

## Вектор электрической индукции $D$

$$\left. \begin{array}{l} \operatorname{div}(\varepsilon_0 \mathbf{E}) = \rho + \rho_\varepsilon \\ \rho_\varepsilon = -\operatorname{div}(\mathbf{p}) \end{array} \right\} \longrightarrow \operatorname{div}(\varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{p}) = \rho$$

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{p}$$

– вектор *электрической индукции*

Вектор  $D$  – вспомогательный вектор, *не связанный* с каким-либо физическим объектом. С его помощью во многих случаях упрощается изучение поля в диэлектрике.

В общем случае диэлектрик изменяет не только величину, но и конфигурацию электрического поля.

## Вектор электрической индукции $\mathbf{D}$

### Теорема Гаусса для вектора $\mathbf{D}$

$$\operatorname{div}(\mathbf{D}) = \rho$$

– теорема Гаусса для вектора  $\mathbf{D}$   
(дифференциальная форма)

$$\Rightarrow \int \operatorname{div}(\mathbf{D}) dV = \int \rho dV \quad \left\{ \begin{array}{l} \int \operatorname{div}(\mathbf{D}) dV = \oint \mathbf{D} d\mathbf{S} \\ \int \rho dV = q^{(i)} \end{array} \right. \Rightarrow$$

$$\oint \mathbf{D} d\mathbf{S} = q^{(i)}$$

– теорема Гаусса для вектора  $\mathbf{D}$   
(интегральная форма)

## Вектор электрической индукции $D$

### Связь между $E$ и $D$

В случае диэлектриков, для которых

$$\mathbf{p} = \chi \varepsilon_0 \mathbf{E} \quad \longrightarrow$$

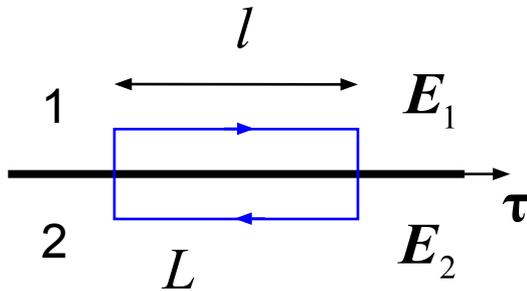
$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{p} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \chi \varepsilon_0 \mathbf{E} = (1 + \chi) \varepsilon_0 \mathbf{E} \quad \longrightarrow$$

$$\mathbf{D} = \varepsilon \varepsilon_0 \mathbf{E}$$

$\varepsilon = 1 + \chi$  – диэлектрическая проницаемость

## Граничные условия

### 1 граничное условие



По теореме о циркуляции вектора  $E$

$$\oint E dr = 0$$

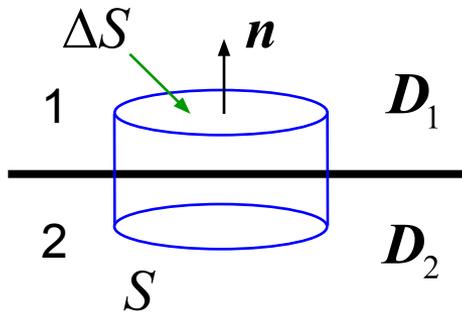
Стягиваем контур  $L$  к границе  $\longrightarrow$

$$\oint E dr \rightarrow (E_{1\tau} - E_{2\tau})l \longrightarrow$$

$$E_{1\tau} = E_{2\tau}$$

## Граничные условия

### 2 граничное условие



По теореме Гаусса для вектора  $\mathbf{D}$   
(на поверхности  $\sigma = 0$ )

