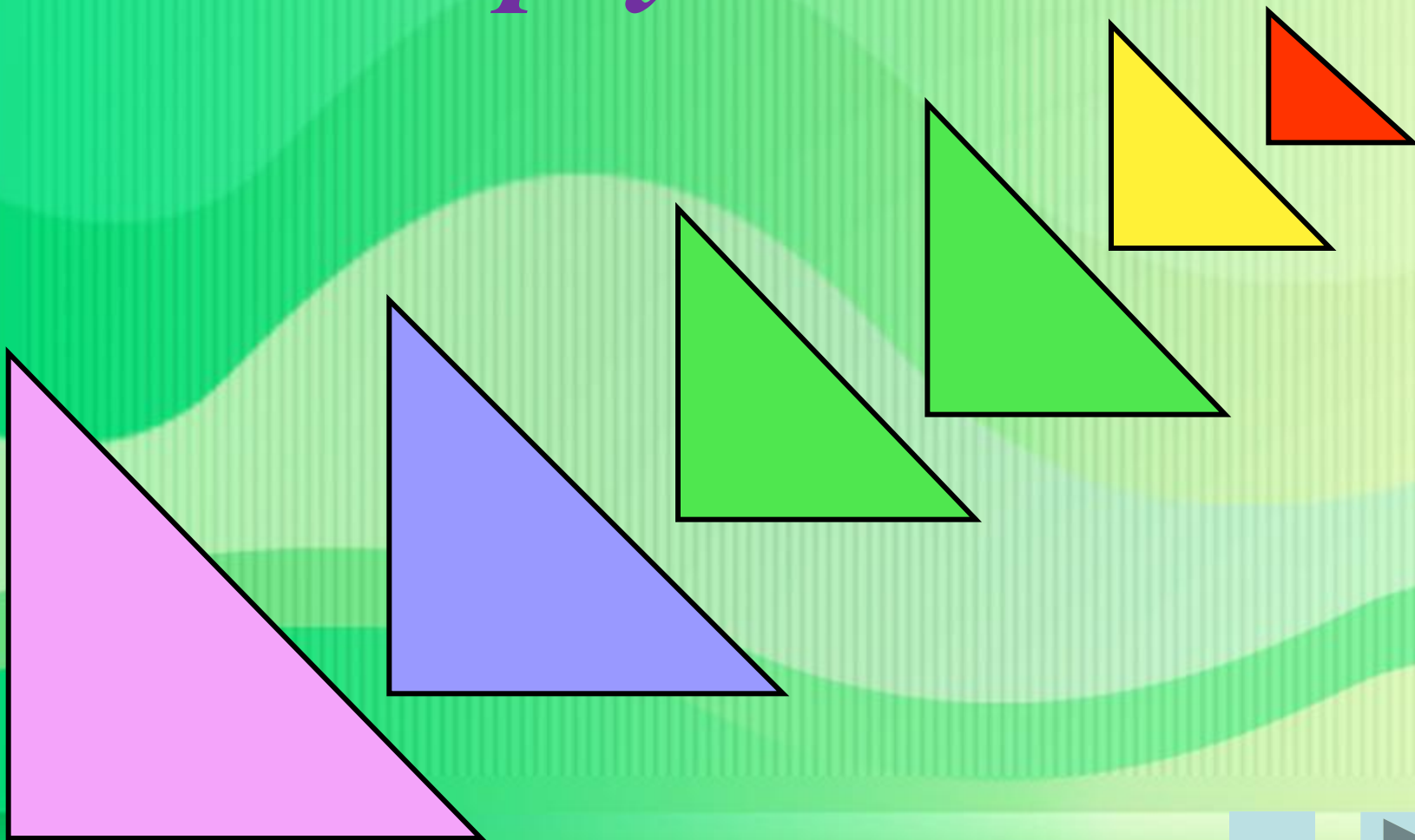


Подобные треугольники



Девиз урока

- **Что есть больше всего на свете? – Пространство.**
- **Что быстрее всего? – Ум.**
- **Что мудрее всего? – Время.**
- **Что приятнее всего? – Достичь желаемого.**

Фалес Милетский.

Пропорциональные отрезки

Отрезки **AB** и **CD** пропорциональны отрезкам **A_1B_1** и **C_1D_1** ,

если $\frac{AB}{CD} = \frac{A_1B_1}{C_1D_1}$

Пример

Отрезки **AB** и **CD** пропорциональны отрезкам **A_1B_1** и **C_1D_1** ,

$$\frac{2}{1} = \frac{3}{1,5}$$

Понятие пропорциональности вводится и для большего числа отрезков.

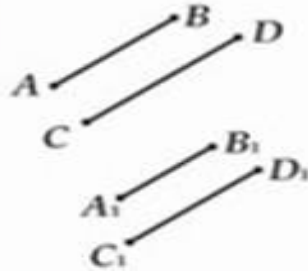
Отрезки

AB, **CD** и **EF** пропорциональны отрезкам **A₁B₁**, **C₁D₁** и **E₁F₁**,

если

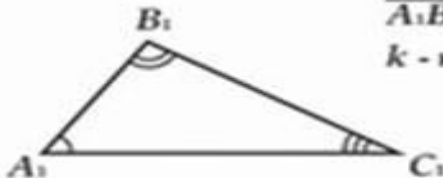
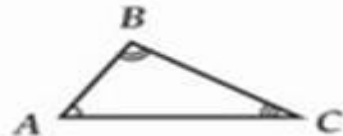
$$\text{---} = \text{---} = \text{---}$$

ПОДОБНЫЕ ТРЕУГОЛЬНИКИ



Пропорциональность отрезков:

AB и CD пропорциональны
 A_1B_1 и C_1D_1 , если
$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{CD}{C_1D_1}$$



Два треугольника подобны,
если их углы равны, а стороны
пропорциональны:

$\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$,
если $\angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$, $\angle C = \angle C_1$;

$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1} = k$$

k - коэффициент подобия.

$k < 1$, если $AB < A_1B_1$

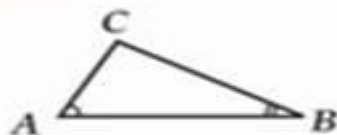
$k > 1$, если $AB > A_1B_1$

Если $k = 1$, то треугольники
равны.

Отношение площадей подобных треугольников
Если треугольники ABC и $A_1B_1C_1$ подобны
с коэффициентом подобия k , то:

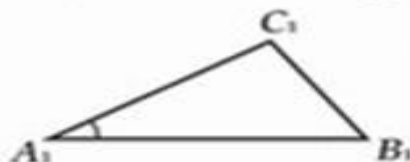
$$\frac{S_{ABC}}{S_{A_1B_1C_1}} = k^2$$

ПРИЗНАКИ ПОДОБИЯ ТРЕУГОЛЬНИКОВ



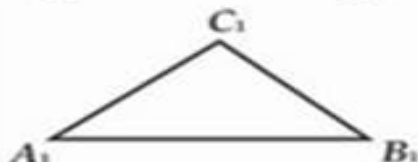
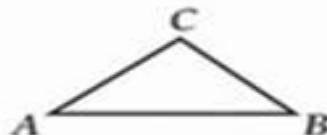
1° признак
подобия треугольников
($\angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$):

Если два угла одного треугольника равны двум углам другого треугольника, то эти треугольники подобны.



2° признак
подобия треугольников
($\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{AC}{A_1C_1}$ и $\angle A = \angle A_1$):

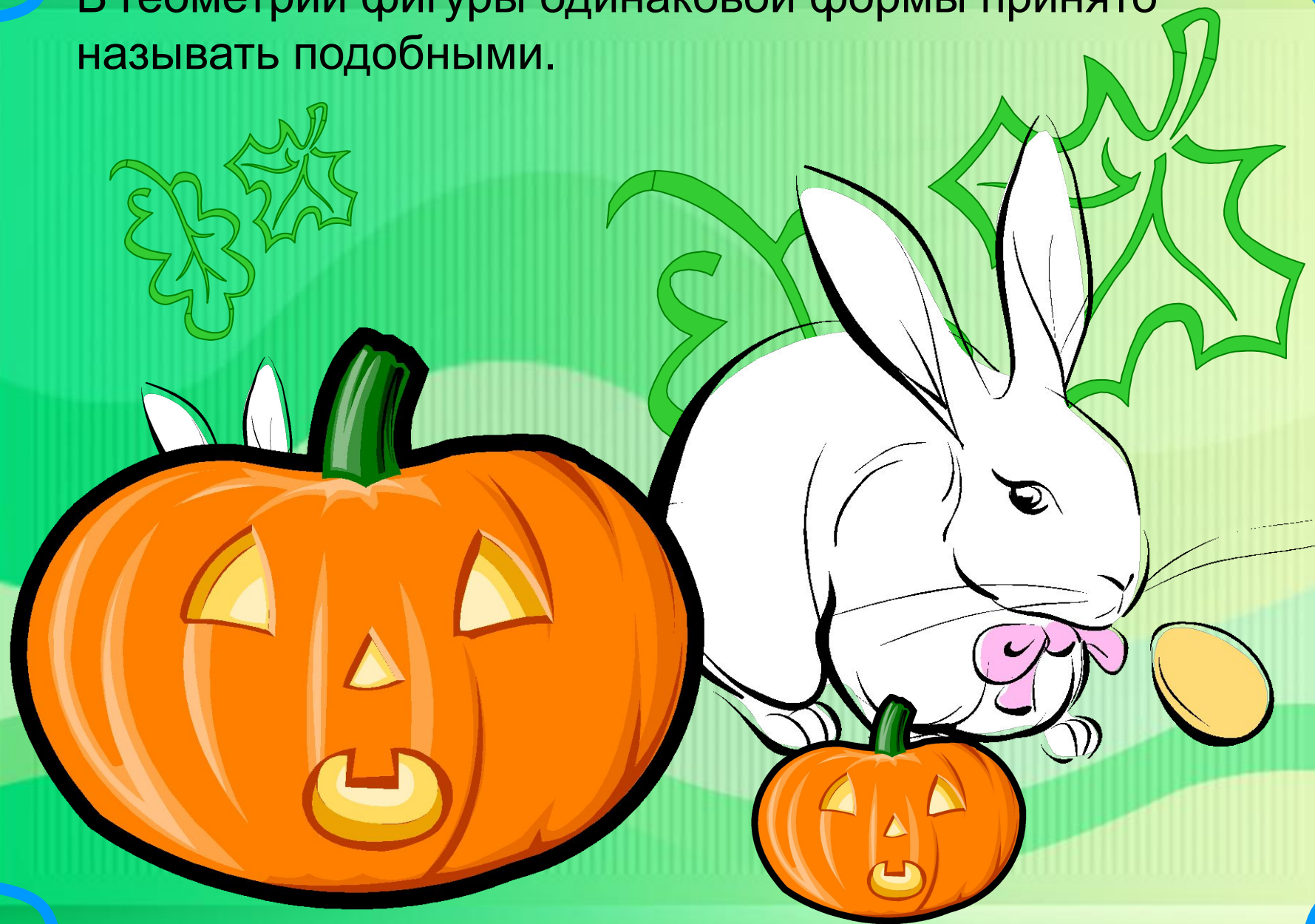
Если две стороны одного треугольника пропорциональны двум сторонам другого треугольника и углы между этими сторонами равны, то эти треугольники подобны.



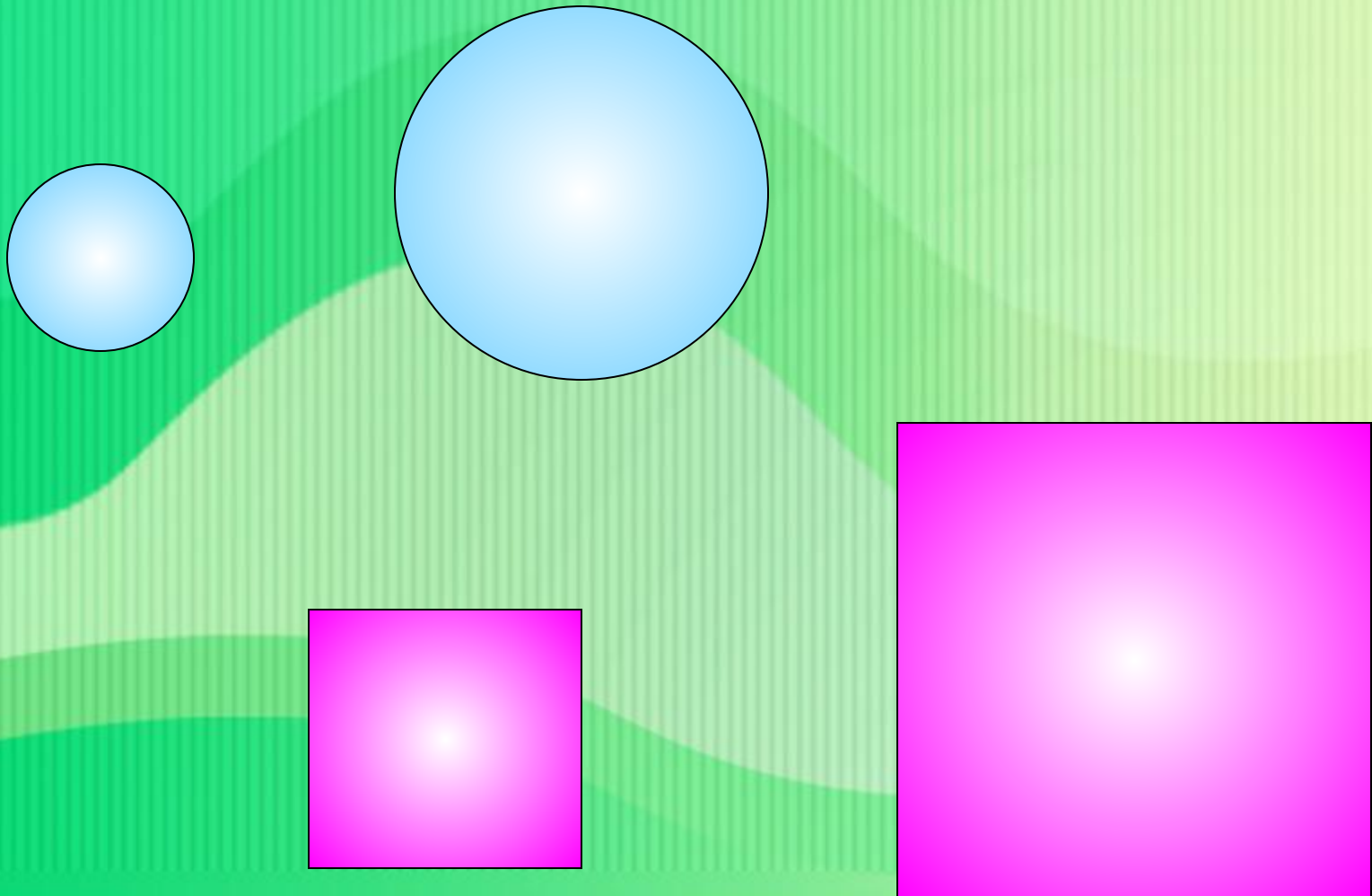
3° признак
подобия треугольников
($\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1}$):

Если три стороны одного треугольника пропорциональны трем сторонам другого треугольника, то эти треугольники подобны.

