

Тема урока

**Точки перегиба функции,
выпуклость графика функции.
Исследование функции на
выпуклость**

Цель обучения

10.4.1.30 находить вторую производную функции

Критерии оценивания

Учащийся:

- знает правила нахождения производной второго порядка функции;
- умеет находить вторую производную функции;
- умеет применять вторую производную функции для механического смысла производной

Актуализация опорных знаний

Найдите производную каждой функции:

$$1) f(x) = \sin^2 x + \cos^2 x \quad 1) 0$$

$$2) f(x) = \ln^2 x \quad 2) \frac{2 \ln x}{x}$$

$$3) f(x) = \ln \sqrt{2x-1} \quad 3) \frac{1}{2x-1}$$

$$4) f(x) = e^{\sin 2x} \quad 4) 2 \cos 2x \cdot e^{\sin 2x}$$

$$5) f(x) = (x^3 - 1)^6 \quad 5) 18x^2 (x^3 - 1)^5$$

$$6) f(x) = \frac{x-4}{1-3x} \quad 6) \frac{-11}{(1-3x)^2}$$

Объяснение нового материала

Определение.

Пусть функция f имеет производную f' во всех точках промежутка X .

Эта производная в свою очередь является функцией от x .

Если функция f' дифференцируема, то ее производную называют второй производной от f и обозначают f'' . Таким образом, $f'' = (f')'$.

Итак, производная второго порядка есть первая производная от производной первого порядка.

Вторая производная выражает скорость изменения первой производной, или, как говорят, ускорение изменения данной функции. Если $x = f(t)$ – координата прямолинейно движущейся точки в момент времени t , то $x'' = f''(t)$ равно ускорению этой точки в этот же момент времени:

$$a = v' = (x')' = x''.$$

Фронтальная работа

1) Найдите вторую производную каждой функции:

$$a) f(x) = \frac{1}{4}x^4 - 2x^3 + \frac{9}{2}x^2 + 3.$$

$$f'(x) = \left(\frac{1}{4}x^4 - 2x^3 + \frac{9}{2}x^2 + 3 \right)' = x^3 - 6x^2 + 9x$$

$$f''(x) = (x^3 - 6x^2 + 9x)' = 3x^2 - 12x + 9$$

$$b) y = e^x x.$$

$$y' = (e^x \cdot x)' = (e^x)' \cdot x + e^x \cdot x' = e^x \cdot x + e^x = e^x (x + 1)$$

$$y'' = (e^x \cdot (x + 1))' = (e^x)' \cdot (x + 1) + e^x \cdot (x + 1)' = e^x \cdot (x + 1) + e^x = e^x (x + 2)$$

Фронтальная работа

1) Найдите вторую производную каждой функции:

$$c) f(x) = \log_{\sqrt{5}}(17(x+1)).$$

$$f'(x) = (\log_{\sqrt{5}}(17(x+1)))' = \frac{1}{17(x+1) \cdot \ln \sqrt{5}} \cdot (17(x+1))' = \frac{17}{17(x+1) \ln \sqrt{5}} =$$

$$= \frac{1}{(x+1) \ln 5^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{(x+1) \cdot \frac{1}{2} \ln 5} = \frac{2}{(x+1) \ln 5}$$

$$f''(x) = \left(\frac{2}{(x+1) \ln 5} \right)' = -\frac{2}{\ln 5 (x+1)^2}$$