$$\oiint \mathbf{D} d\mathbf{S} = 0$$

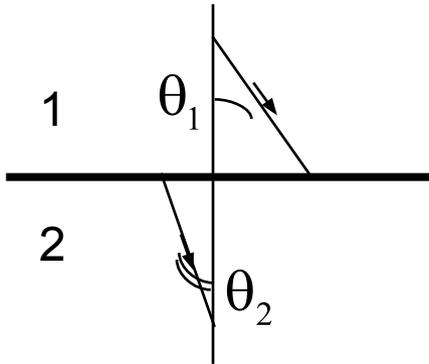
Стягиваем основания цилиндра  $S$  к границе  $\longrightarrow$

$$\oiint \mathbf{D} d\mathbf{S} \rightarrow (D_{1n} - D_{2n})\Delta S \quad \longrightarrow$$

$$D_{1n} = D_{2n}$$

## Граничные условия

### Преломление линий $E$ и $D$



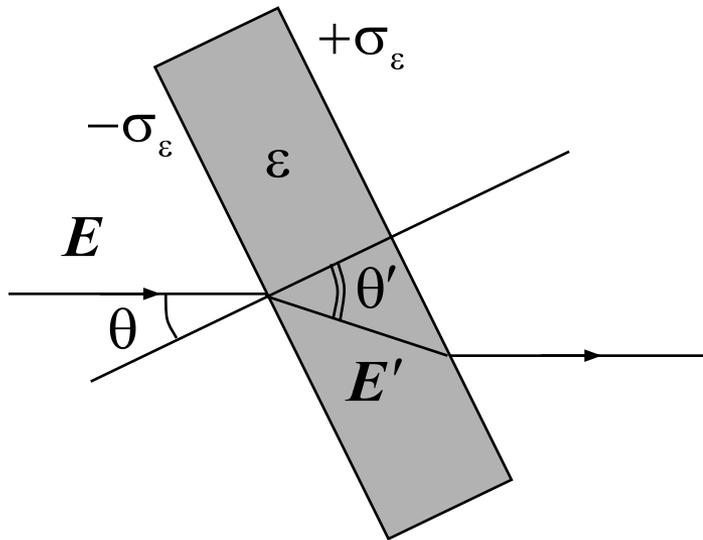
$$\left. \begin{aligned} E_{1\tau} &= E_{2\tau} \\ D_{1n} &= D_{2n} \end{aligned} \right\} \rightarrow$$

$$\left. \begin{aligned} E_1 \sin \theta_1 &= E_2 \sin \theta_2 \\ \varepsilon_0 \varepsilon_1 E_1 \cos \theta_1 &= \varepsilon_0 \varepsilon_2 E_2 \cos \theta_2 \end{aligned} \right\} \rightarrow$$

$$\frac{\operatorname{tg} \theta_1}{\operatorname{tg} \theta_2} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}$$

## Граничные условия

### Плоскопараллельная пластинка диэлектрика в электрическом поле



Согласно граничным условиям

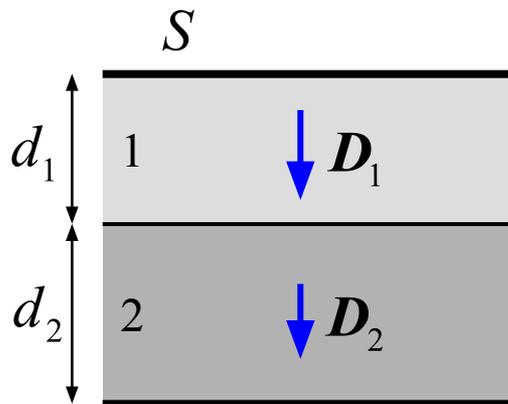
$$\left. \begin{aligned} E'_\tau &= E \sin \theta \\ D'_n &= D \cos \theta \end{aligned} \right\} \rightarrow$$

$$\left. \begin{aligned} E'_\tau &= E \sin \theta \\ \epsilon \epsilon_0 E'_n &= \epsilon_0 E \cos \theta \end{aligned} \right\} \rightarrow$$

$$E' = \sqrt{E'^2_\tau + E'^2_n} = E \sqrt{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta / \epsilon^2}$$

