

# логарифмическая функция

Урок 47

# Леонард Эйлер

нем. **Leonhard Euler**



*Дата рождения:*

4 (15) апреля 1707

*Место рождения:*

Базель, Швейцария

*Дата смерти:*

7 (18) сентября 1783 (76 лет)

*Место смерти:*

Санкт-Петербург, Российская империя

*Научная сфера:*

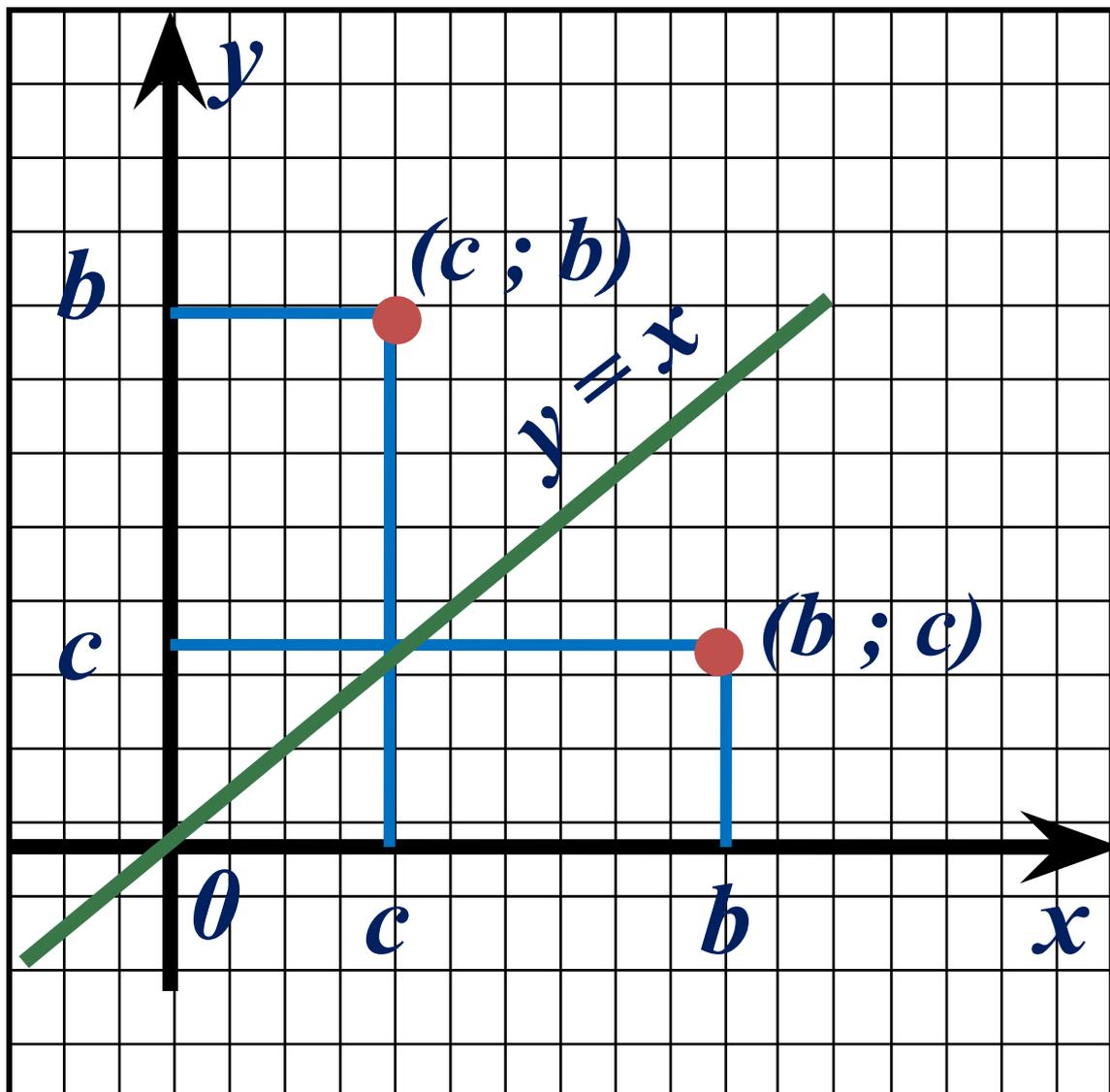
Математика, механика, физика, астрономия

Современное определение показательной, *логарифмической* и тригонометрических функций — заслуга Леонарда Эйлера, так же как и их символика.

*Показательная функция*  
*Логарифмическая функция*

$$y = a^x$$

$$y = \log_a x$$



*Если точка  $(c; b)$  принадлежит показательной функции, то*

$$b = a^c$$

*Или, на «языке логарифмов»*

$$c = \log_a b$$

*Что можно сказать о точке  $(b; c)$ ?*

**Вывод:**

График функции  $y = \log_a x$  симметричен графику функции  $y = a^x$  относительно прямой  $y = x$ .