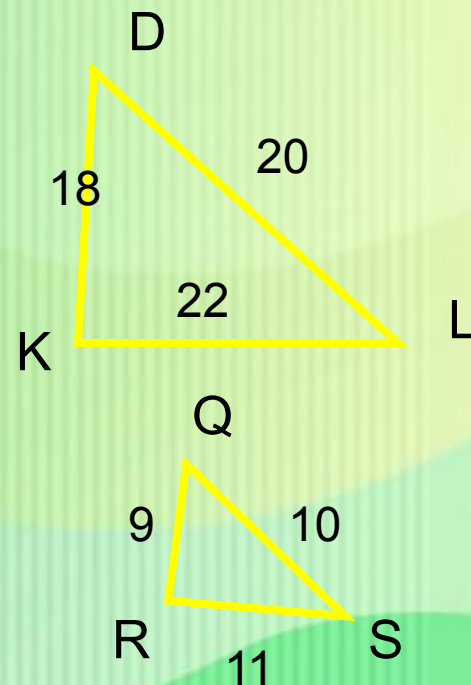
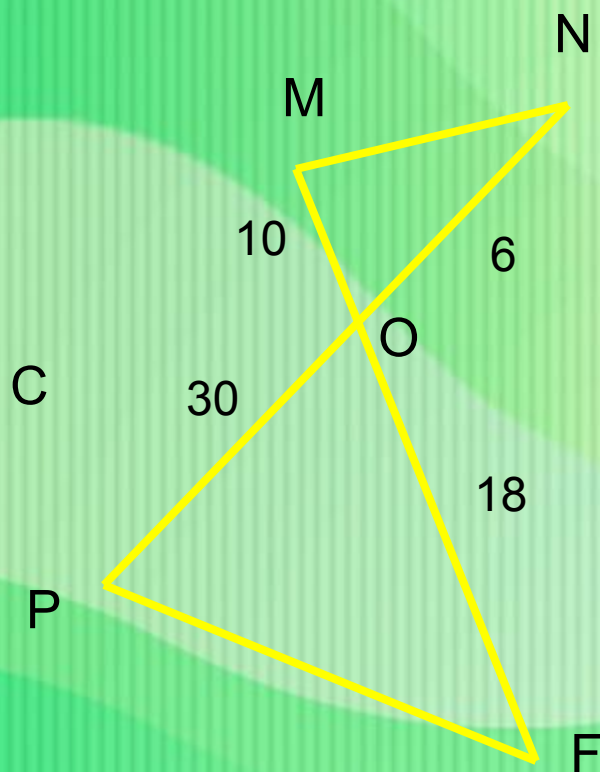
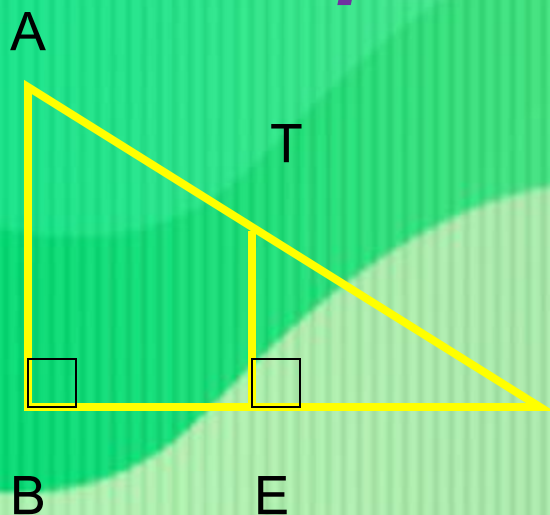
В геометрии фигуры одинаковой формы принято называть подобными.



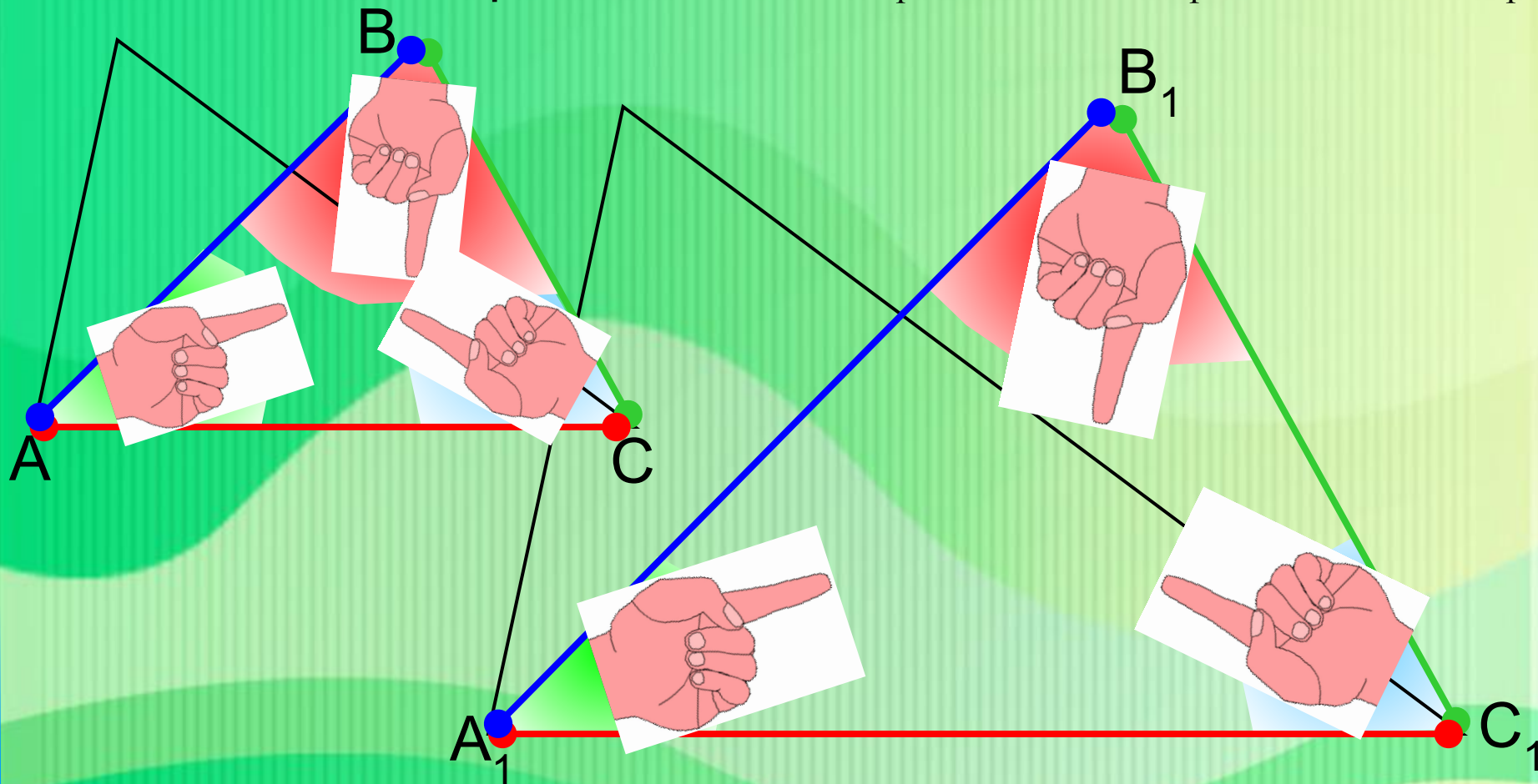
Подобными являются любые два круга, два квадрата.



**Назвать подобные
треугольники. По какому
признаку они подобны?**



Пусть у двух треугольников ABC и $A_1B_1C_1$ углы соответственно равны $\angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$, $\angle C = \angle C_1$

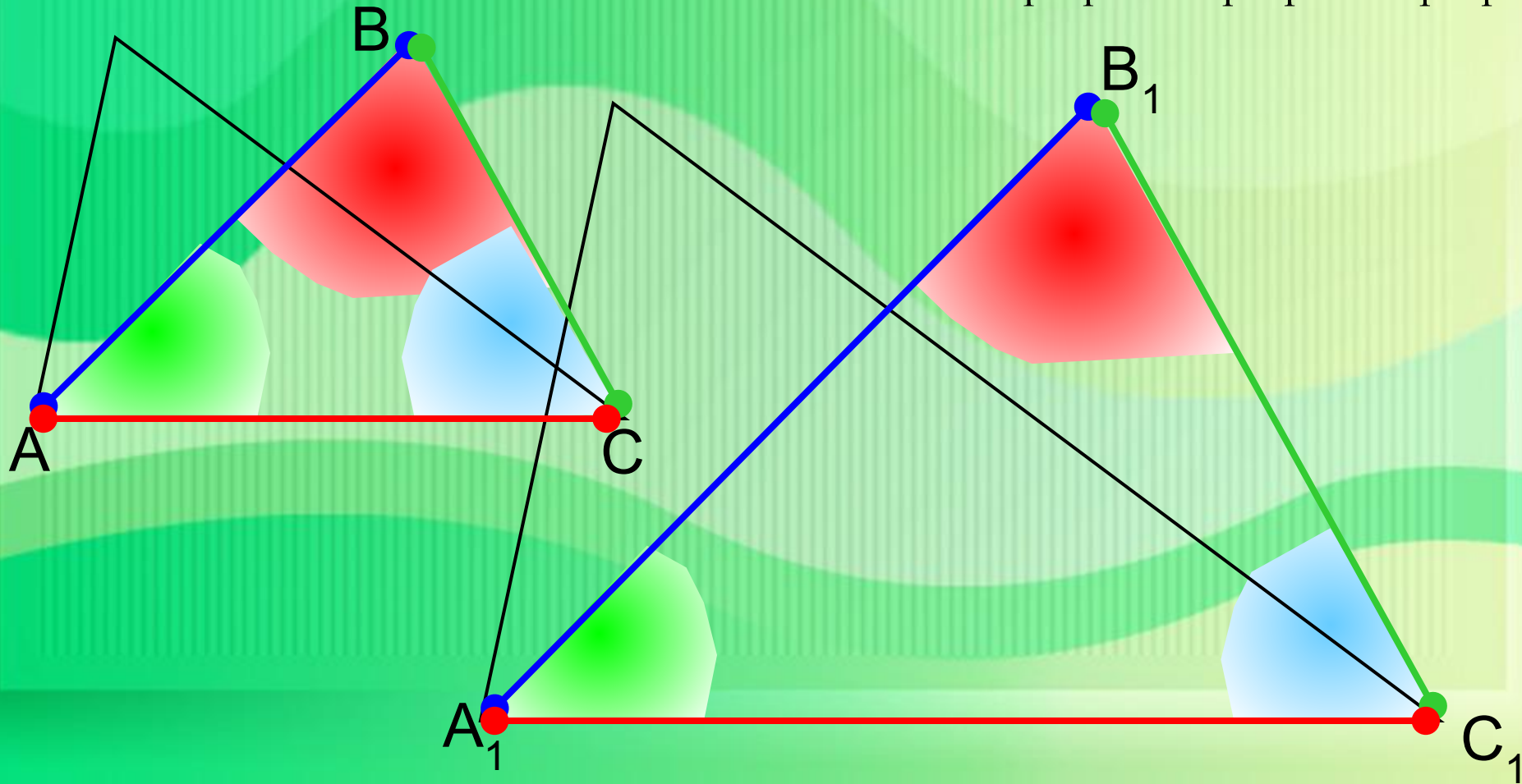


В этом случае стороны AB и A_1B_1 , BC и B_1C_1 , CA и C_1A_1 называются **сходственными**.

