410	451 451;453
			10	391	432	
		<b>B2</b>	11	377	407	
			12	378	410	
...	...	...	...	...		

# Результаты плановых экспериментов (нч)

День	Тип деталей А	Смена В <sub>і</sub>	№ партии	Садка С1 , НВ	Садка С 2, НВ	Твёрдос ть деталей с трещина- ми, НВ
1	<b>А1</b>	<b>В1</b>	1	396	420	460
			2	396	421	
		В2	3	408	423	
			4	408	438	
2	<b>А1</b>	<b>В1</b>	5	493	400	450
			6	401	399	
		В2	7	404	438	
			8	396	429	
3	<b>А1</b>	<b>В1</b>	9	385	410	451 451;453
			10	391	432	
		В2	11	377	407	
			12	378	410	
...	...	...	...	...		

День	Тип детали <i>A</i>	Смена <i>B</i>	№ партии	Садка <i>C<sub>1</sub>, HB</i>	Садка <i>C<sub>2</sub>, HB</i>	Твердость деталей с трещинами, <i>HB</i>
4	<i>A<sub>1</sub></i>	<i>B<sub>1</sub></i>	13	387	421	456, 443
			14	397	422	
		<i>B<sub>2</sub></i>	15	397	397	462, 446, 456
			16	384	404	
5	<i>A<sub>2</sub></i>	<i>B<sub>1</sub></i>	17	402	391	
			18	398	401	
		<i>B<sub>2</sub></i>	19	393	382	
			20	381	366	
6	<i>A<sub>2</sub></i>	<i>B<sub>1</sub></i>	21	392	411	
			22	382	399	
		<i>B<sub>2</sub></i>	23	395	402	
			24	407	381	
7	<i>A<sub>2</sub></i>	<i>B<sub>1</sub></i>	25	413	392	
			26	387	392	
		<i>B<sub>2</sub></i>	27	394	400	
			28	401	409	

День	Тип детали <i>A</i>	Смена <i>B</i>	№ партии	Садка <i>C<sub>1</sub>, HB</i>	Садка <i>C<sub>2</sub>, HB</i>	Твердость деталей с трещинами, <i>HB</i>
8	<i>A<sub>2</sub></i>	<i>B<sub>1</sub></i>	29	401	404	
			30	400	405	
		<i>B<sub>2</sub></i>	31	414	418	
			32	406	407	
9	<i>A<sub>1</sub></i>	<i>B<sub>1</sub></i>	33	406	418	453, 457
			34	397	421	
		<i>B<sub>2</sub></i>	35	436	419	
			36	400	454	454, 449
10	<i>A<sub>1</sub></i>	<i>B<sub>1</sub></i>	37	390	432	
			38	387	422	450
		<i>B<sub>2</sub></i>	39	398	409	
			40	378	419	
11	<i>A<sub>1</sub></i>	<i>B<sub>1</sub></i>	41	390	420	
			42	417	430	445, 458, 473
		<i>B<sub>2</sub></i>	43	373	419	446, 457, 455
			44	385	395	465, 458



День	Тип детали <b>A</b>	Смена <b>B</b>	№ партии	Садка <i>c<sub>1</sub>, HB</i>	Садка <i>c<sub>2</sub>, HB</i>	Твердость деталей с трещинами, <i>HB</i>
12	<i>A<sub>1</sub></i>	<i>B<sub>1</sub></i>	45	394	406	460, 455
			46	391	410	
		<i>B<sub>2</sub></i>	47	385	413	
			48	378	419	
13	<i>A<sub>2</sub></i>	<i>B<sub>1</sub></i>	49	411	403	
			50	410	392	
		<i>B<sub>2</sub></i>	51	385	370	
			52	398	393	
14	<i>A<sub>2</sub></i>	<i>B<sub>1</sub></i>	53	394	395	
			54	397	419	
		<i>B<sub>2</sub></i>	55	409	406	
			56	397	404	
15	<i>A<sub>2</sub></i>	<i>B<sub>1</sub></i>	57	406	399	
			58	411	415	
		<i>B<sub>2</sub></i>	59	385	386	
			60	408	418	
16	<i>A<sub>2</sub></i>	<i>B<sub>1</sub></i>	61	387	410	
			62	395	401	
		<i>B<sub>2</sub></i>	63	410	395	
			64	400	400	

# По результатам всех измерений твердости

была построена общая гистограмма (рис. \*5.5).

