

- **Раздел 1. Системы счисления, кодирование, измерение информации**

Макс 6 первичных баллов = 40 тестовых

Задание 1. Позиционные системы счисления
Задание 16. Позиционные системы счисления (уравнения)
Задание 10. Перебор слов и системы счисления
Задание 13. Вычисление количества информации
Задание 9. Кодирование и декодирование информации. Передача информации
Задание 5. Кодирование и декодирование информации

Задание 1

Знание о системах счисления и
двоичном представлении информации
в памяти компьютера
(1 мин)

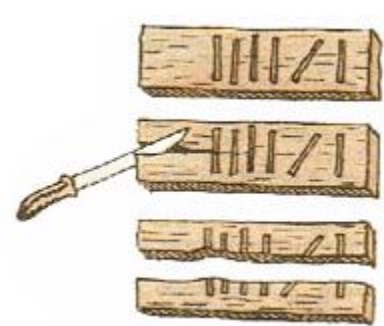


Система счисления — это правила записи чисел с помощью письменных знаков (цифр, букв, других символов), а также соответствующие правила выполнения операций с этими числами.

1. Непозиционные системы счисления

Непозиционная система счисления — такая система счисления, в которой значение цифры не зависит от её места в записи числа.

Унарная – одна цифра обозначает единицу (1 день, 1 камень, 1 баран, ...)



60-ричная
вавилонская
система
счисления



20-ричная
система
счисления
индейцев
Мая

2. Позиционные системы счисления

Позиционная система счисления — это такая система счисления, в которой значение цифры («вес») полностью определяется её местом (позицией) в записи числа.

$$6375 = 6 * 1000 + 3*100 + 7*10 + 5*1.$$

- **Алфавит системы счисления** — это используемый в ней набор знаков.
- **Основание системы счисления** — это количество знаков в алфавите (мощность алфавита).
- **Разряд** — это позиция знака в записи числа. Разряды в записи целых чисел нумеруются с нуля справа налево.

10	2	3	4	8	16	17
0						
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						
11						
12						
13						
14						
15						
16						



Представление позиционного числа в развернутой форме записи

Значение каждой цифры умножается на основание системы счисления в степени, равной разряду этой цифры, полученные величины складываются

разряды → 3 2 1 0

$$6375 = 6 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0$$

Представления позиционного числа с помощью схемы Горнера

$$6375 = ((6 \cdot 10 + 3) \cdot 10 + 7) \cdot 10 + 5$$

- Эта форма позволяет найти число, используя только умножение и деление (без возведения в степень).

Разложение числа в системе счисления с натуральным основанием $p > 1$

- Развернутая форма записи числа

разряды $\rightarrow$ 3 2 1 0

$$a_3 a_2 a_1 a_0 = a_3 \cdot p^3 + a_2 \cdot p^2 + a_1 \cdot p^1 + a_0 \cdot p^0$$

- Схема Горнера

$$a_3 a_2 a_1 a_0 = ((a_3 \cdot p + a_2) \cdot p + a_1) \cdot p + a_0$$



- Оба способа можно использовать для перевода числа из любой позиционной системы в десятичную систему

Пример 1

$$1234_5 = 1 \cdot 5^3 + 2 \cdot 5^2 + 3 \cdot 5^1 + 4 \cdot 5^0 = 125 + 2 \cdot 25 + 3 \cdot 5 + 4 = 194,$$

$$1234_5 = ((1 \cdot 5 + 2) \cdot 5 + 3) \cdot 5 + 4 = (7 \cdot 5 + 3) \cdot 5 + 4 = 38 \cdot 5 + 4 = 194.$$



$$194_{10} = 1 \cdot 2^7 + 1 \cdot 2^6 + 0 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 11000010_2$$
$$(1*2^7 + 1*2^6 + 0*2^5 + 0*2^4 + 0*2^3 + 0*2^2 + 1*2^1 + 0*2^0)/2 =$$

$$(1^* 5^0) = 1$$

Diagram illustrating the steps of the Euclidean algorithm for $\gcd(194, 190)$:

$$\begin{array}{r}
 194 \\
 190 \\
 \hline
 4
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 5 \\
 38 \\
 35 \\
 \hline
 7 \\
 5 \\
 \hline
 2
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 5 \\
 5 \\
 1 \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

The remainders are circled and numbered: 4 (1), 2 (2), 0 (3). An arrow points from the circled 4 to the circled 2.

Переход от десятичной системы к системе с основанием p.