Два треугольника называются подобными, если их углы соответственно равны и стороны одного треугольника соответственно пропорциональны сходственным сторонам другого.

$$\angle A = \angle A_1, \quad \angle B = \angle B_1, \quad \angle C = \angle C_1$$

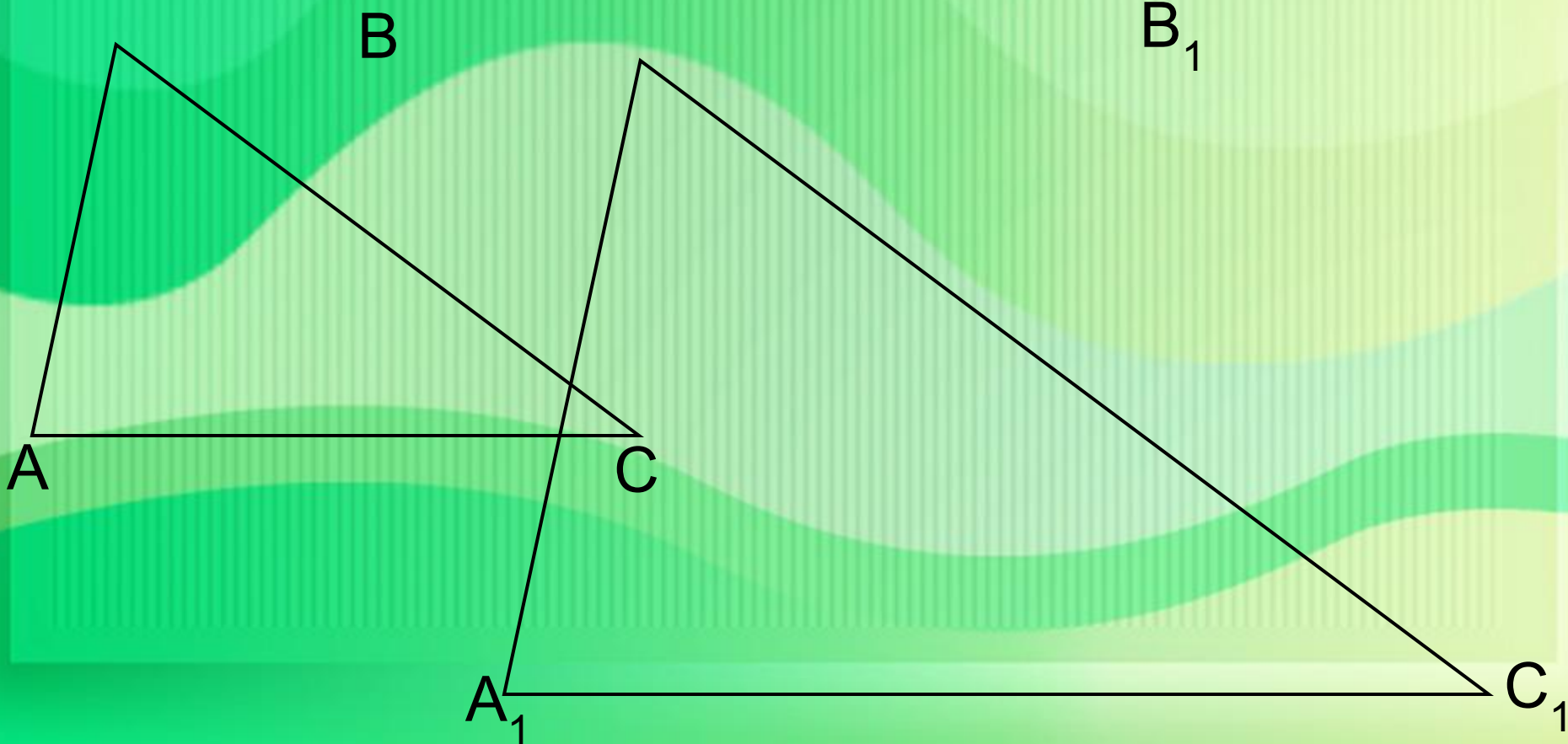
$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1}$$



Число k , равное отношению сходственных сторон подобных треугольников, называется коэффициентом подобия.

$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1} = \mathbf{k}$$

$$\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$$



Дано: $\triangle ABC \sim \triangle ORV$

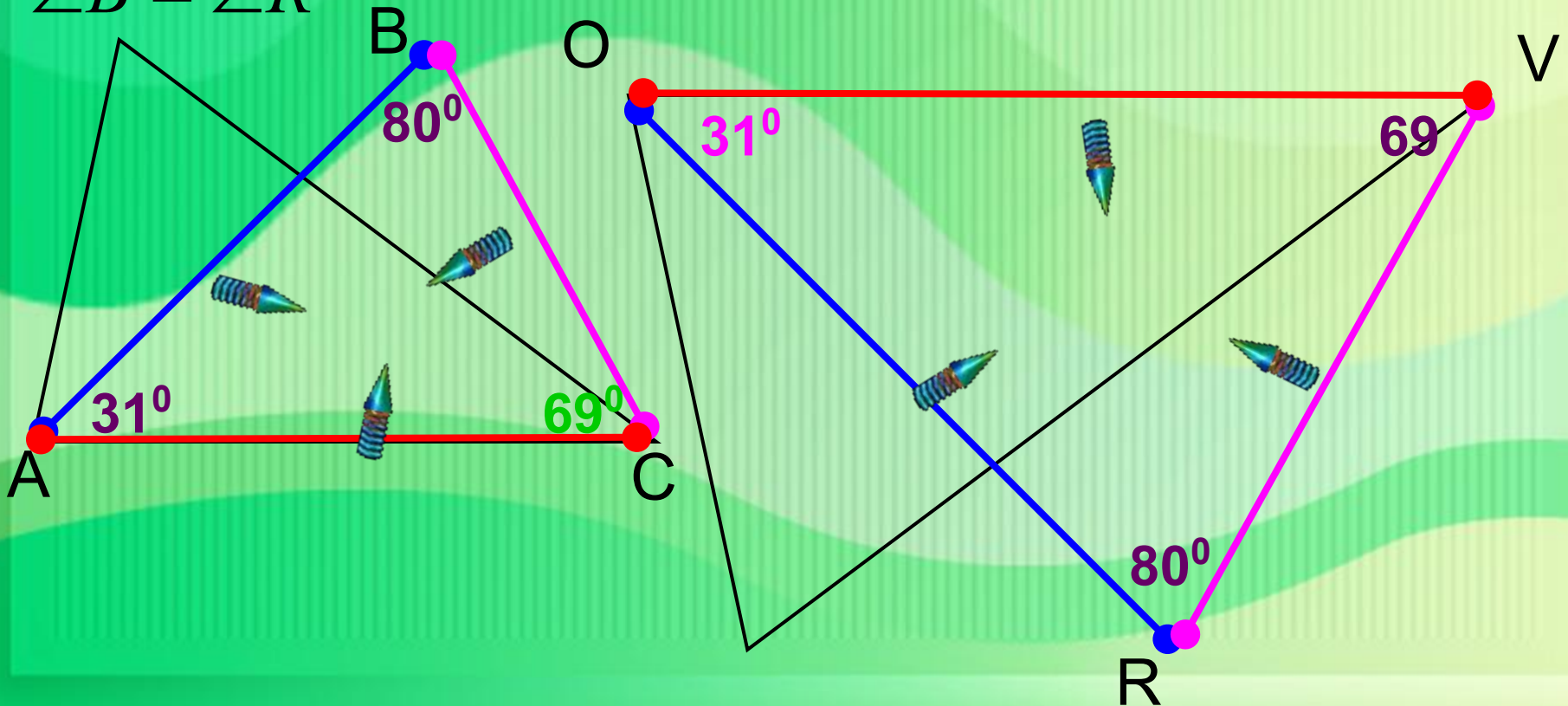
$$\frac{AB}{OR} = \frac{BC}{RV} = \frac{AC}{OV}$$

$$\angle C = \angle V$$

$$\angle A = \angle O$$

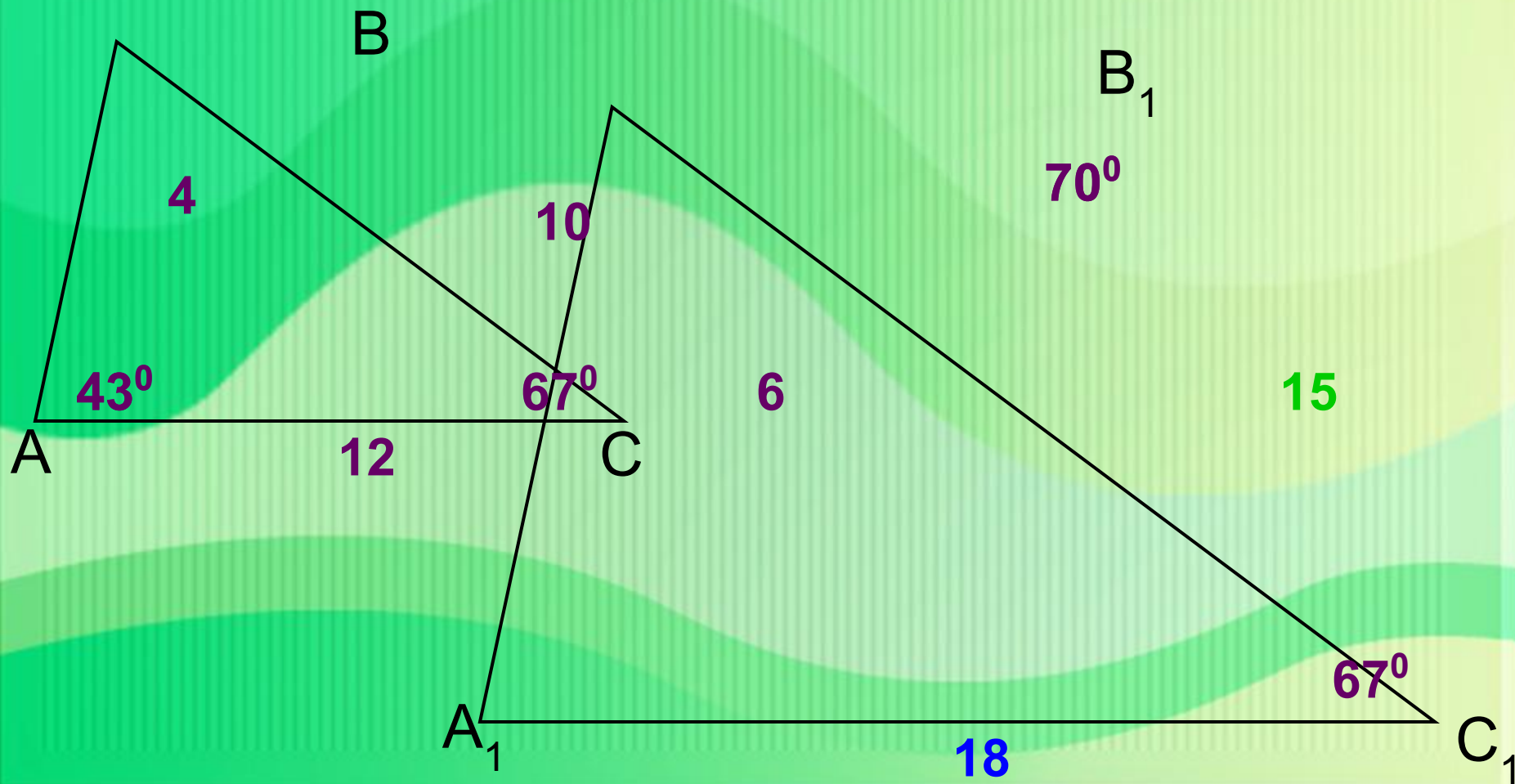
$$\angle B = \angle R$$

Найти все углы треугольников



Найти неизвестные стороны и углы подобных треугольников.