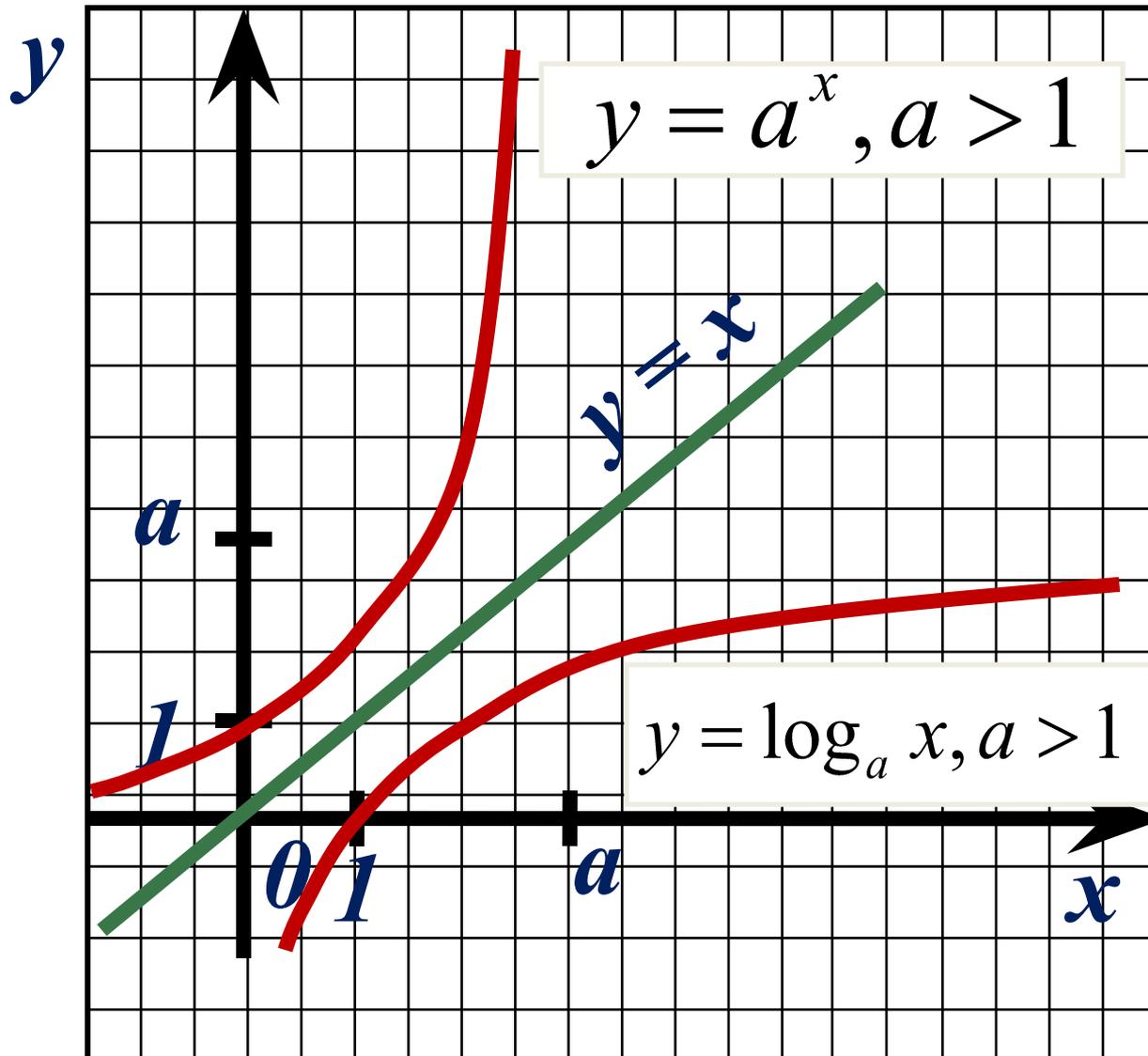
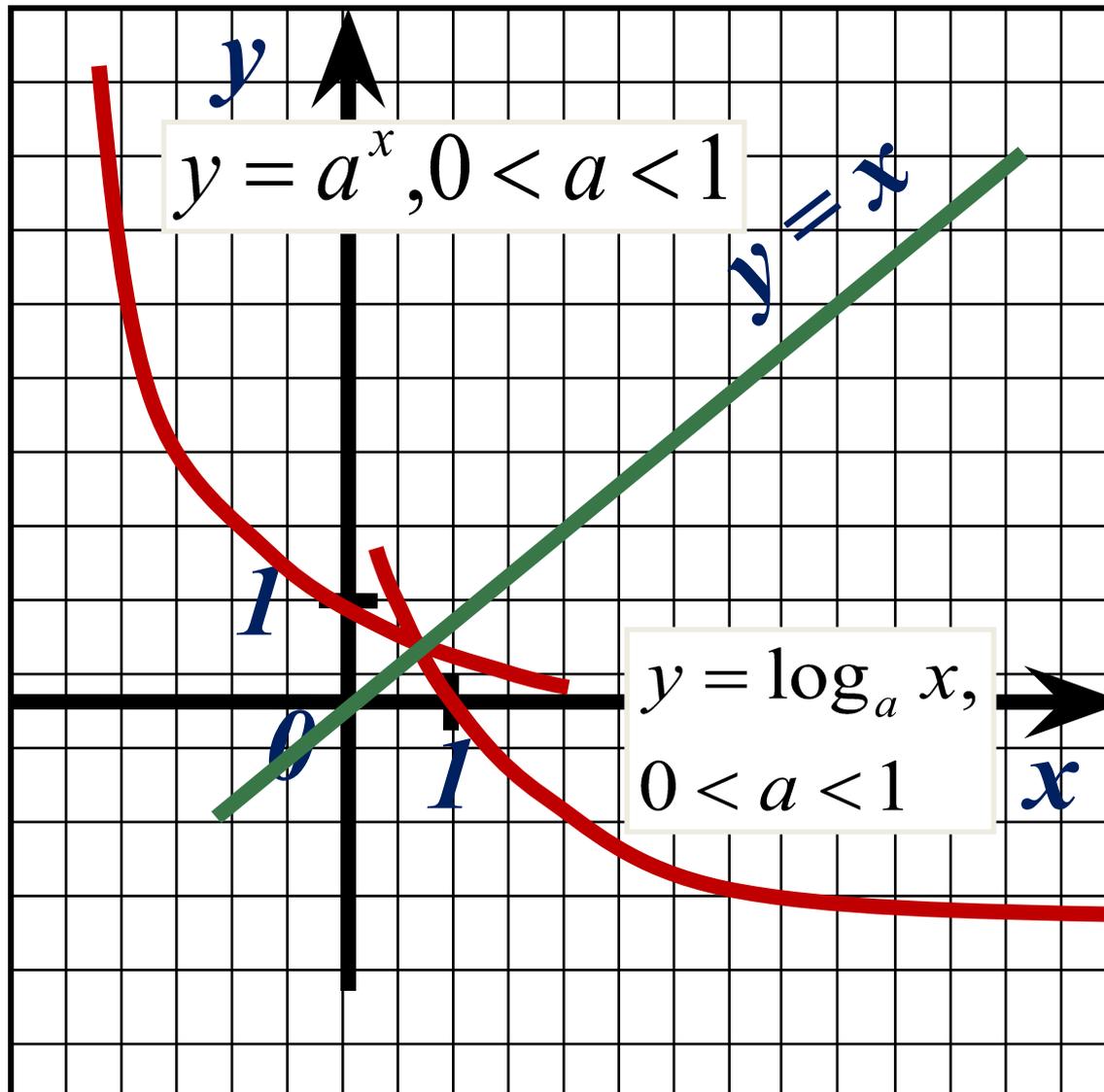


График функции  $y = \log_a x$  симметричен графику функции  $y = a^x$  относительно прямой  $y = x$ .