## Граничные условия

### Емкость “слоёного” конденсатора



1) Из граничного условия для  $\mathbf{D}$

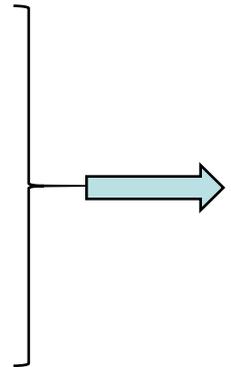
$$D_1 = D_2 = D$$

2) Из теоремы Гаусса для  $\mathbf{D}$

$$D = \sigma = \frac{q}{S}$$

3)  $U = E_1 d_1 + E_2 d_2 = \frac{D}{\epsilon_1 \epsilon_0} d_1 + \frac{D}{\epsilon_2 \epsilon_0} d_2$

$$\frac{1}{C} = \frac{U}{q} = \frac{d_1}{\epsilon_1 \epsilon_0 S} + \frac{d_2}{\epsilon_2 \epsilon_0 S} \quad \text{или}$$

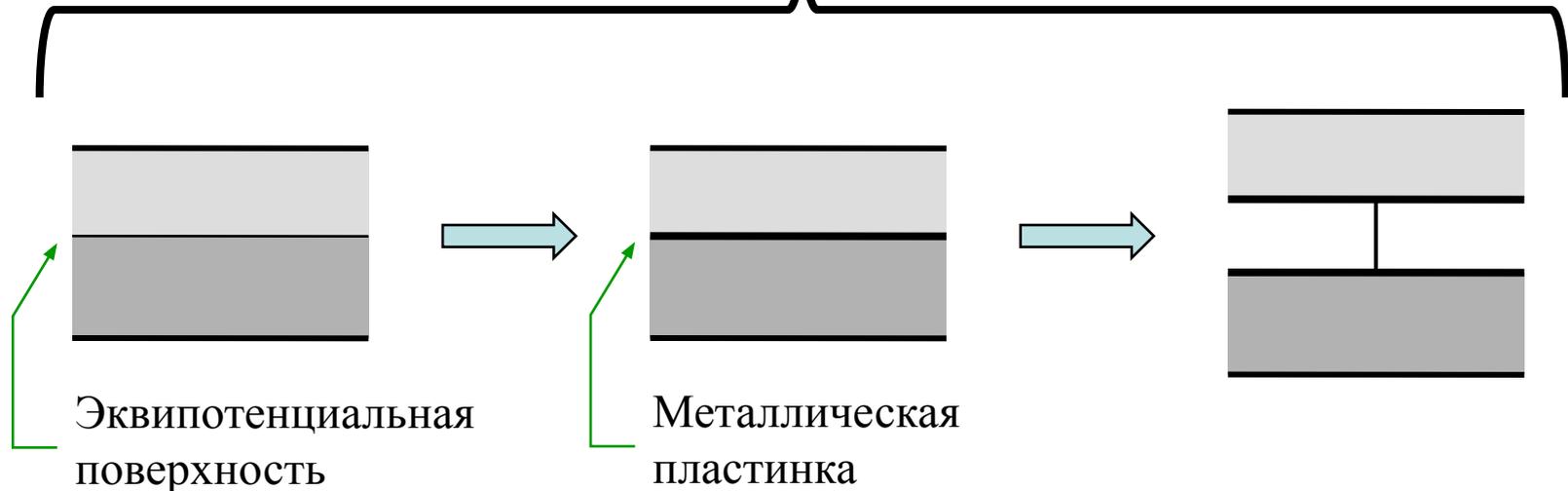


# Электрическое поле в диэлектрике

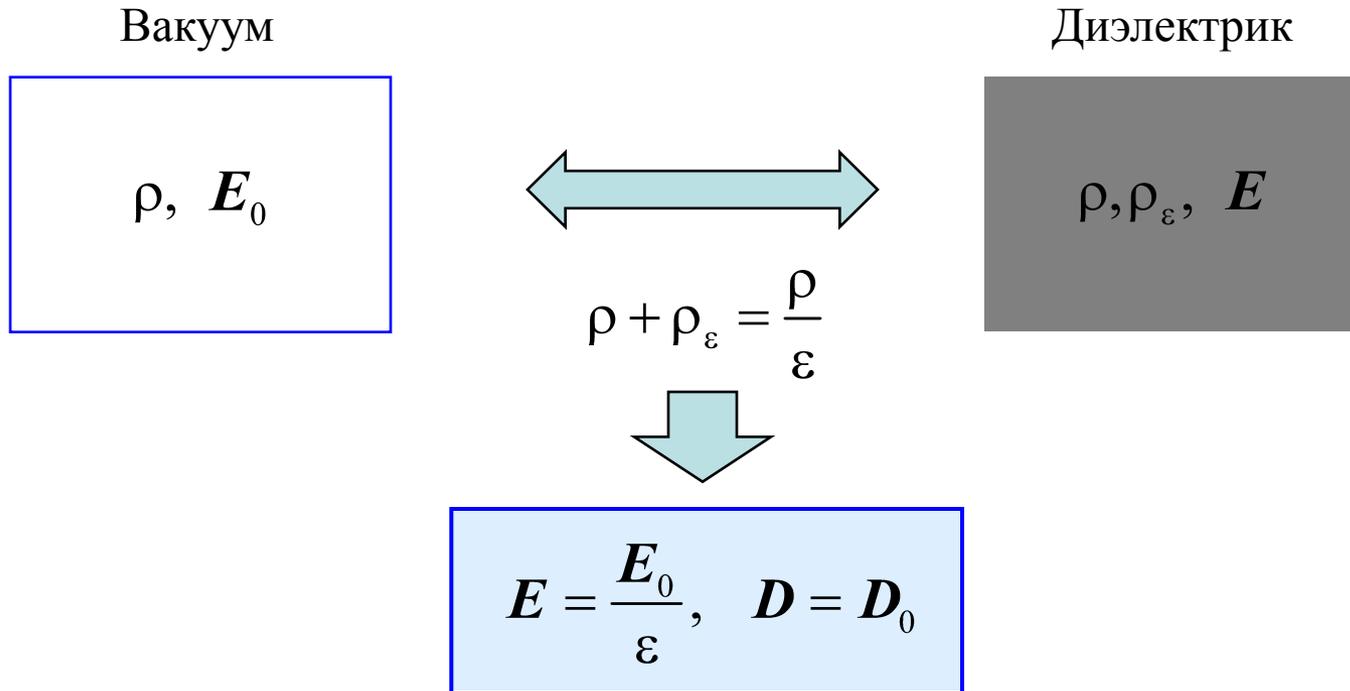
## Граничные условия

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$
$$C_1 = \frac{\epsilon_1 \epsilon_0 S}{d_1} \quad C_2 = \frac{\epsilon_2 \epsilon_0 S}{d_2}$$

Альтернативное решение:



## Поле в однородном изотропном диэлектрике

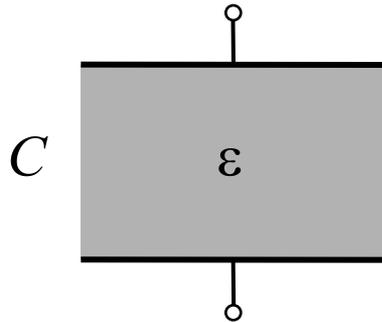


Следствие:

$$\varphi = \frac{\varphi_0}{\varepsilon}, U = \frac{U_0}{\varepsilon}$$

## Поле в однородном изотропном диэлектрике

Емкость конденсатора, заполненного диэлектриком



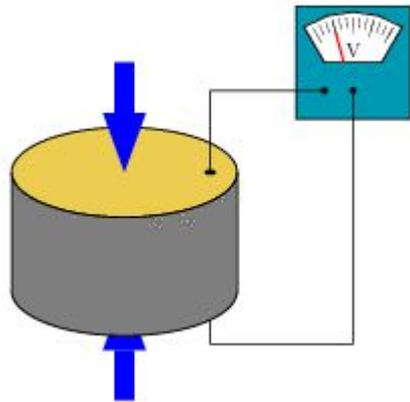
$$C = \frac{q}{U} = \frac{\epsilon q}{U_0} = \epsilon C_0$$

$$C = \epsilon C_0$$

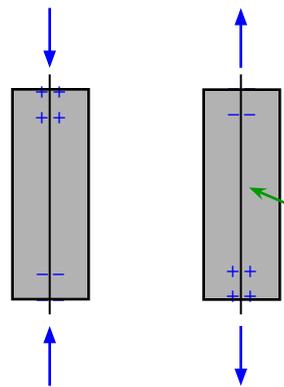
$C_0$  – емкость воздушного конденсатора

## Пьезоэлектрики

*Пьезоэлектрики* – кристаллы, на поверхности которых при деформациях возникают электрические заряды.

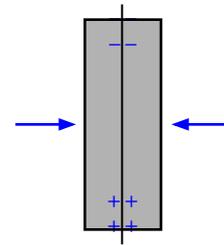


### Продольный пьезоэффект



Полярная ось

### Поперечный пьезоэффект



Применение: Пьезодатчики для измерения быстропеременных давлений; пьезодатчики в автоматике; кварцевые генераторы (кварцевые часы); звукосниматели; излучатели ультразвука для эхолокации и др.

## Сегнетоэлектрики

*Сегнетоэлектрики* – полярные диэлектрики, спонтанно поляризованные в некотором интервале температур.

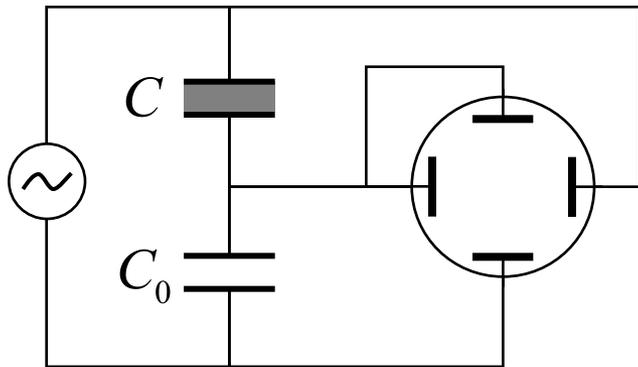
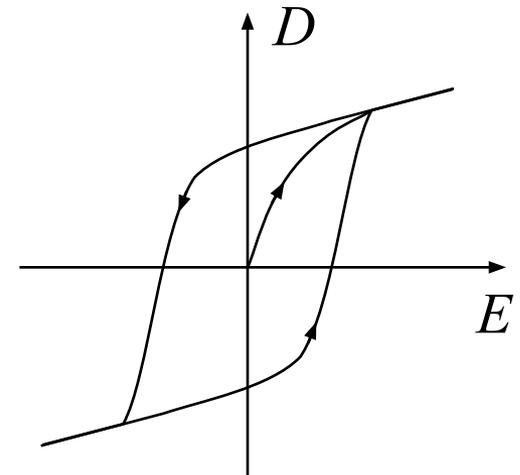


Схема установки для снятия  
петли гистерезиса

$$U_x = U = Ed \propto E$$

$$U_y = U_0 = \frac{SD}{C_0} \propto D$$



Петля гистерезиса

*Температура Кюри*  $T_K$  – температура фазового перехода из состояния сегнетоэлектрика в состояние полярного диэлектрика