Дано: $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$



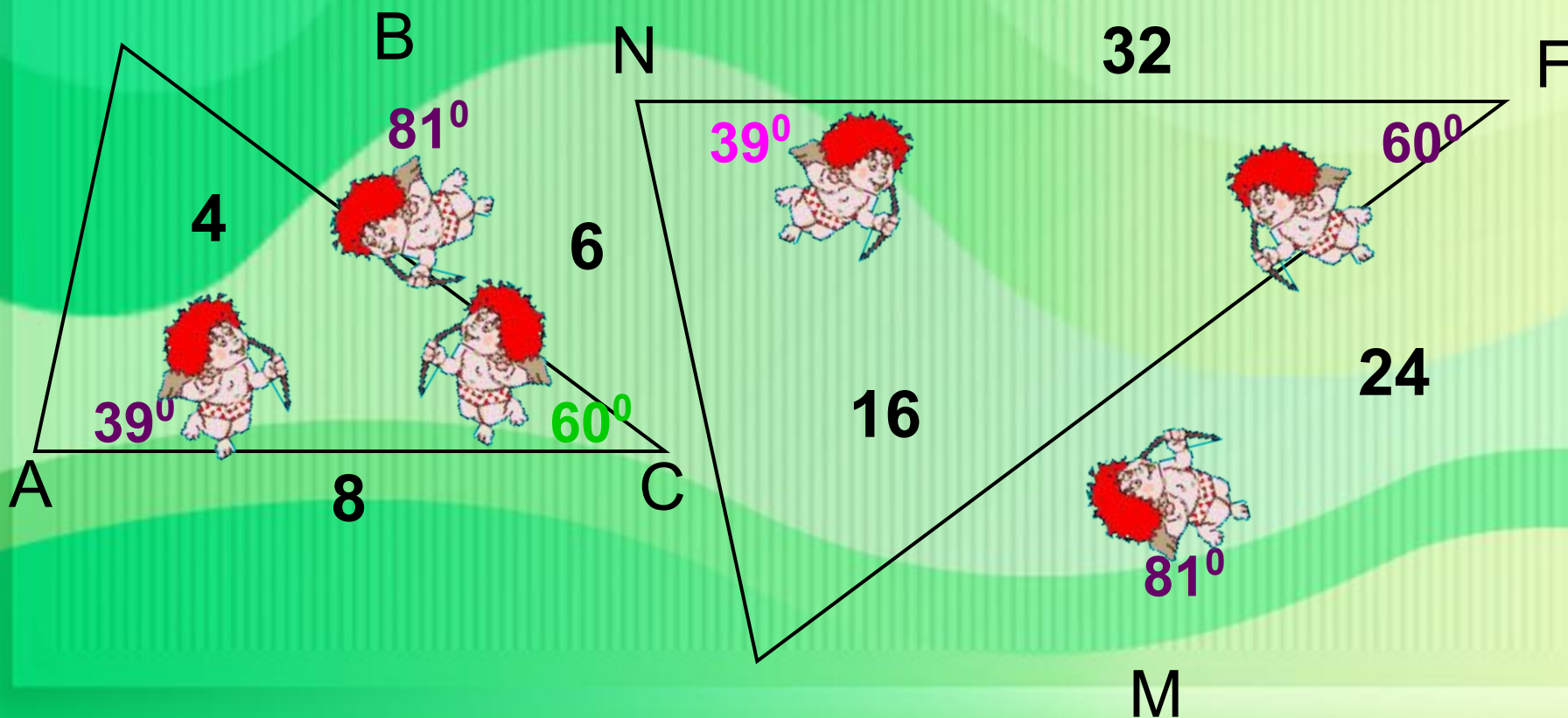
Доказать: $\triangle ABC \sim \triangle NMF$

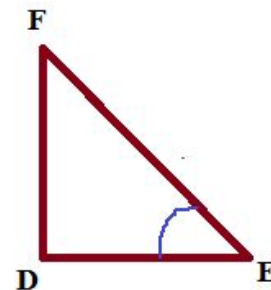
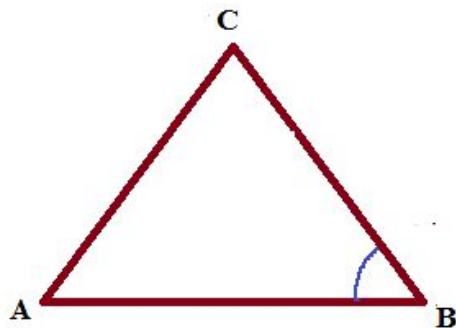
$$\angle B = \angle M$$

$$\angle A = \angle N$$

$$\angle C = \angle F$$

$$\frac{4}{16} = \frac{6}{24} = \frac{8}{32} \quad \text{Верно}$$



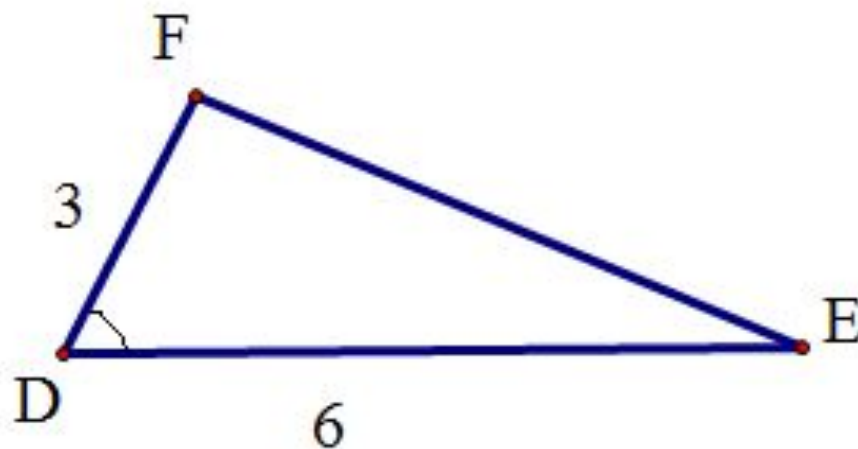
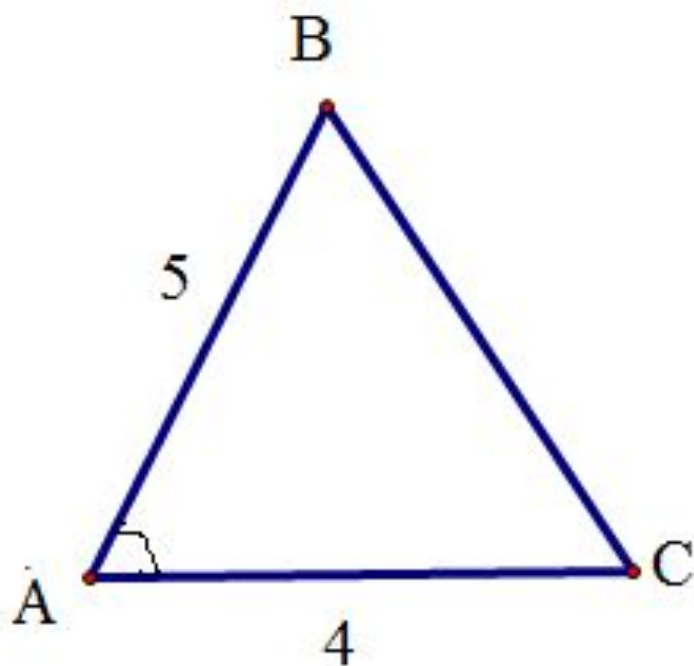


- Чему равно отношение площадей треугольников, имеющих равные углы?

$$\frac{S_{ABC}}{S_{DEF}} = \frac{AB \cdot BC}{DE \cdot EF}$$



Треугольники с равными углами



Найдите отношение площадей треугольников ABC и DFE

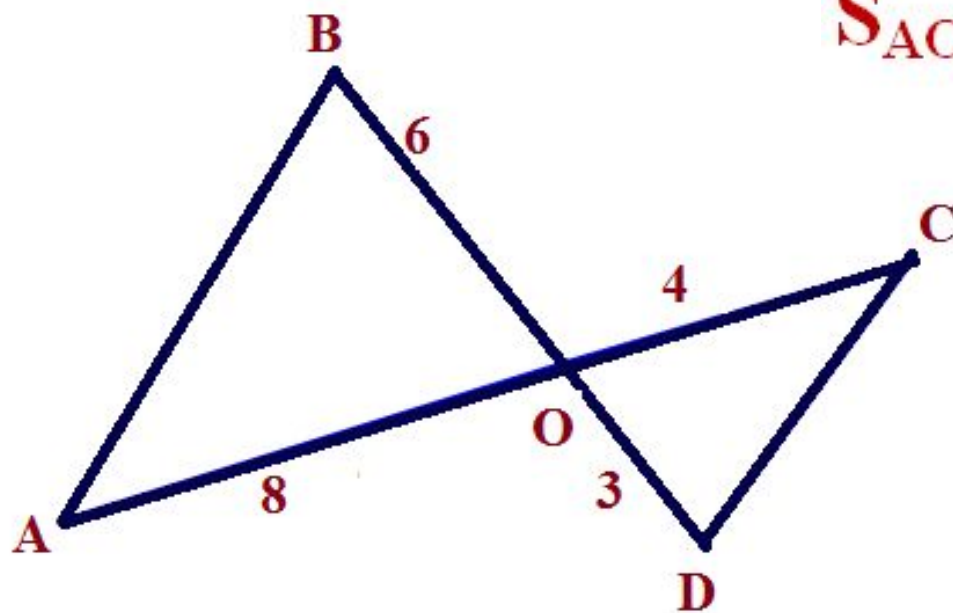
Ответ: $\frac{20}{18} = \frac{10}{9}$



Треугольники с равными углами

$$S_{AOB} = 20$$

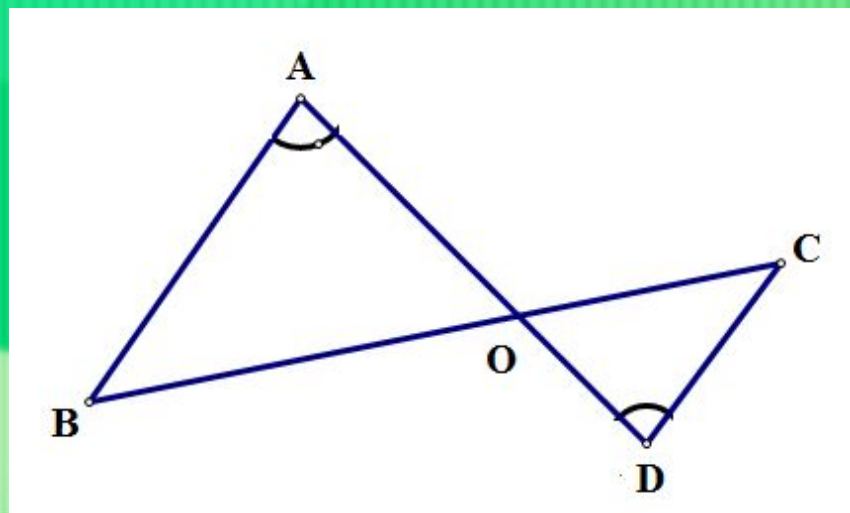
$$S_{DOC} = ?$$



Ответ: 5



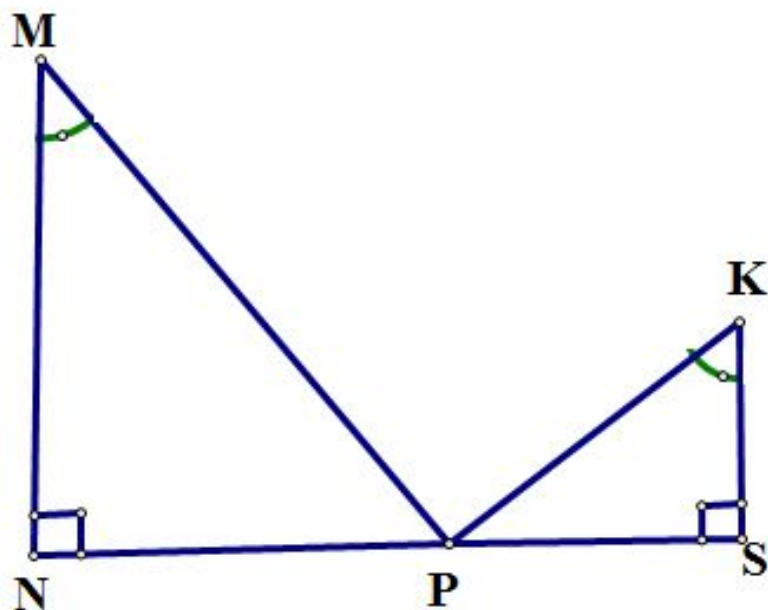
Признак подобия треугольников по двум углам



- Докажите, что треугольники подобны и укажите их сходственные стороны



Признак подобия треугольников по двум углам

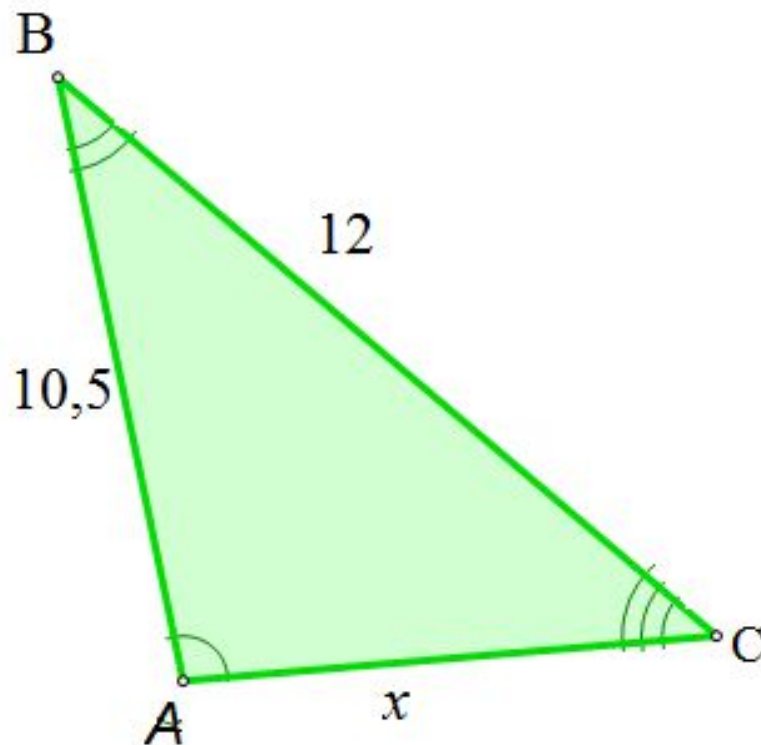
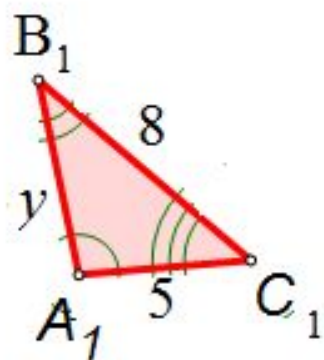