**Постройте графики функций:**

**1 вариант**

$$y = \log_2 x$$

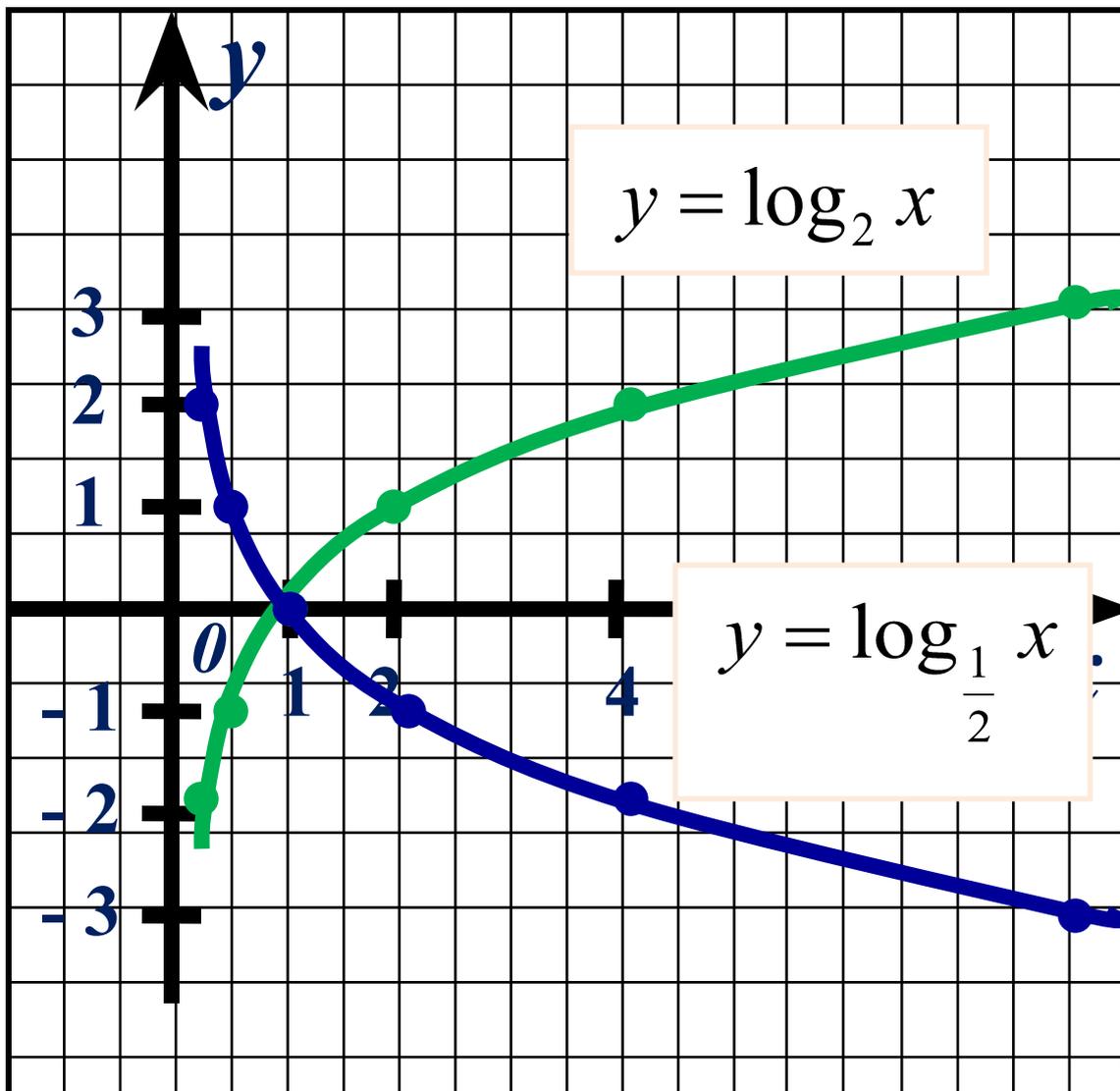
**2 вариант**

$$y = \log_{\frac{1}{2}} x$$

<b><math>x</math></b>	<b><math>\frac{1}{4}</math></b>	<b><math>\frac{1}{2}</math></b>	<b><math>1</math></b>	<b><math>2</math></b>	<b><math>4</math></b>	<b><math>8</math></b>
<b><math>y = \log_2 x</math></b>	<b><math>-2</math></b>	<b><math>-1</math></b>	<b><math>0</math></b>	<b><math>1</math></b>	<b><math>2</math></b>	<b><math>3</math></b>

