

# Дивергенция векторного поля

Заряды – это  
источники векторного  
поля.

Дивергенция –  
локальная  
характеристика

$$\text{div } \vec{E} = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Phi_E}{\Delta V}$$

Дивергенция равна потоку, приходящемуся на единицу объёма.

**В декартовых координатах:**

$$\operatorname{div} \mathbf{E} = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z}$$

**Зная, что**

Оператор  
"набла"

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{k}$$
$$\mathbf{E} = E_x \mathbf{i} + E_y \mathbf{j} + E_z \mathbf{k}$$

**запишем**

$$\operatorname{div} \mathbf{E} = \nabla \cdot \mathbf{E}$$

Произведение оператора  
набла на скалярную  
функцию координат дает

$$\nabla \varphi = \text{grad } \varphi$$

Скалярное произведение  
оператора набла на  
векторную функцию  
координат дает дивергенцию

$$\nabla \cdot \vec{E} = \text{div } \vec{E}$$

**Градиент – это  
вектор, а  
дивергенция –  
скалярная  
величина.**

# Теорема Гаусса в локальной форме

Возьмем малый объем  $dV$ ,  
ограниченный малой  $dS$ .

Пусть в нем содержится

По теореме Гаусса заряд  $dq$  поток  
через  $dS$  равен  $\frac{dq}{\epsilon_0}$ . Тогда

$$\text{div } \vec{E} = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Phi_E}{\Delta V} = \frac{dq}{\epsilon_0 \cdot dV} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\operatorname{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

или

$$\nabla \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

Это локальная  
(дифференциальная) форма  
теоремы Гаусса