- Докажите, что треугольники подобны и укажите их сходственные стороны



$$\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$$

Найдите x и y

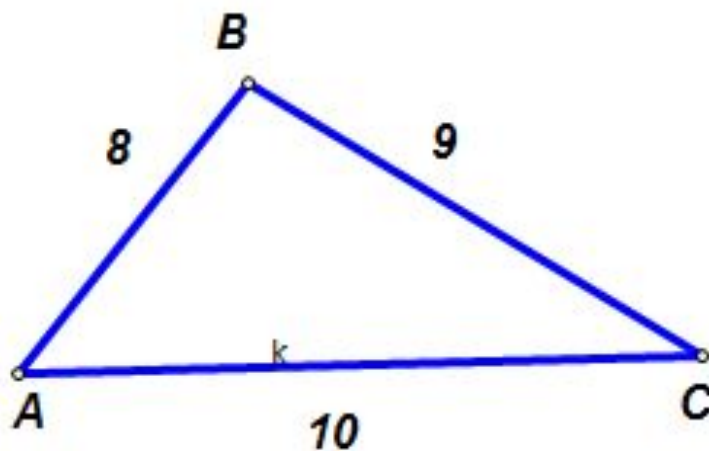


Ответ: $x = 7,5$ $y = 7$

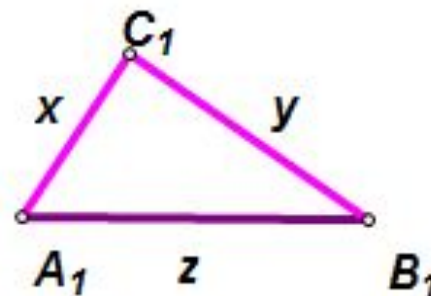


$$\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$$

Найдите x и y



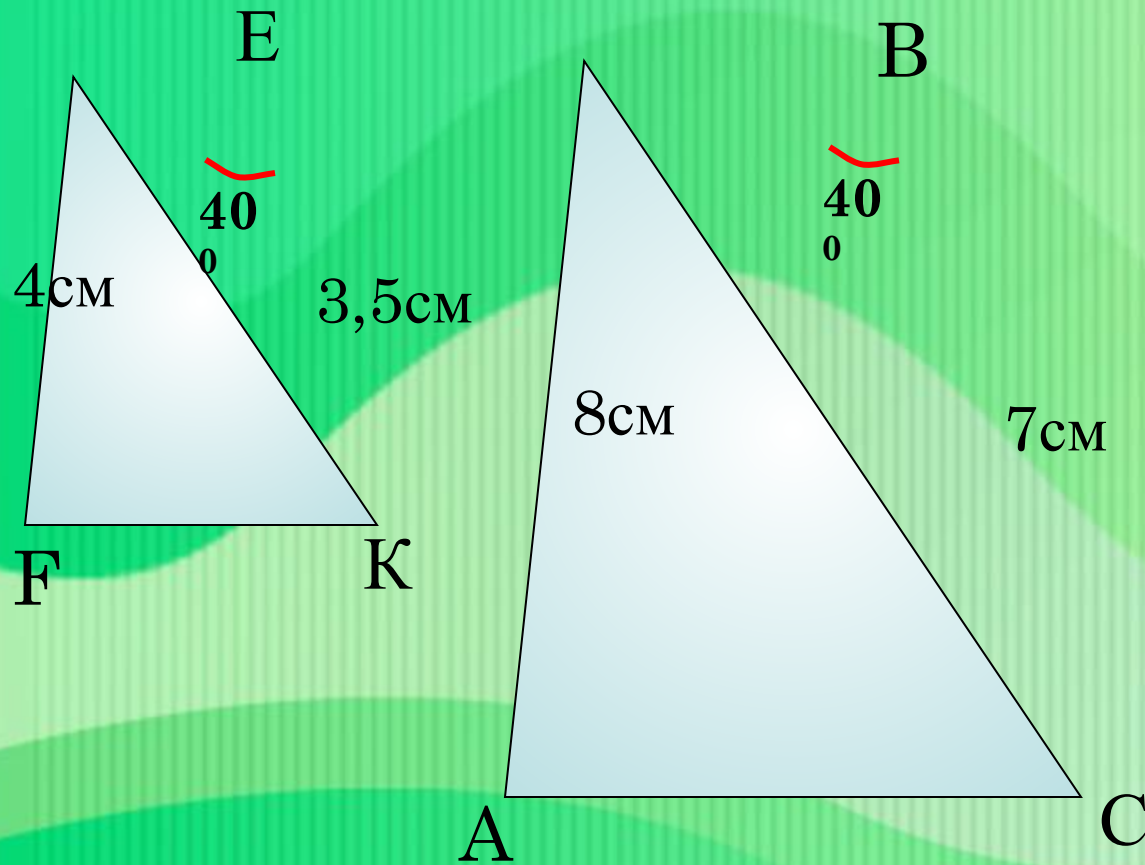
$$P_{A_1B_1C_1} = 9$$



$$\text{Ответ: } x = \frac{8}{3}, y = 3, z = \frac{10}{3}$$

1 задача

Подобны ли треугольники?



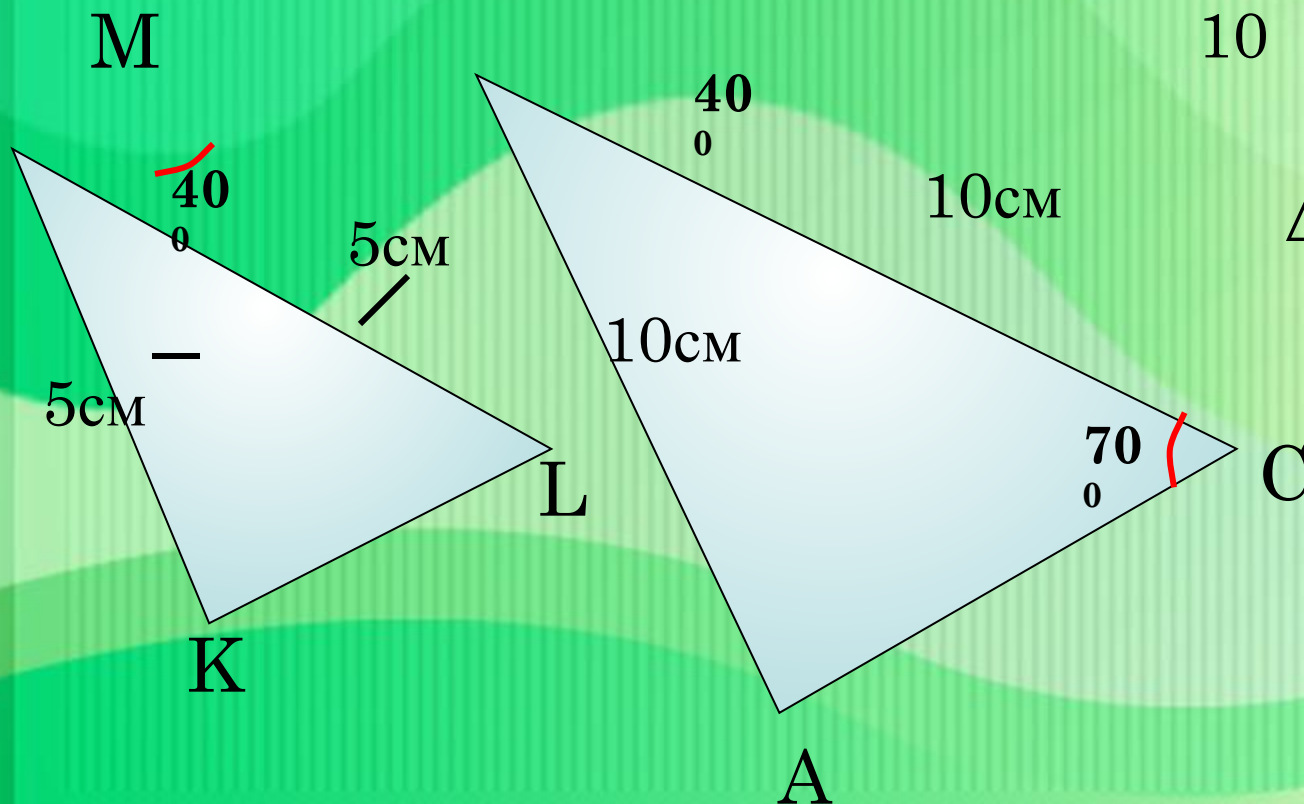
$$\angle E = \angle B,$$

$$\frac{4}{8} = \frac{3,5}{7} \quad \text{Верно}$$

$\triangle FEK \sim \triangle ABC$
по 2 признаку

2 задача

Подобны ли треугольники?

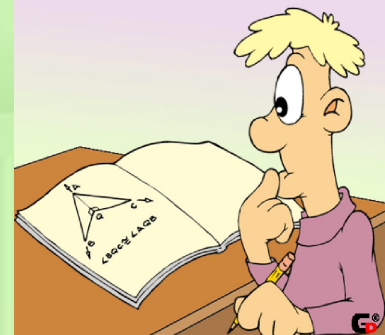


$$\angle M = \angle B,$$

$$\frac{5}{10} = \frac{5}{10} \quad \text{Верно}$$

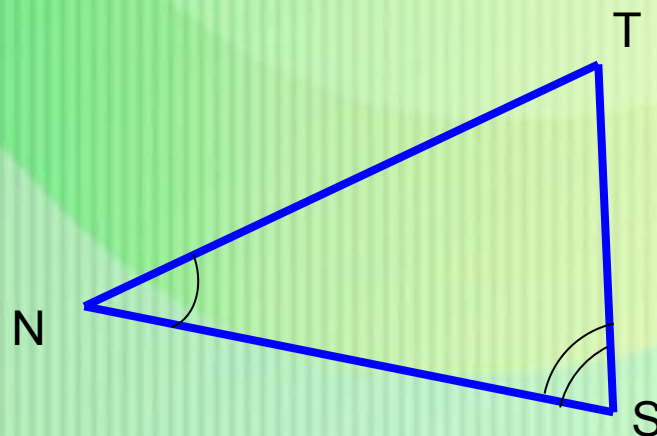
$\triangle KML \sim \triangle ABC$
по 2 признаку

Реши задачу



1.

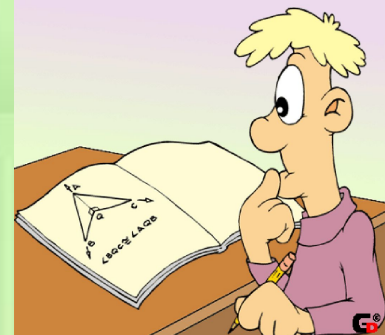
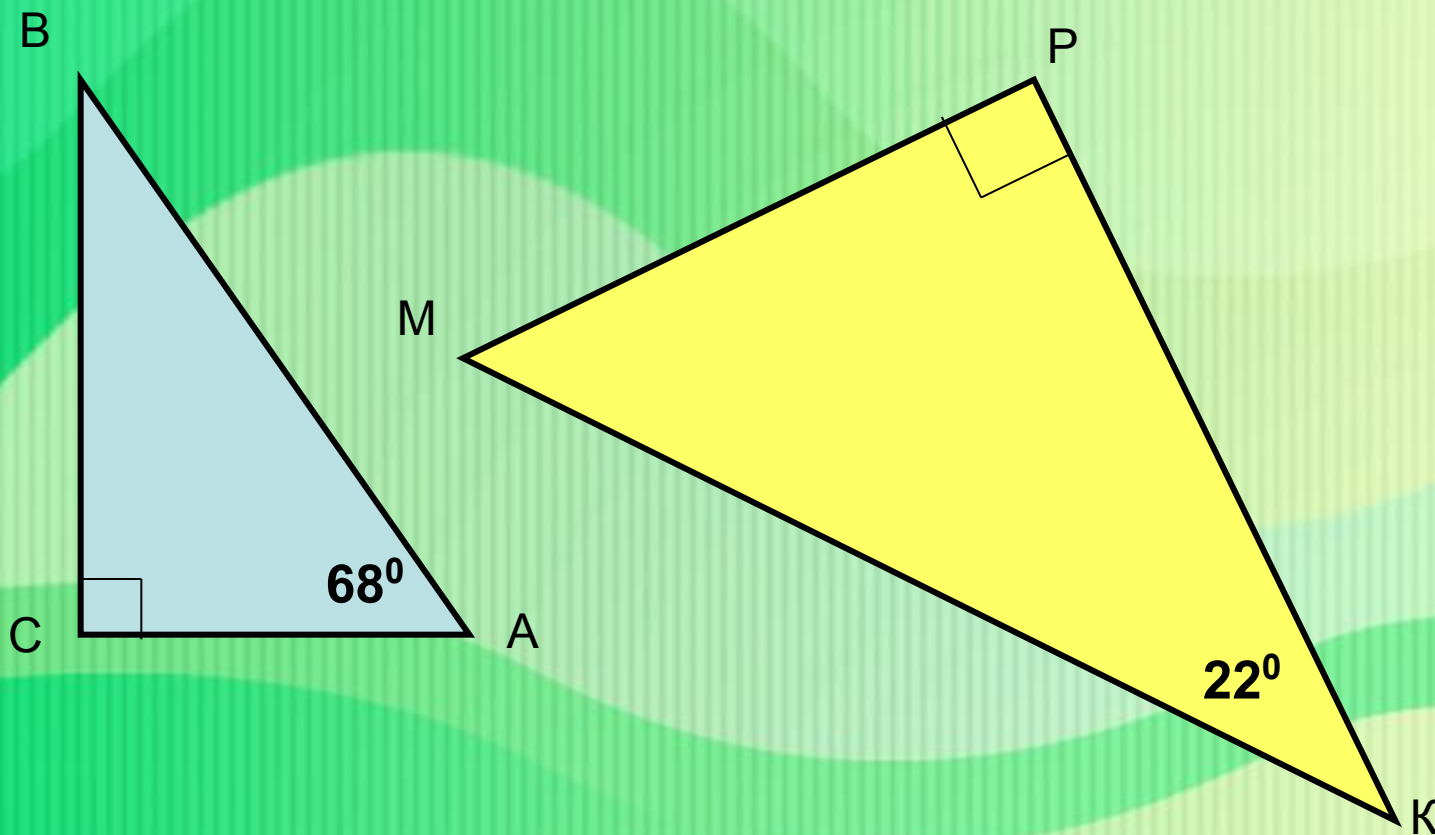
Являются ли треугольники подобными ?