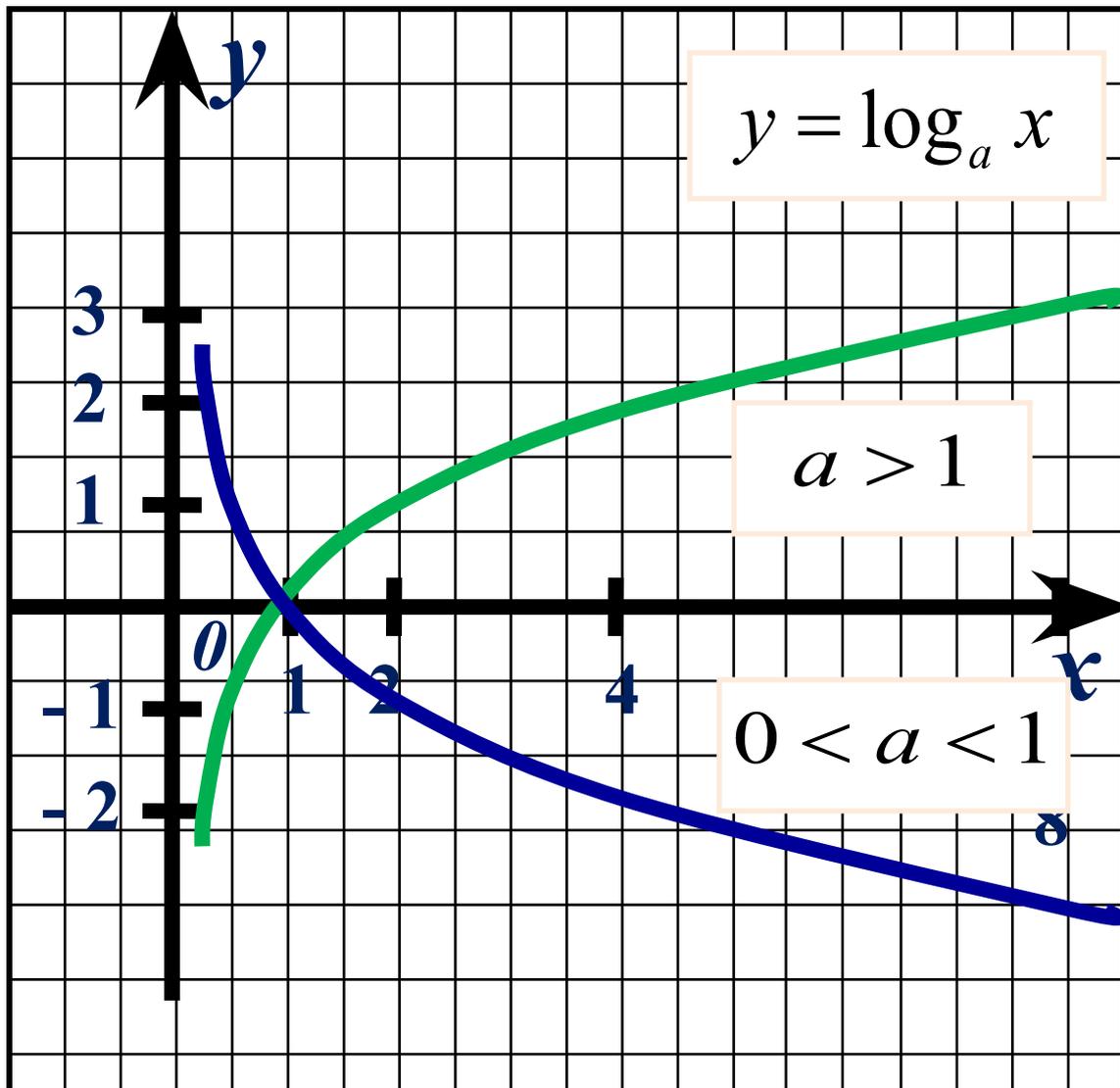
<b><math>x</math></b>	<b><math>\frac{1}{4}</math></b>	<b><math>\frac{1}{2}</math></b>	<b><math>1</math></b>	<b><math>2</math></b>	<b><math>4</math></b>	<b><math>8</math></b>
<b><math>y = \log_{\frac{1}{2}} x</math></b>	<b><math>2</math></b>	<b><math>1</math></b>	<b><math>0</math></b>	<b><math>-1</math></b>	<b><math>-2</math></b>	<b><math>-3</math></b>

# Проверка:



*График  
логарифмической  
функции  
называют  
логарифмической  
кривой.*

# График функции $y = \log_a x$ .



Опишите свойства  
логарифмической  
функции.

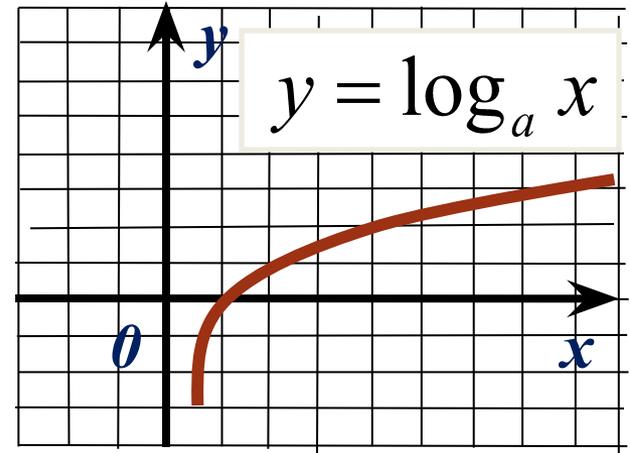
1 вариант:  
при  $a > 1$

2 вариант:  
при  $0 < a < 1$



## *Свойства функции $y = \log_a x, a > 1$ .*

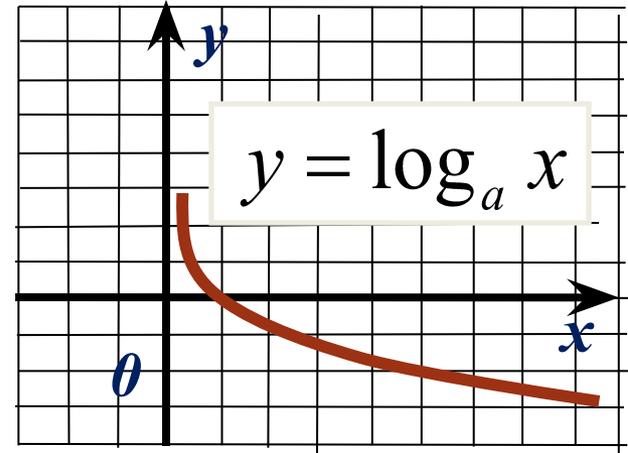
- 1)  $D(f) = (0, +\infty)$ ;*
- 2) не является ни чётной, ни нечётной;*
- 3) возрастает на  $(0, +\infty)$ ;*
- 4) не ограничена сверху, не ограничена снизу;*
- 5) не имеет ни наибольшего, ни наименьшего значений;*
- 6) непрерывна;*
- 7)  $E(f) = (-\infty, +\infty)$ ;*
- 8) выпукла вверх.*