- Гистограмма демонстрирует приблизительно нормальное распределение, причем все образцы лежат внутри границ поля допуска твердости. Вместе с тем трещины обнаруживаются у образцов, имеющих высокую твердость, хотя многие из них попадают в поле допуска.

Рис. \*5.5. Общая гистограмма  
распределения твердости ( $S_i - S_u$ ) поля  
допуска  $T$

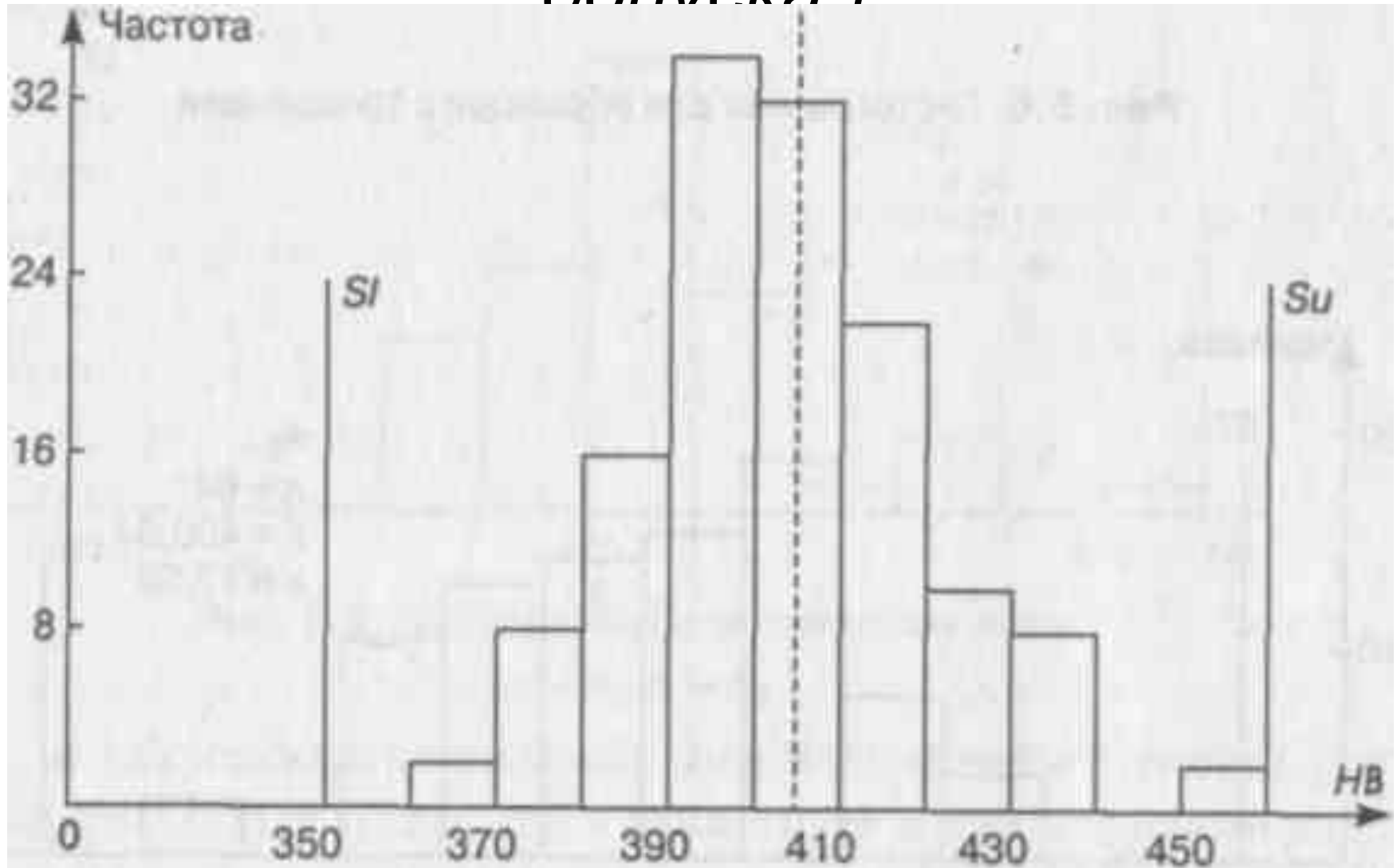
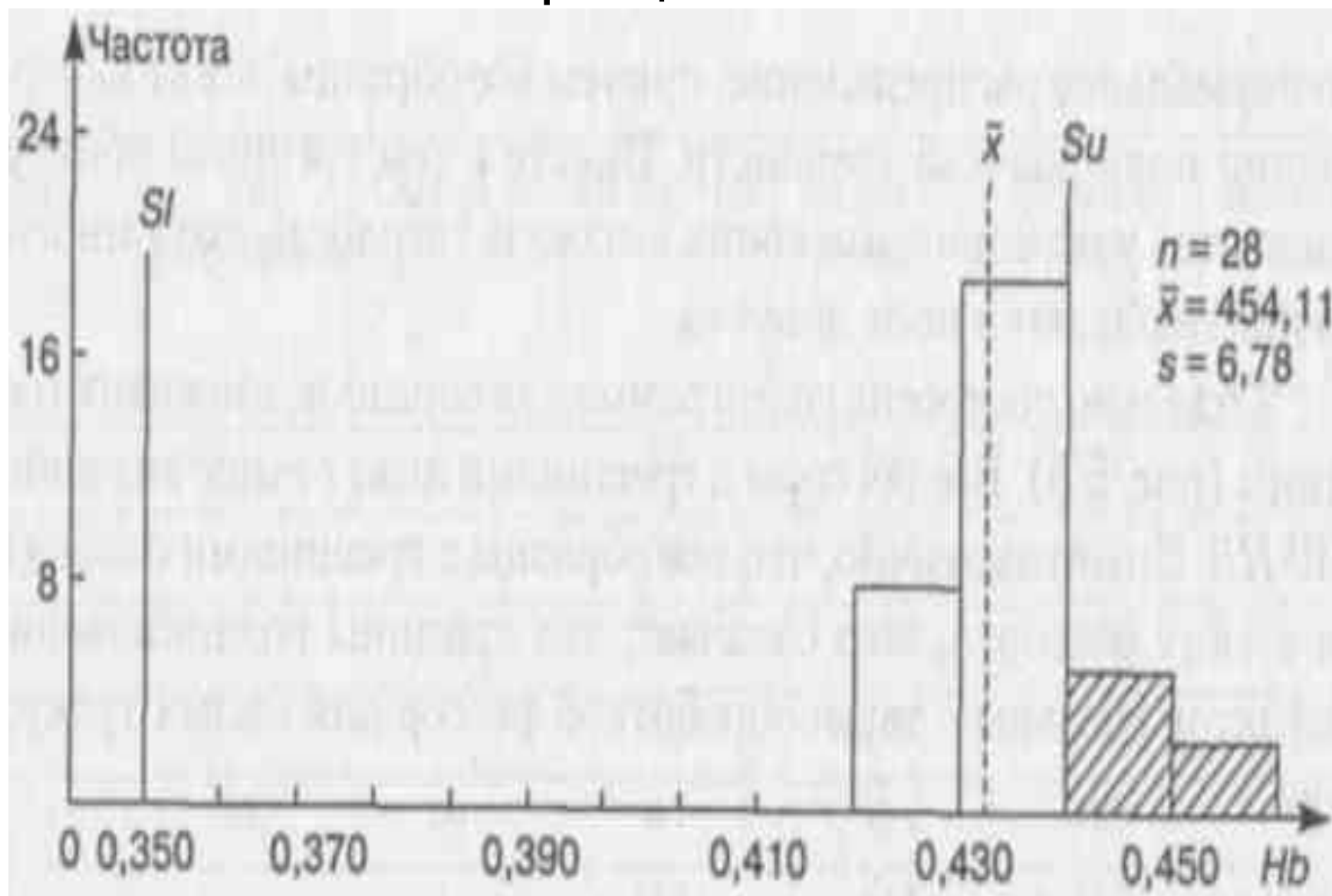