Реши задачу

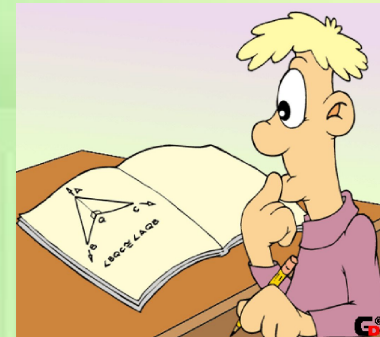
2.

Являются ли треугольники подобными

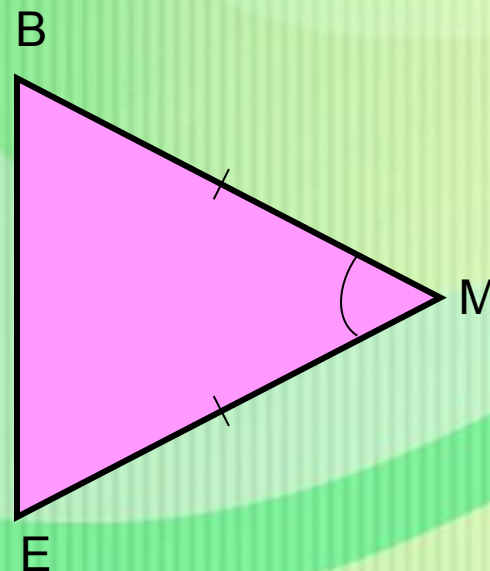
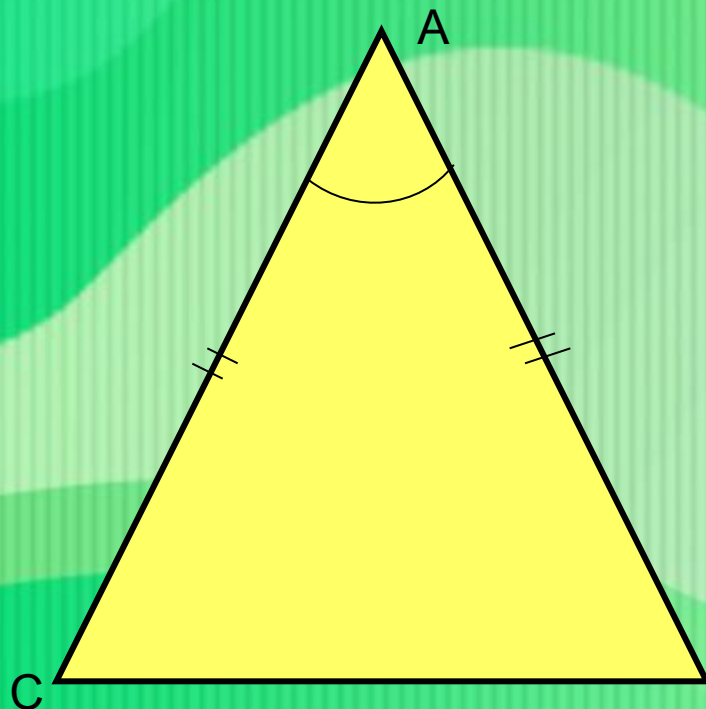


Реши задачу

3.

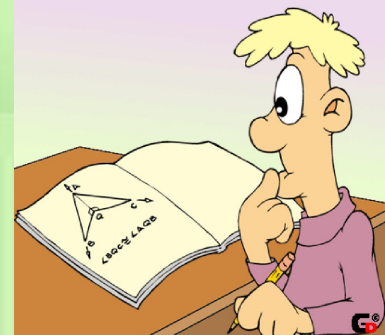


Являются ли треугольники подобными ?



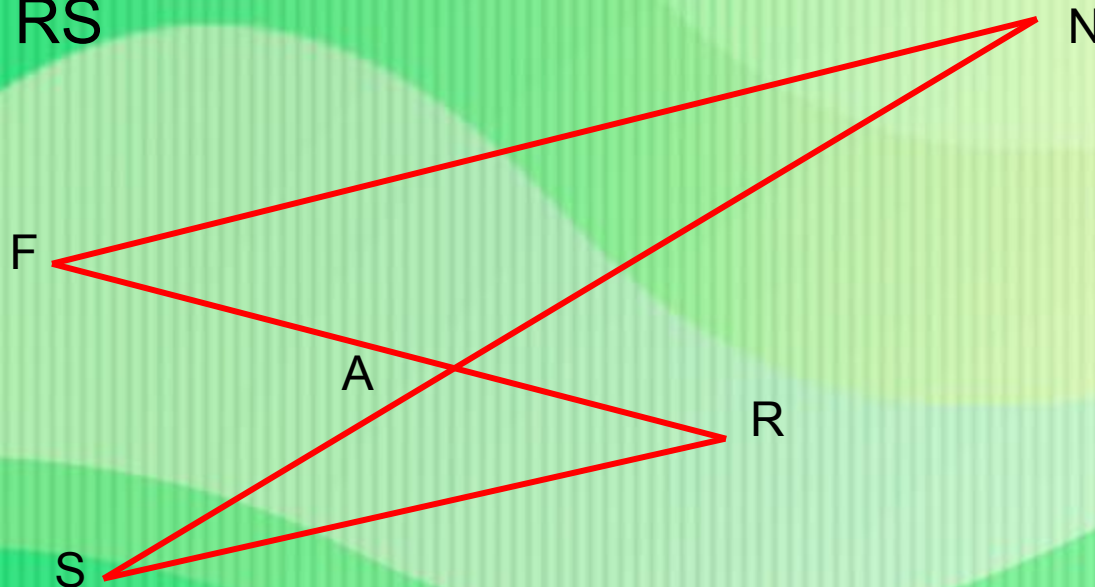
Решим задачу

4.



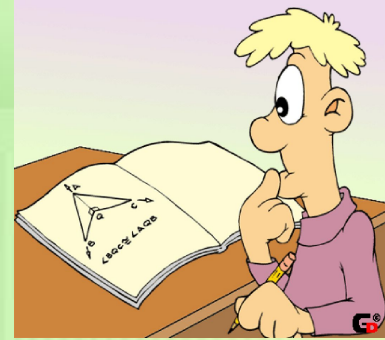
Назови подобные треугольники и сходственные стороны в них

$FN \parallel RS$

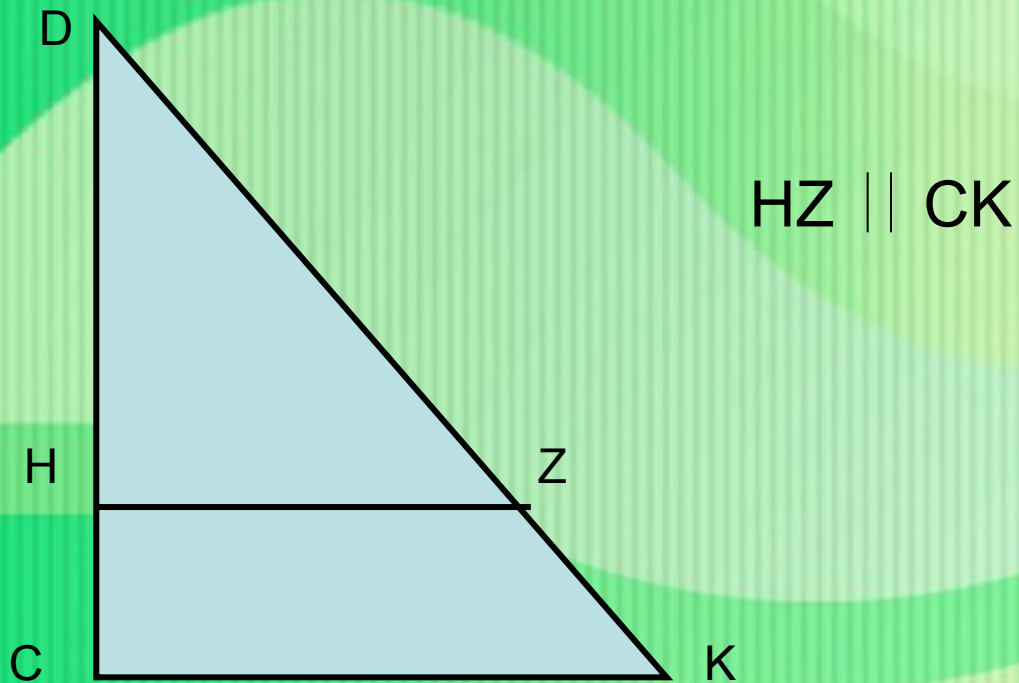


5.

Решим задачу

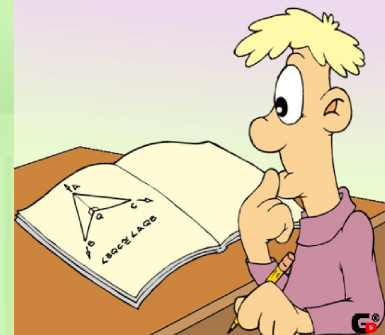


Назови подобные треугольники и сходственные стороны в них

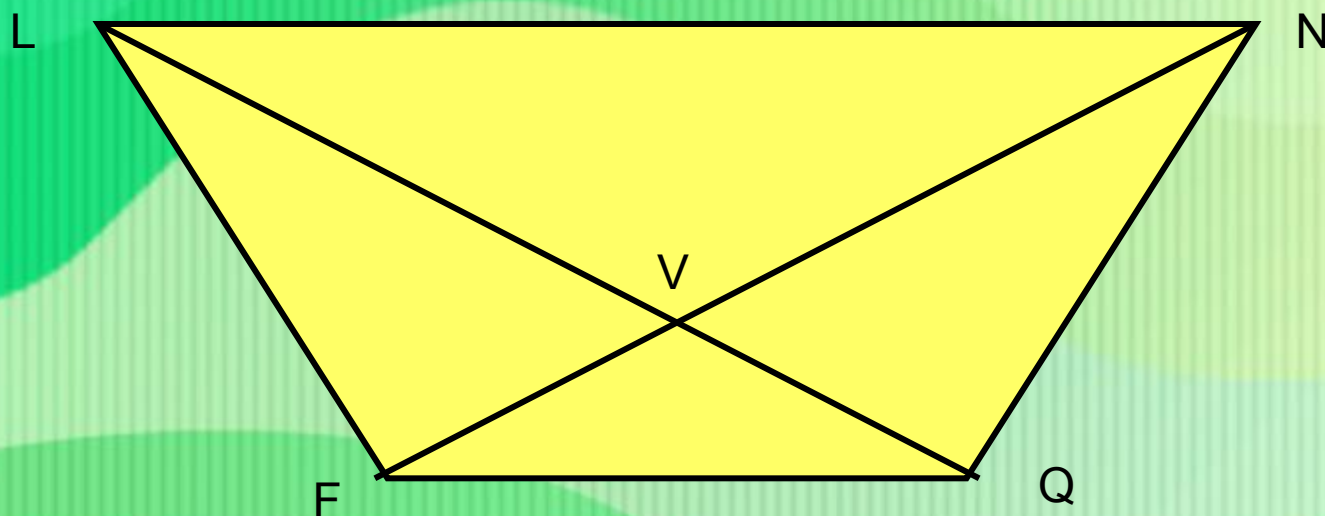


6.