## *Свойства функции $y = \log_a x$ , $0 < a < 1$ .*

- 1)  $D(f) = (0, +\infty)$ ;*
- 2) не является ни чётной, ни нечётной;*
- 3) убывает на  $(0, +\infty)$ ;*
- 4) не ограничена сверху, не ограничена снизу;*
- 5) не имеет ни наибольшего, ни наименьшего значений;*
- 6) непрерывна;*
- 7)  $E(f) = (-\infty, +\infty)$ ;*
- 8) выпукла вниз.*





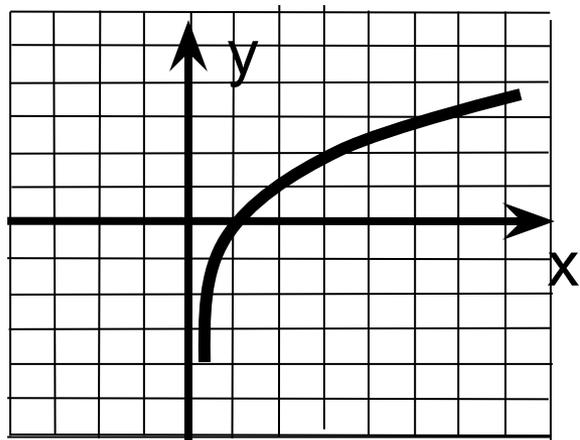
## Основные свойства логарифмической функции

<i>№</i>	<i><math>a &gt; 1</math></i>	<i><math>0 &lt; a &lt; 1</math></i>
<i>1</i>	<i><math>D(f) = (0, +\infty)</math></i>	
<i>2</i>	<i>не является ни чётной, ни нечётной;</i>	
<i>3</i>	<i>возрастает на <math>(0, +\infty)</math></i>	<i>убывает на <math>(0, +\infty)</math></i>
<i>4</i>	<i>не ограничена сверху, не ограничена снизу</i>	
<i>5</i>	<i>не имеет ни наибольшего, ни наименьшего значений</i>	
<i>6</i>	<i>непрерывна</i>	
<i>7</i>	<i><math>E(f) = (-\infty, +\infty)</math></i>	
<i>8</i>	<i>выпукла вверх</i>	<i>выпукла вниз</i>

## Задание №1

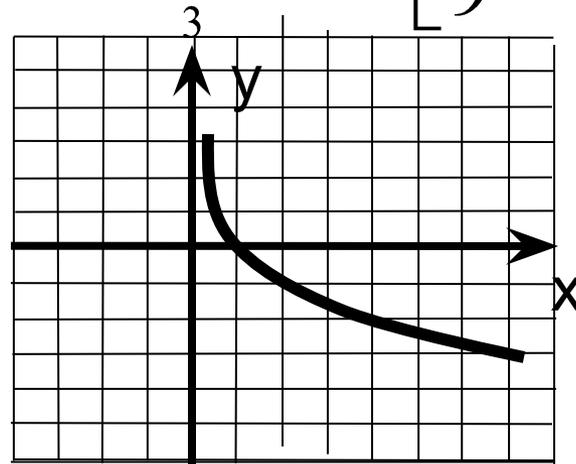
Найдите наибольшее и наименьшие значения функции на промежутке:

$$y = \lg x, x \in [1, 1000]$$



Функция возрастает,  
значит:  $y_{\text{наим.}} = \lg 1 = 0$   
 $y_{\text{наиб.}} = \lg 1000 = \lg 10^3 = 3$

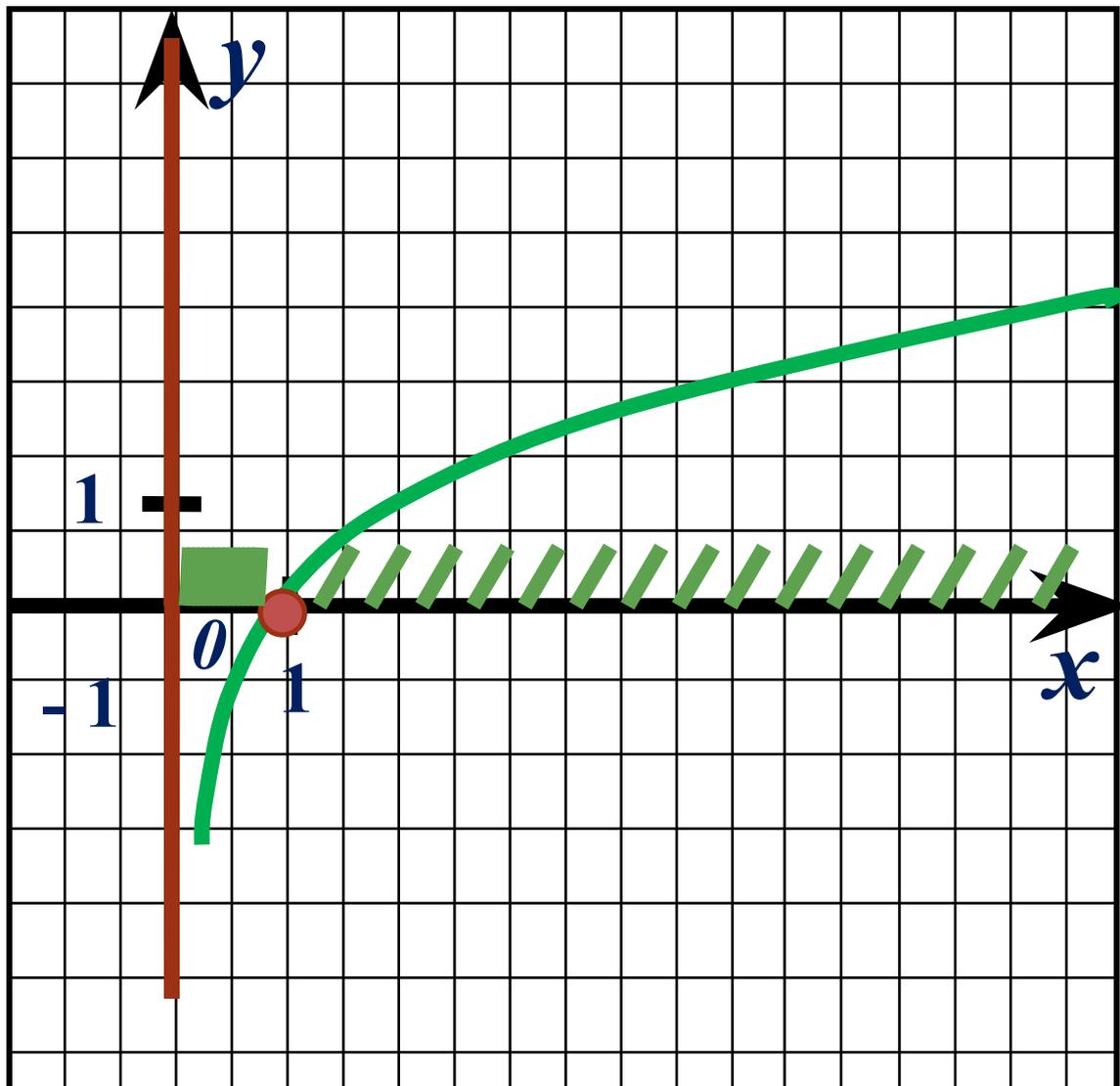
$$y = \log_{\frac{1}{3}} x, x \in \left[ \frac{1}{9}, 27 \right]$$