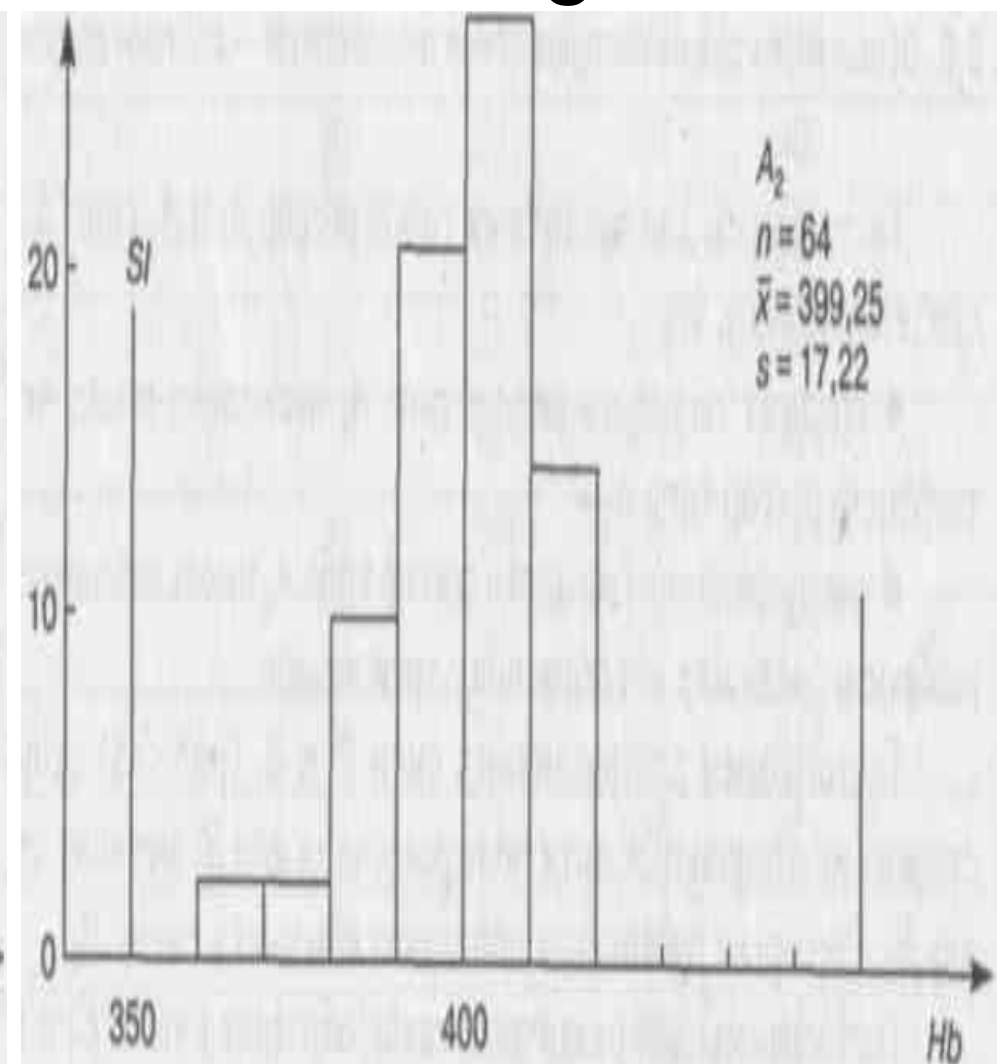
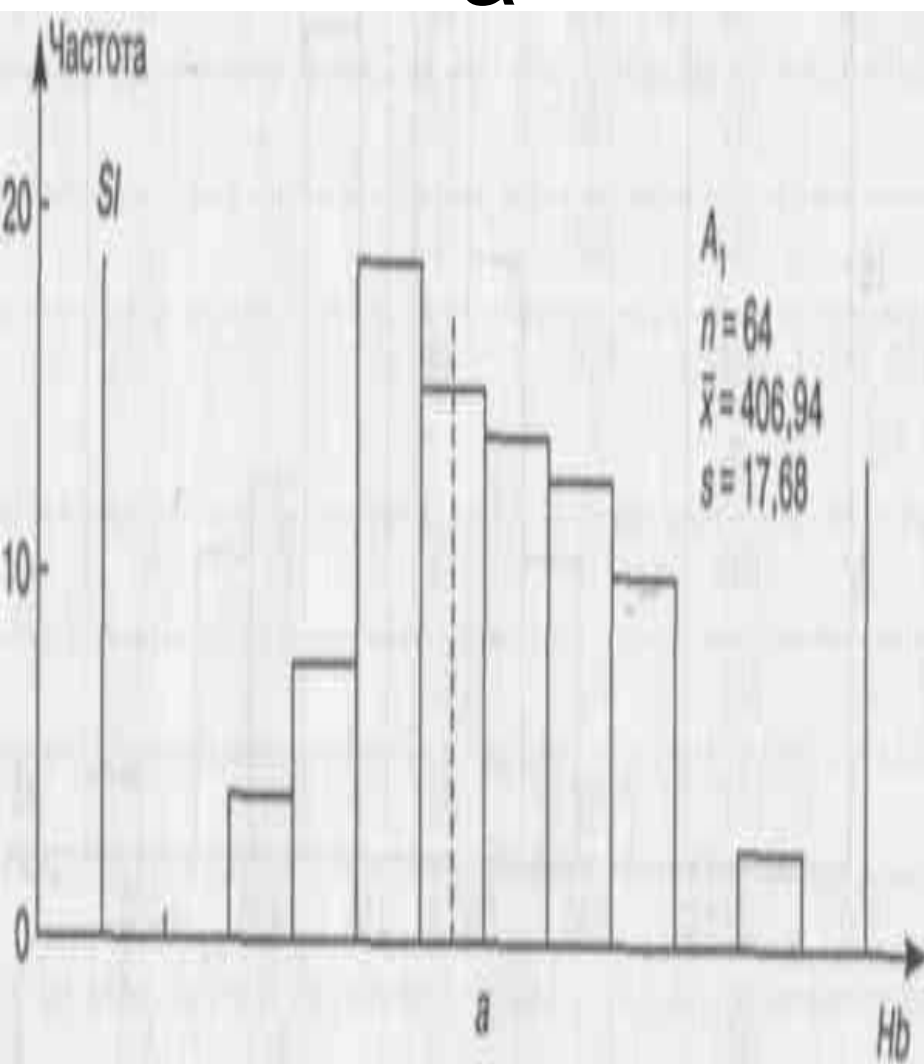
Рис. \*5.6. Гистограмма для образцов с трещинами