Реши задачу



Назови подобные треугольники и сходственные стороны в них:

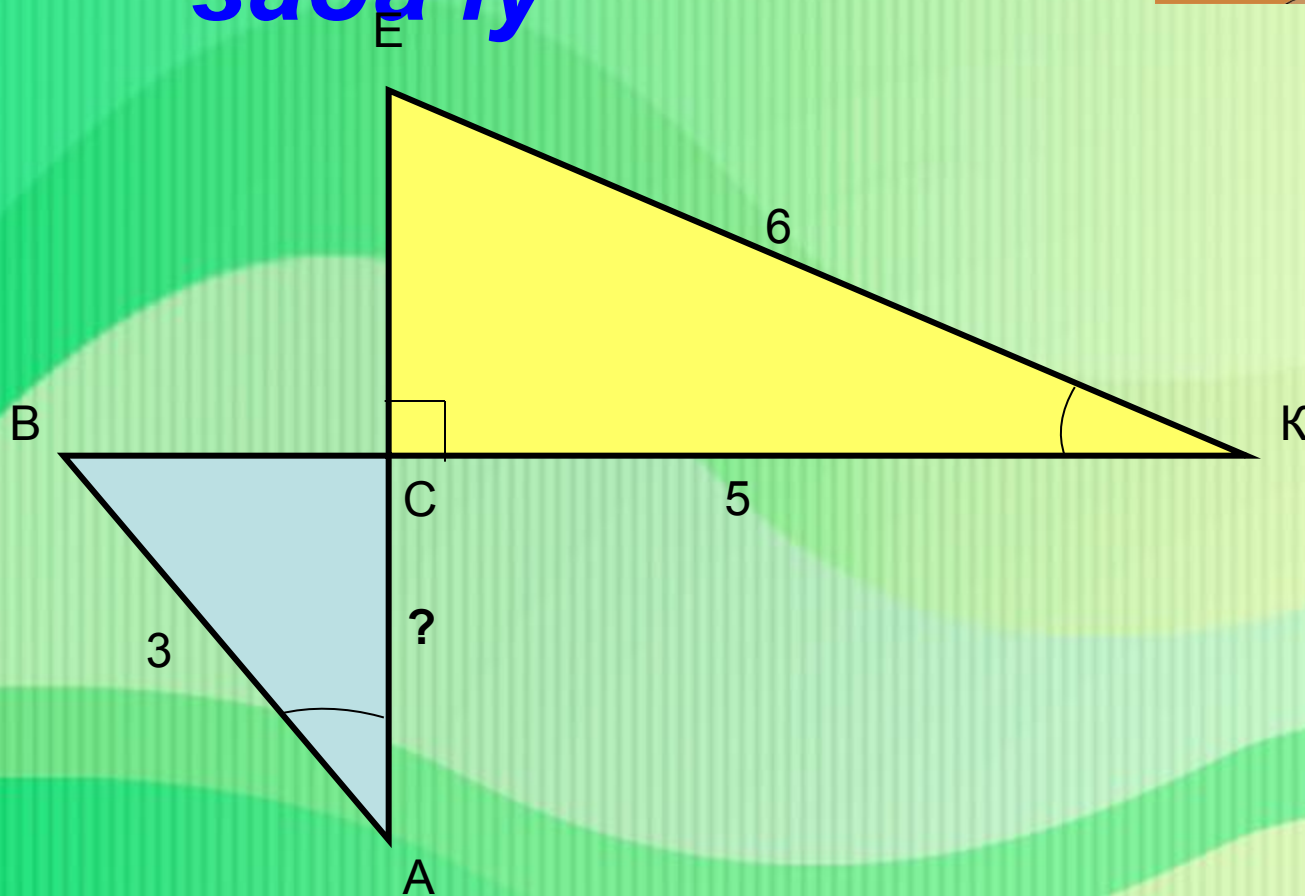
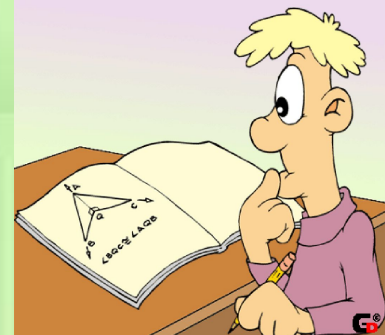


FLNQ – трапеция.



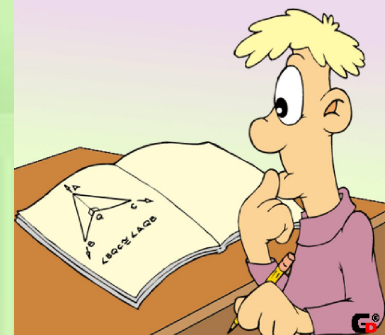
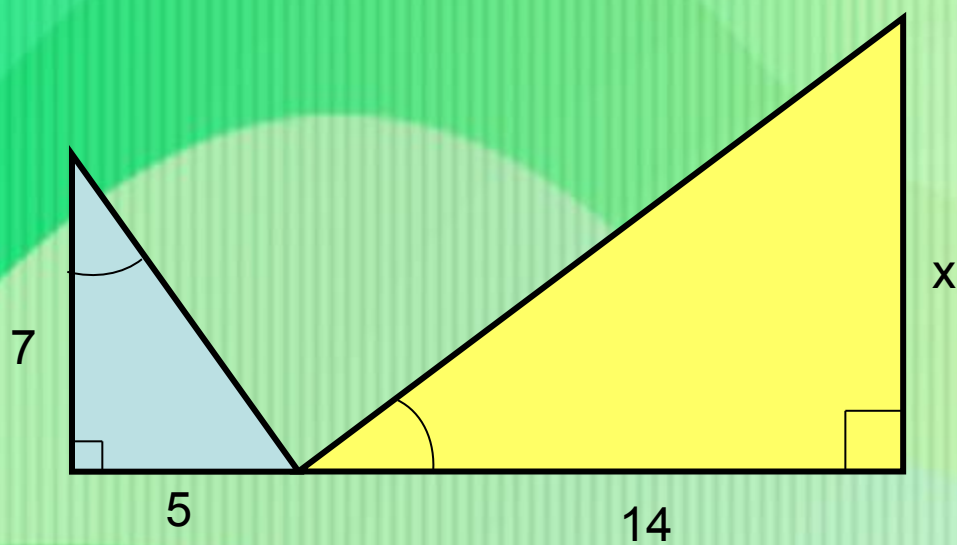
7.

Решу задачу

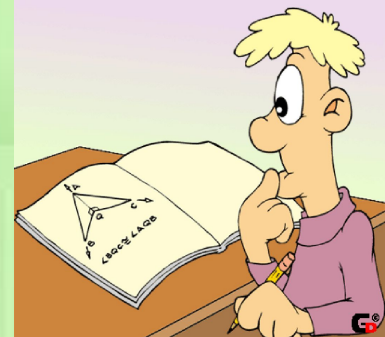


Реши задачу

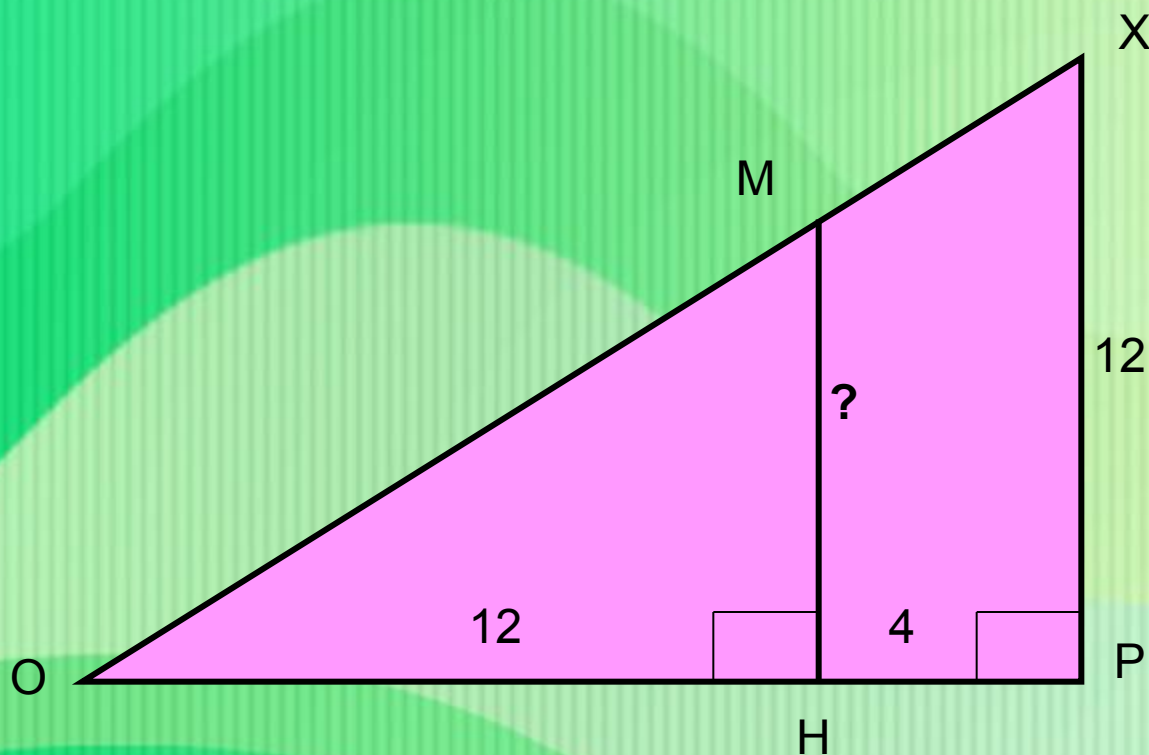
8.



Решу задачу



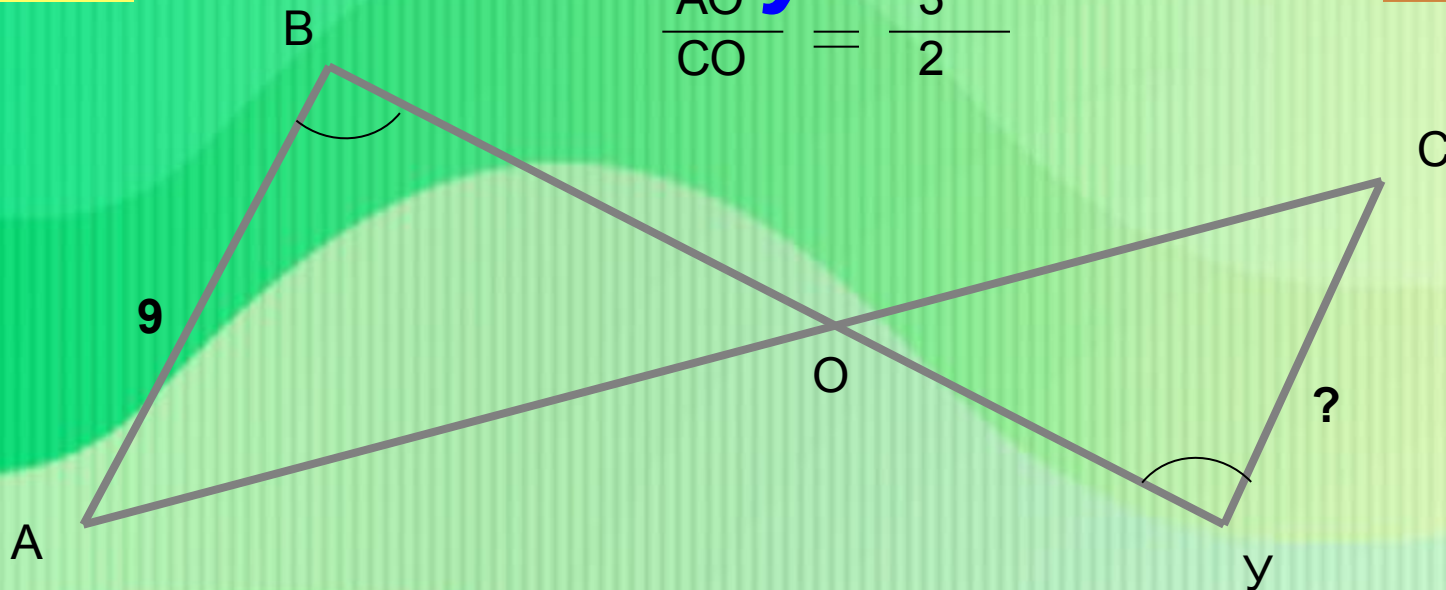
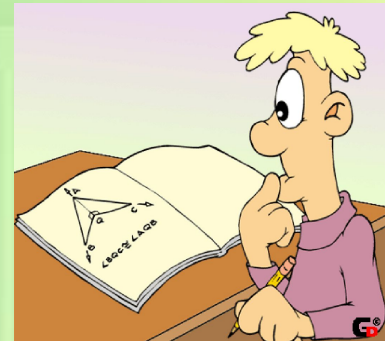
9.



10.