Функция убывает,  
значит:  $y_{\text{наим.}} = -3$   
 $y_{\text{наиб.}} = 2$

## Задание №2

Решите уравнение и неравенства:



$$\log_5 x = 0$$

*Ответ:  $x = 1$*

$$\log_5 x > 0$$

*Ответ:  $x > 1$*

$$\log_5 x < 0$$

*Ответ:  $0 < x < 1$*

**Самостоятельно:**

**Решите уравнение и неравенства:**

$$\log_{\frac{2}{5}} x = 0$$

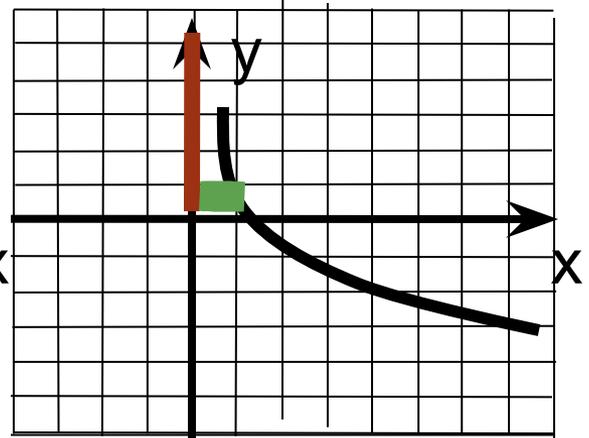
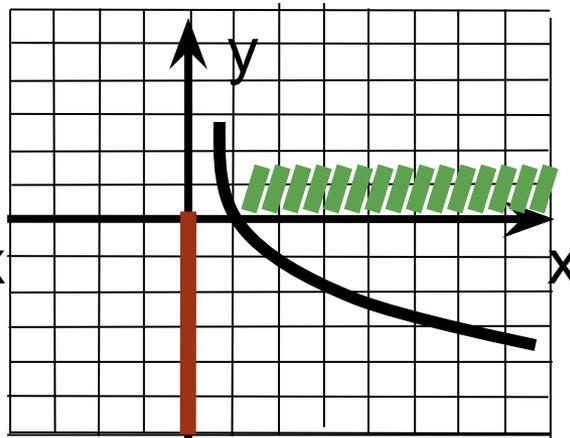
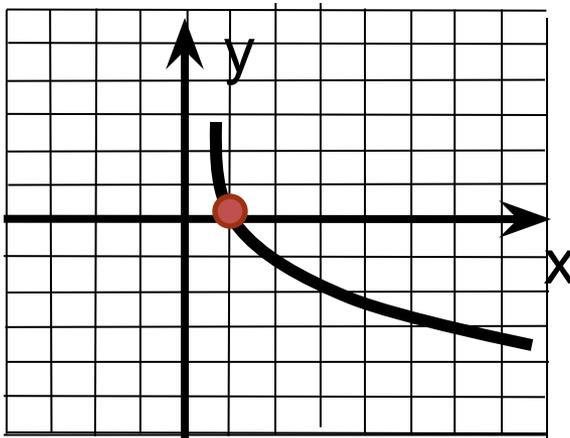
$$\log_{\frac{2}{5}} x < 0$$