# Детали

- Гистограммы для различных типов деталей **A1** и **A2** (рис. \*5.7) свидетельствуют, что:
- ■ средняя твердость деталей типа A1 несколько выше, чем твердость деталей типа A2 ;
- ■ распределение твердости деталей типа A2 имеет небольшой разброс и среди них нет образцов с трещинами.

Рис. \*5.7. Гистограммы для различных типов деталей: а —  $A_1$ ; б —  $A_2$



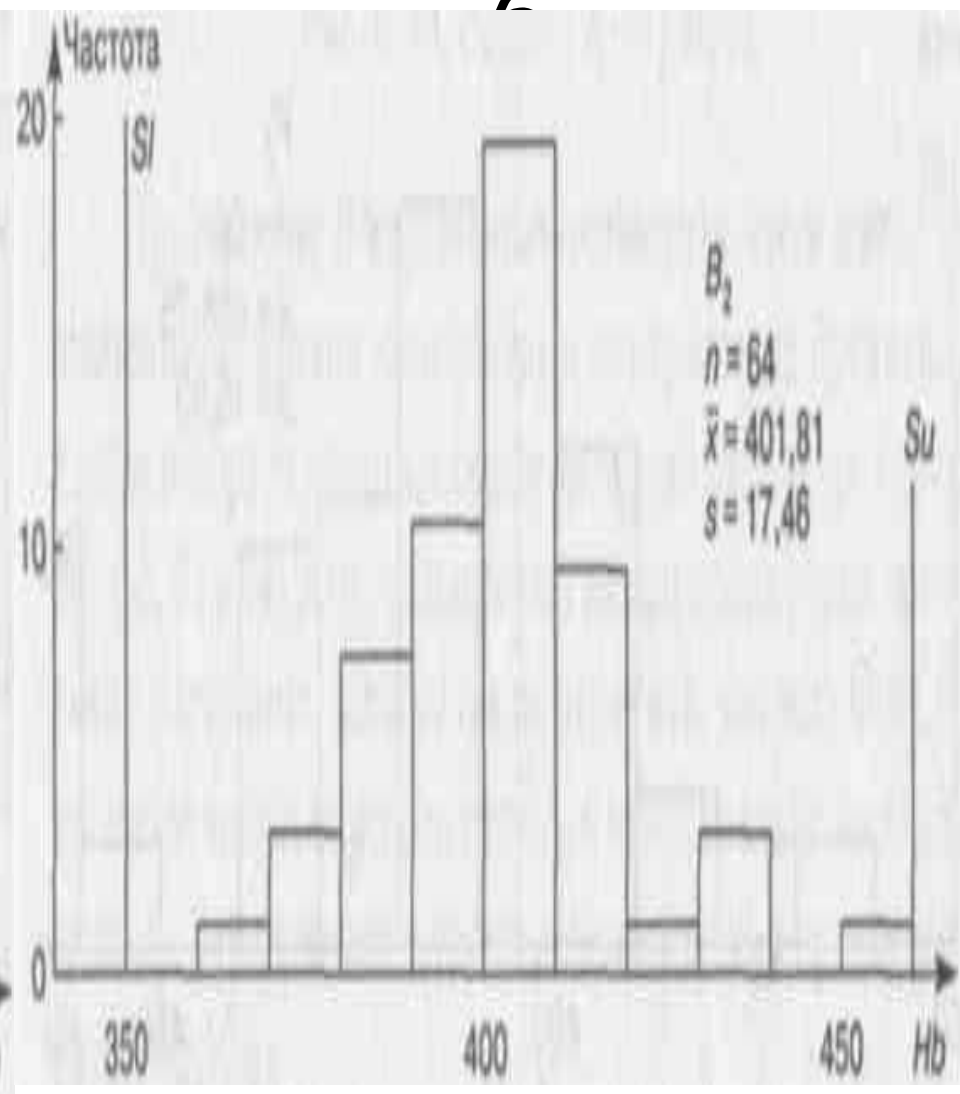
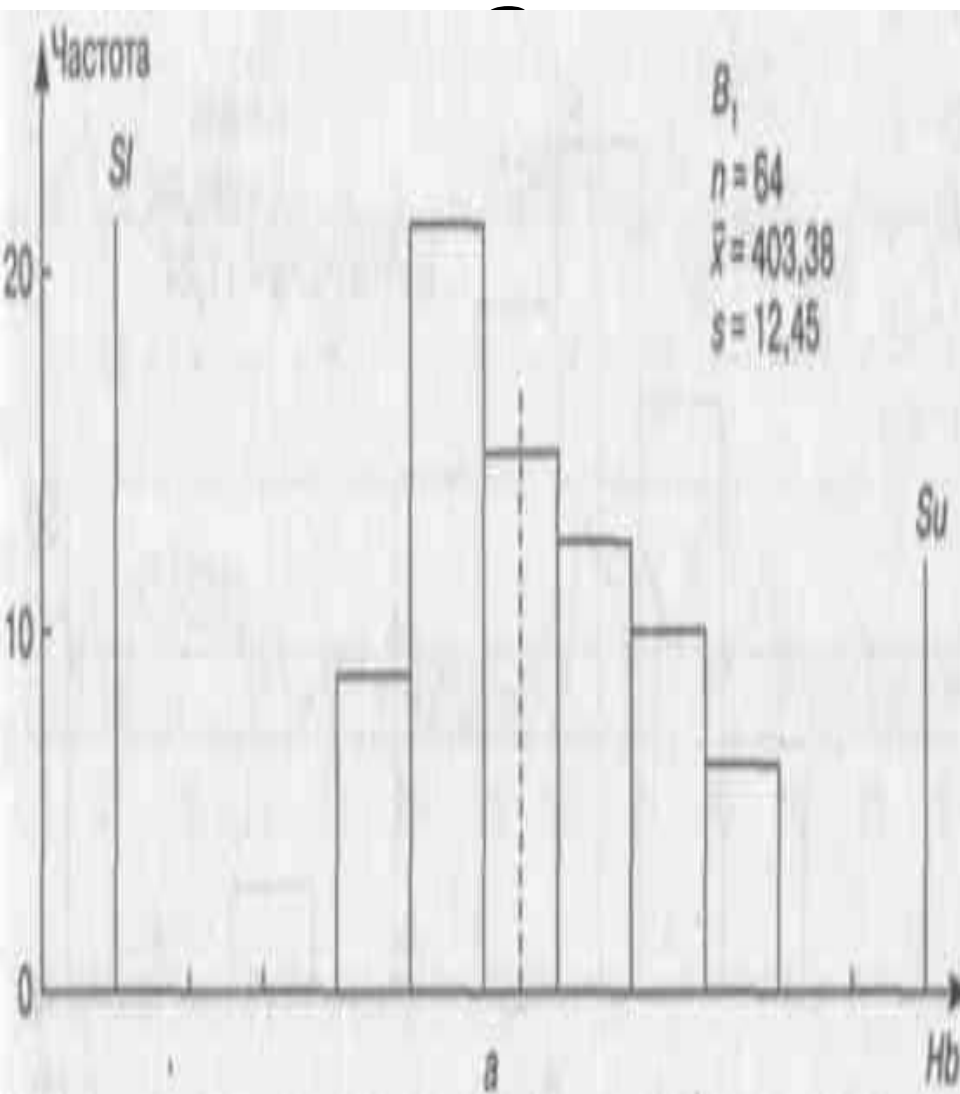
# Смены

- Гистограммы для различных смен *B1* и *B2* (рис. \*5.8) существенно не отличаются, хотя поле рассеяния для *B1* меньше, чем для *B2*.
- Детали с трещинами попадают только в смену *B2*.