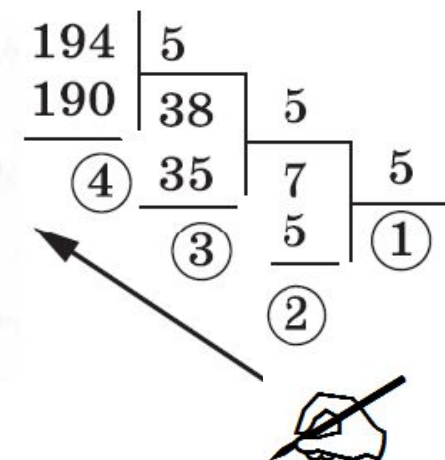
Очевидно, что десятичное число 194 можно представить не только как комбинацию степеней числа 10, но и как комбинацию степеней другого числа, например 5:

$$194_{10} = 1 \cdot 5^3 + 2 \cdot 5^2 + 3 \cdot 5^1 + 4 \cdot 5^0 = 1234_5$$

Если мы будем делить десятичное число 194 на основание той системы, в которую мы хотим перевести это число (5), мы найдем все цифры числа в этой системе счисления (1234) как остатки от деления:

$$\begin{aligned}(1 \cdot 5^3 + 2 \cdot 5^2 + 3 \cdot 5^1 + 4 \cdot 5^0) / 5 &= (1 \cdot 5^2 + 2 \cdot 5^1 + 3 \cdot 5^0) + 4 \\(1 \cdot 5^2 + 2 \cdot 5^1 + 3 \cdot 5^0) / 5 &= (1 \cdot 5^1 + 2 \cdot 5^0) + 3 \\(1 \cdot 5^1 + 2 \cdot 5^0) / 5 &= (1 \cdot 5^0) + 2 \\(1 \cdot 5^0) &= 1\end{aligned}$$

Остатки нужно будет выписать в обратном порядке



- Для перевода числа из десятичной системы в систему счисления с основанием p нужно делить число на p , отбрасывая остаток на каждом шаге, пока не получится остаток $< p$. Затем надо выписать найденные остатки в обратном порядке.

Пример 2

Перевести число 194 в двоичную сс
двумя способами

Пример 3

Число 71 в некоторой системе с
основанием x записывается как $56x$.
Найти значение x .

(развернутая форма записи числа)



Пример 4

Число 71 в некоторой системе с основанием x записывается как $155x$.
Найти x .

(развернутая форма записи числа)



Пример 5

Найти все основания систем счисления, в которых запись десятичного числа 24 оканчивается на 3

(схема Горнера)



Пример 6

Найти все десятичные числа, не превосходящие 40, запись которых в системе счисления с основанием 4 оканчивается на 11.

(схема Горнера)



Пример 7

- Укажите через запятую в порядке возрастания все десятичные числа, не превосходящие 30, запись которых в двоичной системе счисления оканчивается на 010?

Переход между сс с основаниями $= 2^x$ (2, 8, 16...)

! Каждая восьмеричная цифра может быть записана как три двоичных (*триада*)!

$$1725_8 = \underbrace{001}_1 \underbrace{111}_7 \underbrace{010}_2 \underbrace{101}_5_2$$

! Каждая шестнадцатеричная цифра может быть записана как четыре двоичных (*тетрада*)!

$$7F1A_{16} = \underbrace{0111}_7 \underbrace{1111}_F \underbrace{0001}_1 \underbrace{1010}_A_2$$

Пример 8

Как записывается число $567(8)$ в двоичной системе счисления?

- 1) 1011101
- 2) 100110111
- 3) 101110111
- 4) 11110111

Пример 9

Как записывается число $A87(16)$ в
восьмеричной системе счисления?

1) $435(8)$

2) $1577(8)$

3) $5207(8)$

4) $6400(8)$

Пример 10

Какое из чисел является наименьшим?

1) $E6(16)$

2) $347(8)$

3) $11100101(2)$

4) 232



Сложение и вычитание чисел в системах счисления с основанием 2-8-16

Пример 11

$$110011011011(2) \pm 1001101011(2) =$$

$$2000(10) - 325(10) =$$

$$100100(2) \pm 10111(2) =$$

$$6005000(8) \pm 17532(8) =$$

$$2E0(16) \pm 19A(16) =$$



Пример 12

Даны 4 целых числа, записанные в двоичной системе: 10001011, 10111000, 10011011, 10110100. Сколько среди них чисел, больших, чем $A_4(16) + 20(8)$?

Пример 13 (ДЕМО 2017)

Сколько существует натуральных чисел x ,
для которых выполнено неравенство
 $11011100(2) < x < DF(16)$?

В ответе укажите только количество
чисел, сами числа писать не нужно



Что нужно запомнить, чтобы решить ЕГЭ 1

- 1) Представление числа в развернутой форме записи
- 2) Представление числа с помощью схемы Горнера
- 3) Перевод из любой сс в 10сс
- 4) Перевод из 10сс в любую
- 5) Переход между сс 2-8-16
- 6) Правила сложения и вычитания в различных сс