$$\log_{\frac{2}{5}} x > 0$$

**Ответ:  $x = 1$**

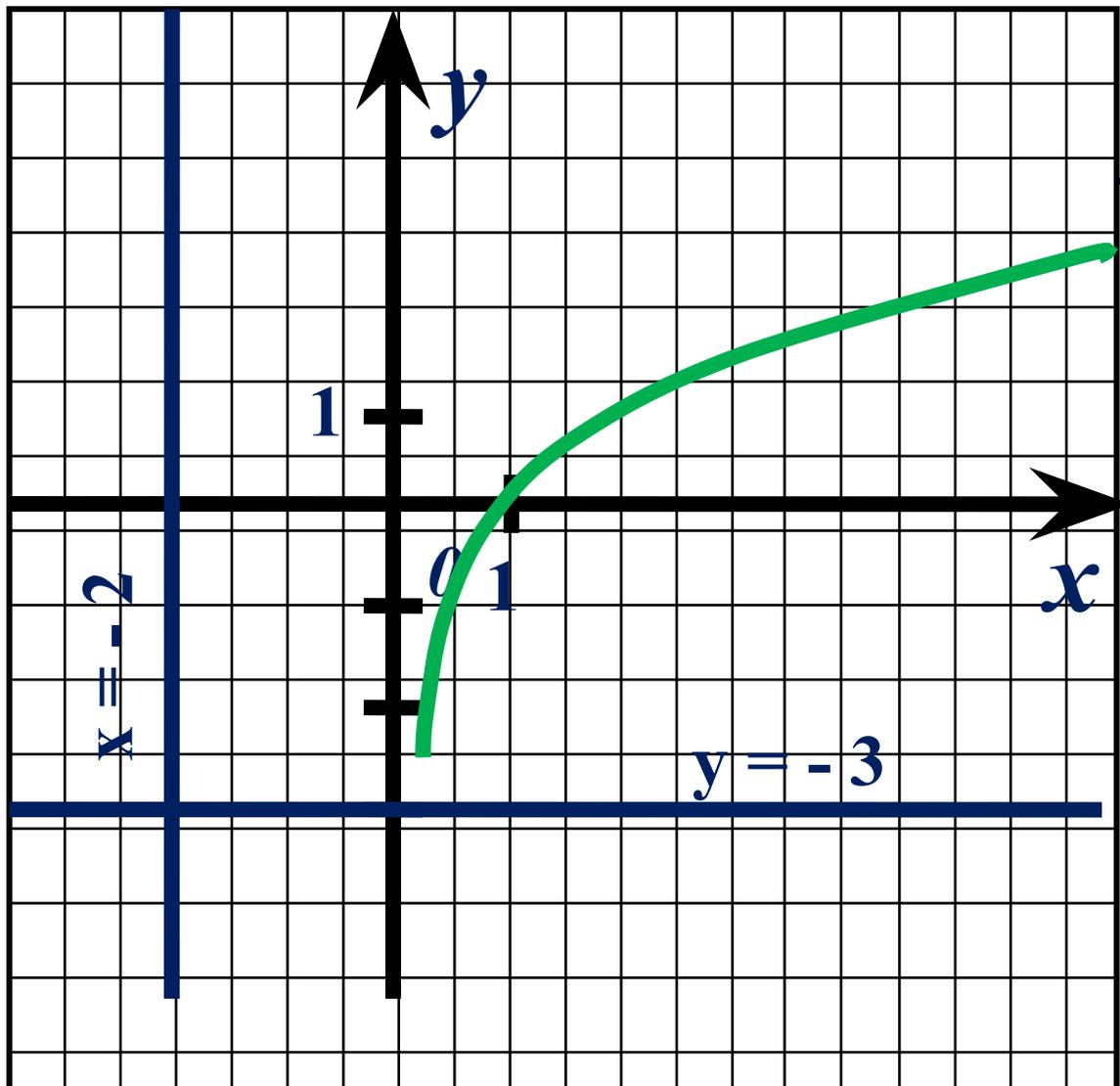
**Ответ:  $x > 1$**

**Ответ:  $0 < x < 1$**



### Задание №3

Постройте графики функций:  $y = \log_2(x + 2) - 3$



Самостоятельно.

$$y = \log_2(-x)$$

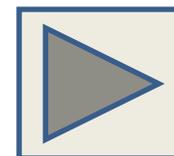
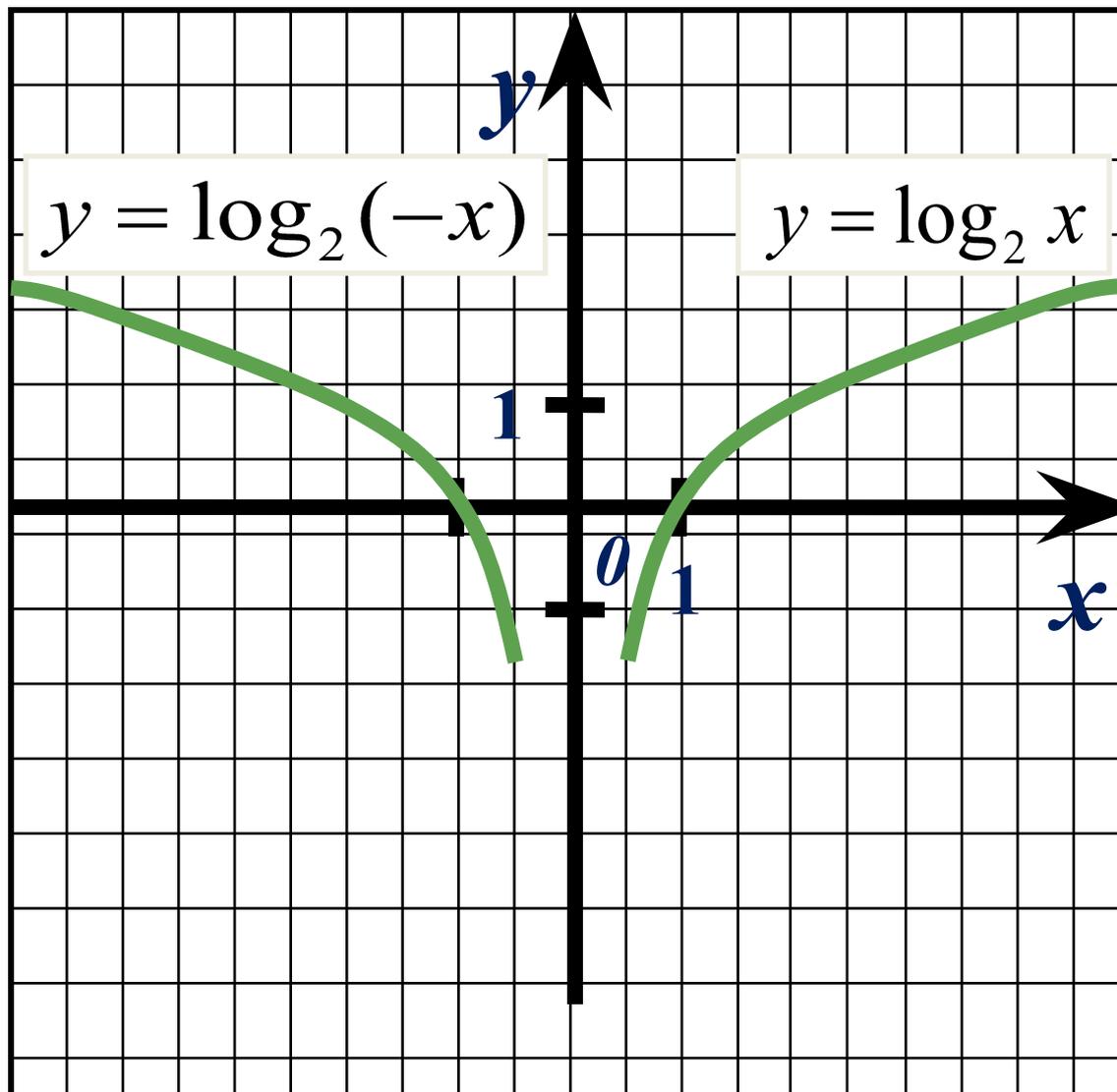
*Проверить!*