рис. 3.3. Гистограммы для различных

смен:

а —  $B_1$ ; б —  $B_2$

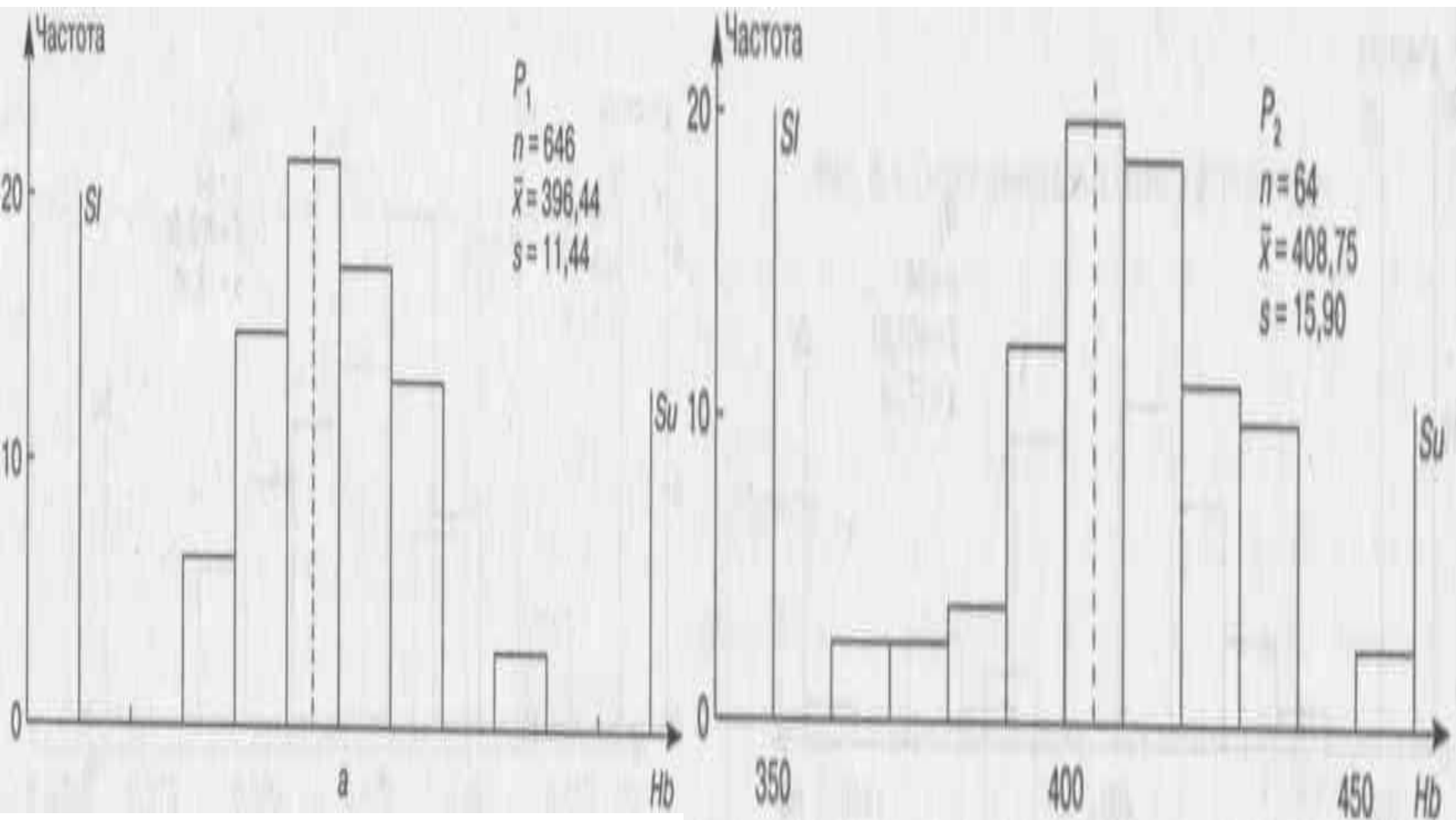




# Садки

- Гистограммы для различных садок образцов в печи *C1* и *C2* (рис. \*5.9) *показывают, что:*
- ■ средняя твердость образцов *C1*, взятых из середины печи, меньше, чем твердость образцов *C2*, находящихся у стенок, и *вариация — меньше;*
- ■ потрескались только образцы, взятые возле стенок *C2* (это свидетельствует о *наличии в печи неравномерности температуры, поэтому образцы, расположенные у стенок приобретают*

