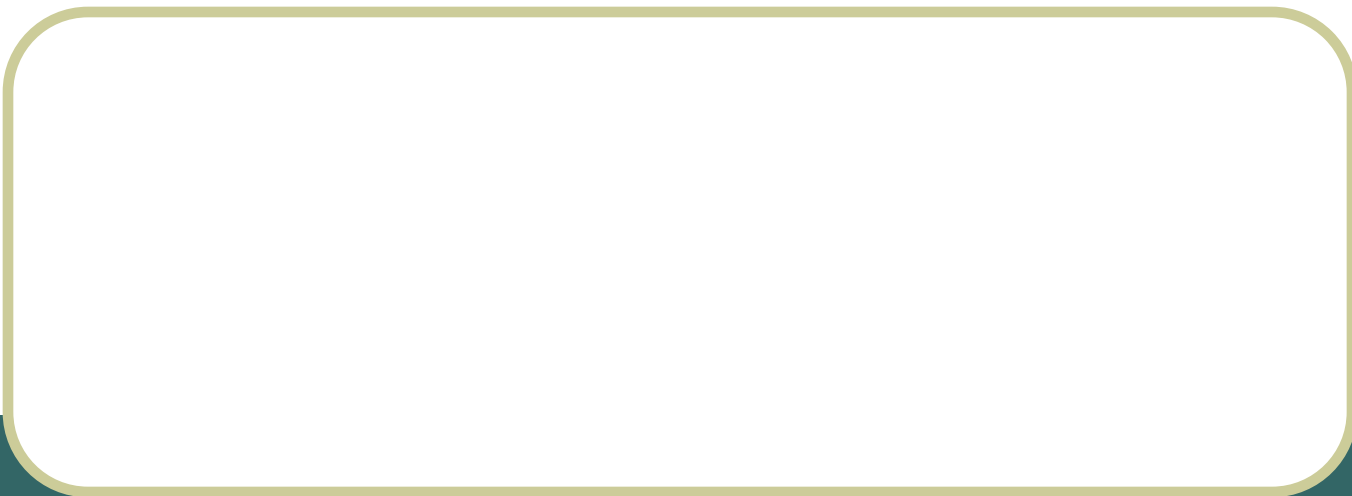


Средние величины



План лекции:

- 5.1. Сущность и значение средней величины
- 5.2. Виды средних величин
- 5.3. Средняя арифметическая
- 5.4. Средняя гармоническая
- 5.5. Средняя геометрическая
- 5.6. Средняя квадратическая
- 5.7. Степенные средние
- 5.8. Структурные средние (мода и медиана)

Средняя величина

- представляет собой обобщенную количественную характеристику признака в статистической совокупности в конкретных условиях места и времени.

Категорию средней можно раскрыть через понятие ее определяющего свойства.

- Эту величину можно представить в виде функции:

- $$f (X_1, X_2, \dots, X_n)$$

- Если в приведенной выше функции все величины $X_1, X_2, \dots, X_n$ заменить их средней величиной X , то значение этой функции должно остаться прежним:

$$f (X_1, X_2, \dots, X_n) = f (X, X, \dots, X)$$

исходное соотношение средней (ИСС)

- На практике определить среднюю во многих случаях можно через **исходное соотношение средней (ИСС)** или ее логическую формулу:

ИСС = Суммарное значение или объем усредняемого признака
Число единиц или объем совокупности.

формы средней величины:

- средняя арифметическая,
- средняя гармоническая,
- средняя геометрическая,
- средняя квадратическая, кубическая и.т.д.
- Перечисленные средние объединяются в общей формуле **средней степенной** (при различной величине k):

$$\bar{X} = \sqrt[k]{\frac{\sum x^k f_i}{\sum f_i}}$$

Средняя арифметическая простая (невзвешенная).

- Эта форма средней используется в тех случаях, когда расчет осуществляется по несгруппированным данным.

Торговый центр	А	Б	В	Г	Д
Товарооборот (млн.сум)	130	142	125	164	127

Для того, чтобы определить средней месячный товарооборот в расчете на один центр, необходимо воспользоваться следующим исходным соотношением:

$$\text{ИСС} = \frac{\text{Общий объем товарооборота (млн. сум.)}}{\text{Число торговых центров}}$$

Запишем формулу данной средней

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n} = \frac{\sum X_i}{n}$$

С учетом имеющихся данных
получим:

$$\bar{X} = \frac{130 + 142 + 125 + 164 + 127}{5} = 137,6 \text{ млн. сум}$$

Рассмотрим следующий пример: **Продажа акций АО “Дока-хлеб”** на торгах фондовой биржи (данные условные)

Сделка	Количество проданных акции, шт	Курс продажи
1	500	1080
2	300	1050
3	1100	1145

ИСС= Общая сумма сделок (сум)

- Количество проданных акций (шт)

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i}$$

$$\bar{X} = \frac{1080 \times 500 + 1050 \times 300 + 1145 \times 1100}{500 + 300 + 1100} = \frac{2114500}{1900} = 1112.9$$

Расчет средней в интервальном ряду

Возраст (лет)	Число менеджеров (чел).
до 25	7
25-30	13
30-40	38
40-50	42
50-60	16
60-и более	5
Итого	121

$$\overline{X} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i}$$

$$\overline{X} = \frac{22.5 \times 7 + 27.5 \times 13 + 35 \times 38 + 45 \times 42 + 55 \times 16 + 65 \times 5}{7 + 13 + 38 + 42 + 16 + 5} = 41$$