$$y = -3 \log_2 \frac{x}{2}$$

*Проверить!*

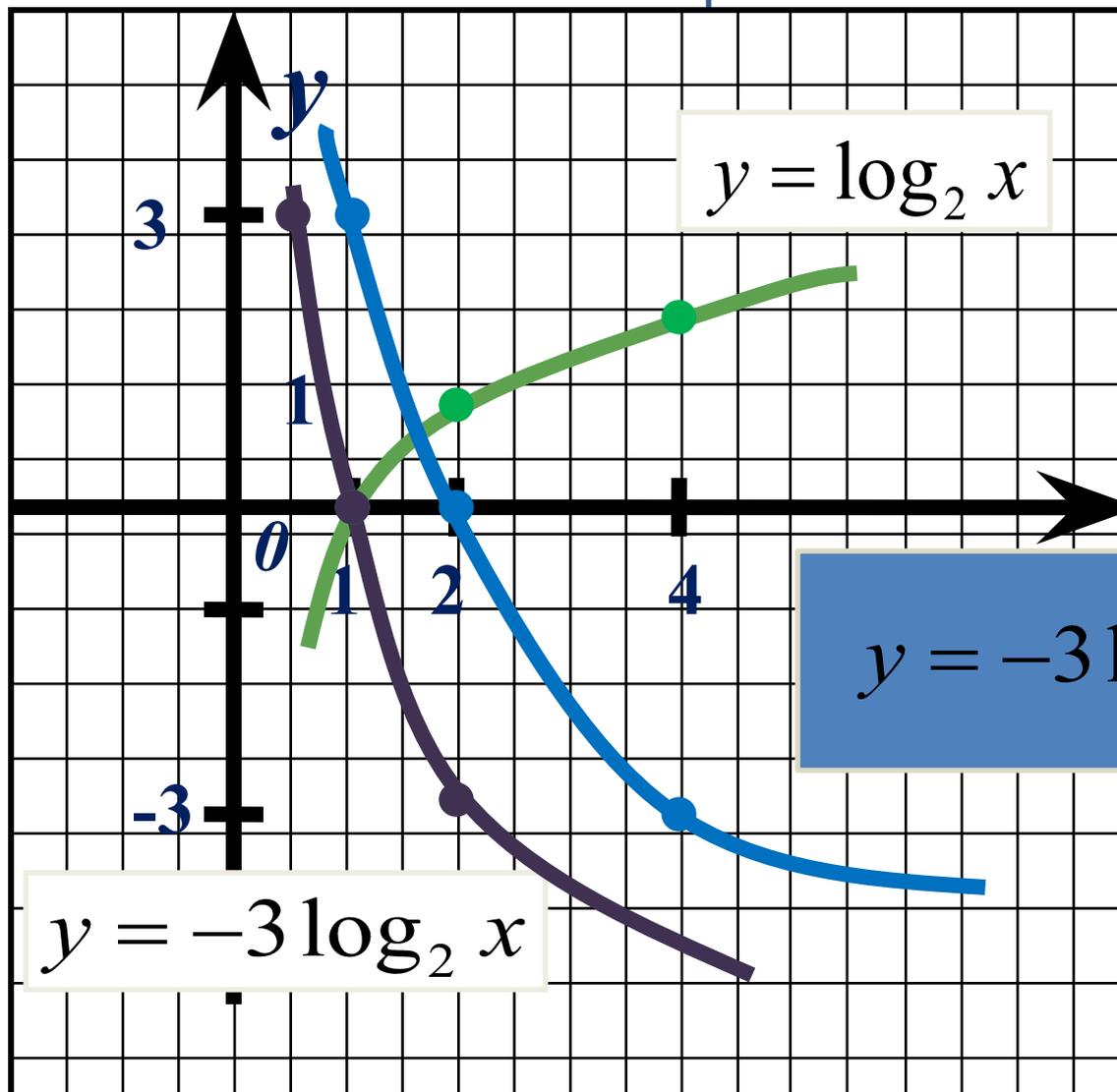
# Проверка:

$$y = \log_2(-x)$$



# Проверка:

$$y = -3 \log_2 \frac{x}{2}$$



$$y = \log_2 x$$

$$y = -3 \log_2 \frac{x}{2}$$

$$y = -3 \log_2 x$$





## *Блиц - опрос.*

*Отвечать только «да» или «нет»*

- ✓ Ось  $y$  является вертикальной асимптотой графика логарифмической функции.*
- ✓ Графики показательной и логарифмической функций симметричны относительно прямой  $y = x$ .*
- ✓ Область определения логарифмической функции – вся числовая прямая, а область значений этой функции – промежуток  $(0, +\infty)$ .*
- ✓ Монотонность логарифмической функции зависит от основания логарифма.*
- ✓ Не каждый график логарифмической функции проходит через точку с координатами  $(1; 0)$ .*



**Блиц - опрос.**

**Отвечать только «да» или «нет»**

- ✓ **Логарифмическая кривая это та же экспонента, только по - другому расположенная в координатной плоскости.**
- ✓ **Выпуклость логарифмической функции не зависит от основания логарифма.**
- ✓ **Логарифмическая функция не является ни чётной, ни нечётной.**
- ✓ **Логарифмическая функция имеет наибольшее значение и не имеет наименьшего значения при  $a > 1$  и наоборот при  $0 < a < 1$ .**

**Проверка: Да, да, нет, да, нет, да, нет, да, нет**

# Домашнее задание

- П.15
- № 18 (аб)
- № 19 (аб)
- № 38 (а)