Рис. \*5.9. Гистограммы для различных положений печи для термообработки: а —  $P_1$ ; б —  $P_2$



# Анализ гистограмм факторов $A$ и $B$

для различных комбинаций факторов  $A$  и  $B$  показал:

- - что комбинация  $A2B1$  имеет наименьшее рассеяние твердости образцов;
- - самые большие рассеяния связаны с комбинациями, в которых присутствует  $A1$ .

Анализ гистограмм факторов *A*, *B*  
*и C*  
для различных комбинаций факторов *A*, *B* и  
*C* показал:

- ■ средняя твердость образцов типа *A1* явно выше для положения *C2*, чем для положения *C1*;
- ■ средняя твердость образцов типа *A2* практически не зависит от их положения в печи;
- ■ все комбинации с *A2* концентрируются вокруг середины поля допуска твердости и имеют малую вариацию.

# Окончательные выводы

для рассмотренного примера, можно сделать ограничившись анализом гистограмм, приведённых выше.

Однако представляет интерес и анализ процесса с применением контрольных карт, учитывая, что в этом случае имеют место свои специфические методы исследования, позволяющие получить лучшее понимание причин проблемы и путей её решения (см. «Контрольные карты»).

# Приложение

**Т а б л и ц а 3.2. Пробивные напряжения в вольтах диэлектрических слоев 160  
однотипных МОП-структур**

191	197	195	197	194	194	193	203	203	198
199	198	196	187	191	194	195	197	193	210
189	196	198	202	195	192	197	197	199	192
188	193	187	198	195	187	180	197	202	187
188	196	197	196	188	188	191	203	188	198
195	179	182	193	201	199	186	190	198	195
187	187	191	204	193	196	195	187	187	201
201	201	192	193	198	202	193	186	194	197
188	197	190	185	184	196	201	209	188	194
199	207	188	191	193	183	189	197	190	208
185	201	199	205	190	198	198	203	189	195
193	206	192	197	192	184	188	202	204	181
193	196	201	205	193	193	193	207	199	193
193	190	197	198	104	205	194	197	200	205
187	188	191	209	198	199	192	190	196	203
202	205	196	198	199	202	193	190	193	195

Т а б л и ц а 3.3. Упорядоченный статистический ряд наблюдений, составленный по результатам измерений пробивного напряжения диэлектрических слоев 160 однотипных МОП-структур

х	Количество наблюдений	т	х	Количество наблюдений	т
179	/	1	195	////////	9
180	/	1	196	////////	8
181	/	1	197	////////////////	14
182	/	1	198	////////	10
183	/	1	199	////////	10
184	//	2	200	/	1
185	//	2	201	////////	7
186	//	2	202	/////	6
187	////////	9	203	////	5
188	////////	10	204	///	3
189	///	3	205	////	5
190	////////	7	206	/	1
191	/////	6	207	//	2
192	/////	6	208	/	1
193	////////////////	17	209	//	2
194	/////	6	210	/	1



Таблица 3.4. Способы объединения наблюдаемых значений показателей качества

Способ 1		Способ 2		Способ 3	
Середина интервала	$m_i$	Середина интервала	$m_i$	Середина интервала	$m_i$
179	3	178	2	177	1
180    180		179    179		178    178	
181		180		179	
182	4	181	3	180	3
183    183		182    182		181    181	
184		183		182	
и т.д.		и т.д.		и т.д.	

# Три способа объединения показателей

## (пр)

Способ 1		Способ 2		Способ 3	
Середина интервала	$m_i$	Середина интервала	$m_i$	Середина интервала	$m_i$
179	3	178	2	177	1
180 } 180		179 } 179		178 } 178	
181		180		179	
182	4	181	3	180	3
183 } 183		182 } 182		181 } 181	
184		183		182	
и т.д.		и т.д.		и т.д.	

z

xxx

Гистограмма полигон кривая плотности распределения...