Свойства средней арифметической

- 1. Произведение средней на сумму частот равно сумме произведений отдельных вариантов на соответствующим им частоты:**

$$\bar{X} \sum f_i = \sum X_i f_i$$

-
- **2. Сумма отклонений индивидуальных значений признака от средней арифметической равна нулю:**

$$\sum (X_i - \bar{X}) f_i = 0$$

-
- **Сумма квадратов отклонений индивидуальных значений признака от средней арифметической меньше, чем сумма квадратов их отклонений от любой другой произвольной величины С:**

$$\begin{aligned}\sum (X_i - C)^2 f_i &= \sum (X_i - \bar{X} - C)^2 f_i = \sum \left[(X_i - \bar{X}) + (\bar{X} - C) \right]^2 f_i = \\ &= \sum \left[(X_i - \bar{X})^2 + 2(X_i - \bar{X})(\bar{X} - C) + (\bar{X} - C)^2 \right] f_i = \sum (X_i - \bar{X})^2 f_i + \\ &+ 2 (\bar{X} - C) \sum (X_i - \bar{X}) f_i + \sum (\bar{X} - C)^2 f_i\end{aligned}$$

-
- Следовательно сумма квадратов отклонений индивидуальных значений признака от произвольной величины C больше суммы квадратов их отклонений от своей средней на величину

$$\sum (\bar{X} - C)^2 f_i \quad \text{или} \quad (\bar{X} - C)^2 \sum f_i$$

-
- Если все усредняемые варианты уменьшить или увеличить на постоянное число, А, то средняя арифметическая соответственно уменьшится или увеличится на ту же величину:

$$\frac{\sum (X_i + A)f_i}{\sum f_i} = \frac{\sum X_i f_i}{\sum f_i} \pm \frac{\sum A f_i}{\sum f_i} = \bar{X} \pm A$$

-
- Если все варианты значений признака уменьшит или увеличить в A раз, то средняя также соответственно увеличится или уменьшится A раз:

$$\frac{\sum \frac{X_i}{A} f_i}{\sum f_i} = \frac{\frac{1}{A} \sum X_i f_i}{\sum f_i} = \frac{1}{A} \bar{X}$$

-
- Если все веса уменьшить или увеличить в A раз, то средняя арифметическая от этого не изменится:

$$\frac{\sum X_i \frac{f_i}{A}}{\sum \frac{f_i}{A}} = \frac{\frac{1}{A} \sum X_i f_i}{\frac{1}{A} \sum f_i} = \bar{X}$$

Средняя гармоническая взвешенная.

- Данная форма используется, когда известен числитель исходного соотношения средней, но неизвестен его, знаменатель.

$$\overline{X} = \frac{\sum \omega_i}{\sum \frac{\omega_i}{X_i}}$$

Средняя гармоническая невзвешенная

- Эта форма средней, используемая значительно реже, имеет следующий вид:

$$\overline{X} = \frac{n}{\sum \frac{1}{X_i}}$$

Средняя геометрическая.

- Еще одной формулой, по которой может осуществляться расчет среднего показателя, является средняя геометрическая:

$$\overline{X} = \sqrt[K]{X_1 \cdot X_2 \cdot X_3 \cdot \dots \cdot X_K} = \sqrt[K]{\prod X_i}$$

$$X = \sqrt[m]{X_1^{m1} \cdot X_2^{m2} \cdot X_3^{m3} \cdot \dots \cdot X_K^{mi}} = \sqrt[m]{\prod X_i^{mi}}$$

Средняя квадратическая.

- В основе вычислений ряда сводных статистических показателей лежит средняя квадратическая.

$$\bar{X} = \sqrt{\frac{\sum X_i^2}{n}}$$

$$\bar{X} = \sqrt{\frac{\sum X_i^2 f_i}{\sum f_i}}$$

Структурные средние

- **Мода** представляет собой значение изучаемого признака, повторяющееся и наибольшей частотой.
- **Медианой** называется значение признака, приходящееся на середину ранжированной (упорядоченной) совокупности.

Главное свойство медианы

- заключается в том, что сумма абсолютных отклонений значений признака от медианы меньше, чем от любой другой величины:

$$\sum |X_i - Me| = \min$$

Определение моды и медианы по интервальным рядам

- Мода

$$M_o = X_o + I \times \frac{(f_{Mo} - f_{Mo-1})}{(f_{Mo} - f_{Mo-1}) + (f_{Mo} - f_{Mo+1})}$$

где X_o — нижняя граница модального интервала (модальным называется интервал, имеющий наибольшую частоту)

i - величина модального интервала:

f_{Mo} - частота модального интервала,

f_{Mo-1} - частота интервала, предшествующего модальному:

f_{Mo+1} - частота интервала, следующего за модальным.

- Медиана.

$$Me = X_o + I \times \frac{\frac{1}{2} \sum f_i - S_{Me-1}}{f_{Me}}$$

где X_o - нижняя граница медианного интервала (медианным называется первый интервал, накопленная частота которого превышает половину общей суммы частот);

I - величина медианного интервала:

S_{me-1} - накопленная частота интервала, предшествующего медианному;

f_{me} - частота медианного интервала.