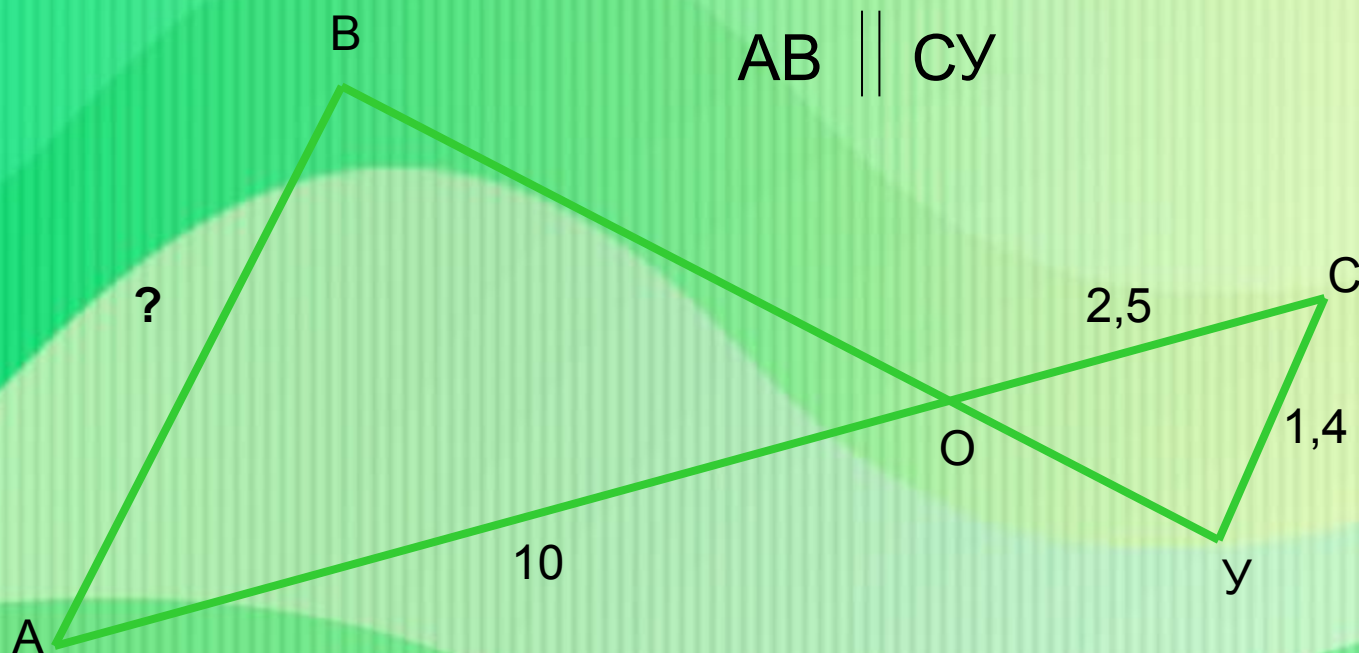
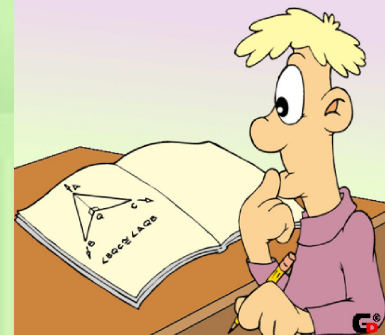
Решу
задачу

$$\frac{AO}{CO} = \frac{3}{2}$$



11.

Решу
задачу

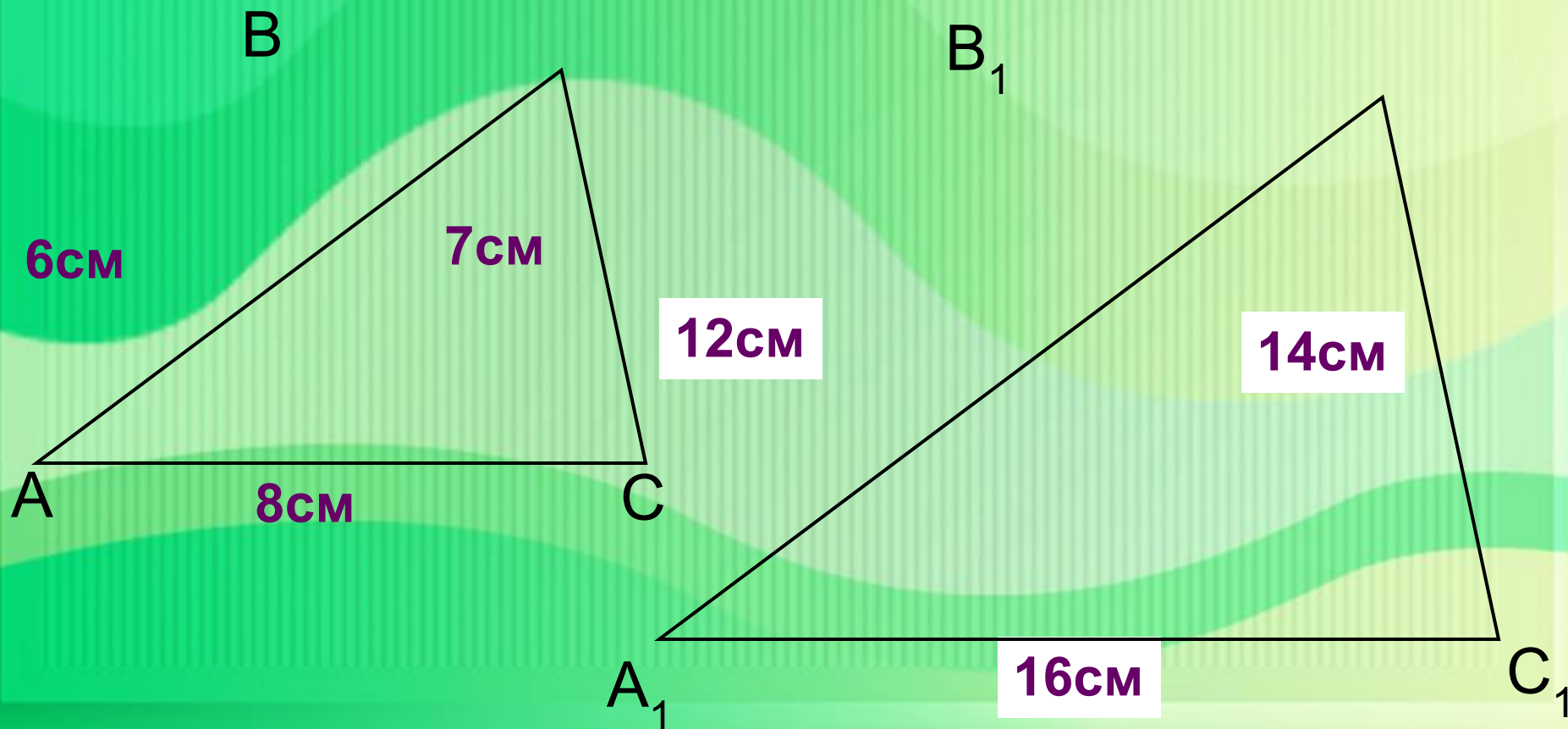


Блиц-опрос

Дано: $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$

Найдите: x, y, z .

$$\frac{A_1B_1}{AB} = 2$$



Блиц-опрос

Дано: $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$

Найдите: x, y, z .

$$\frac{A_1B_1}{AB} = 2$$

B

B_1

9см

10,5см

18см

21см

A

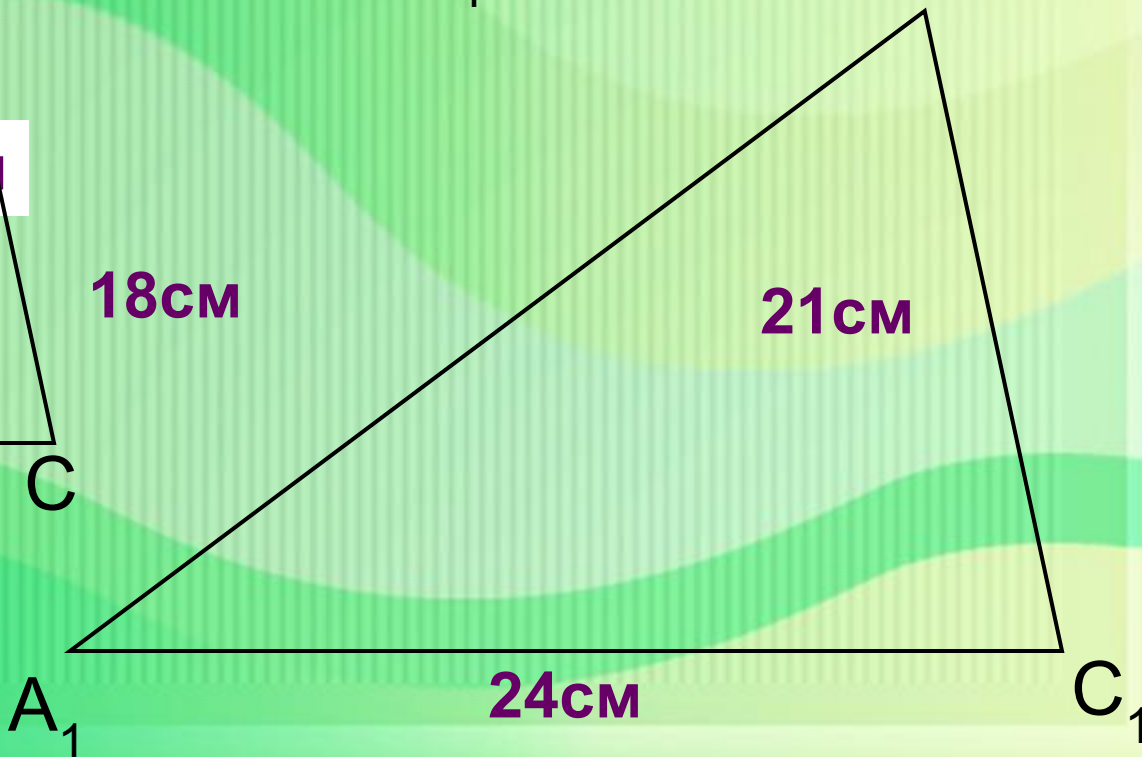
12см

C

A_1

24см

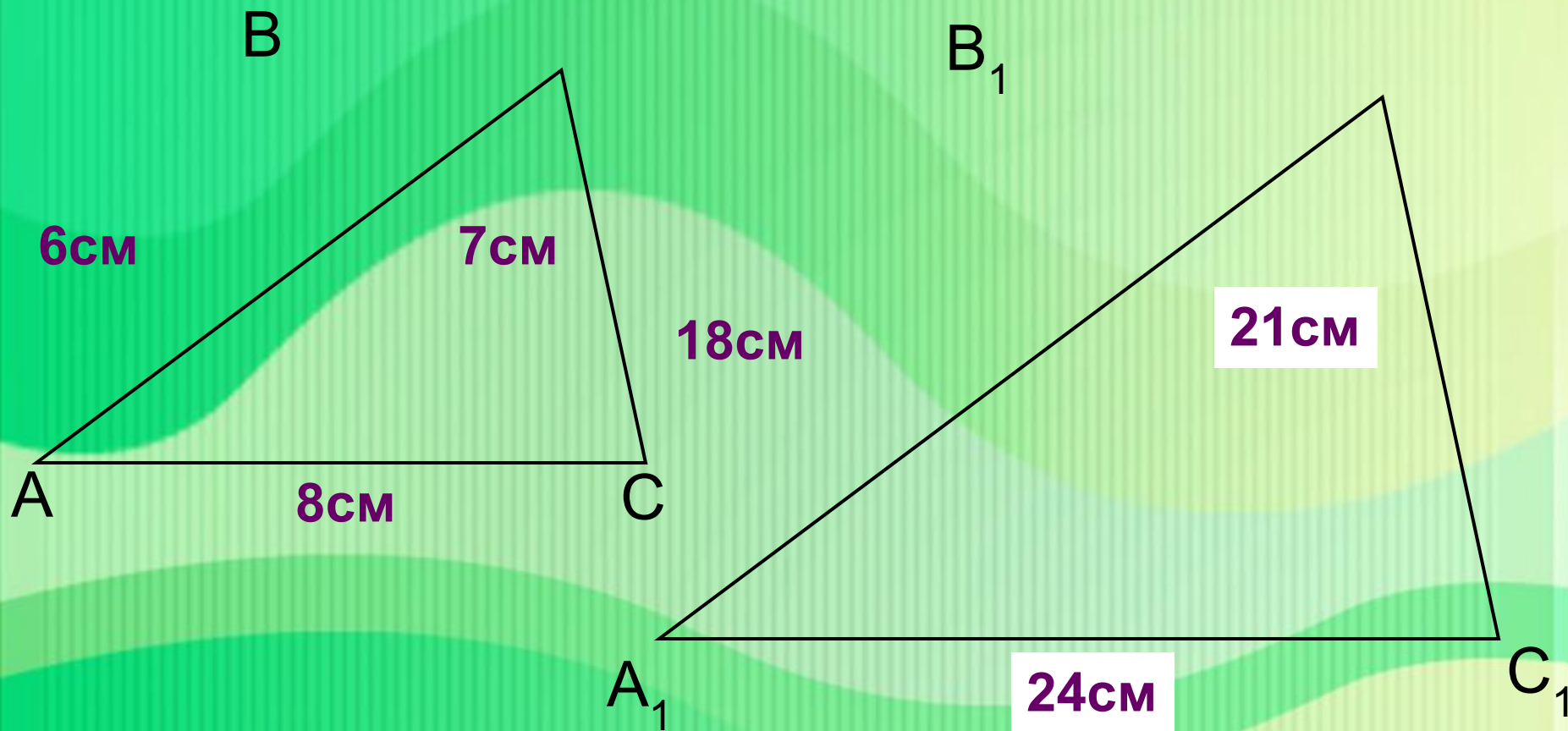
C_1



Блиц-опрос

Дано: $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$

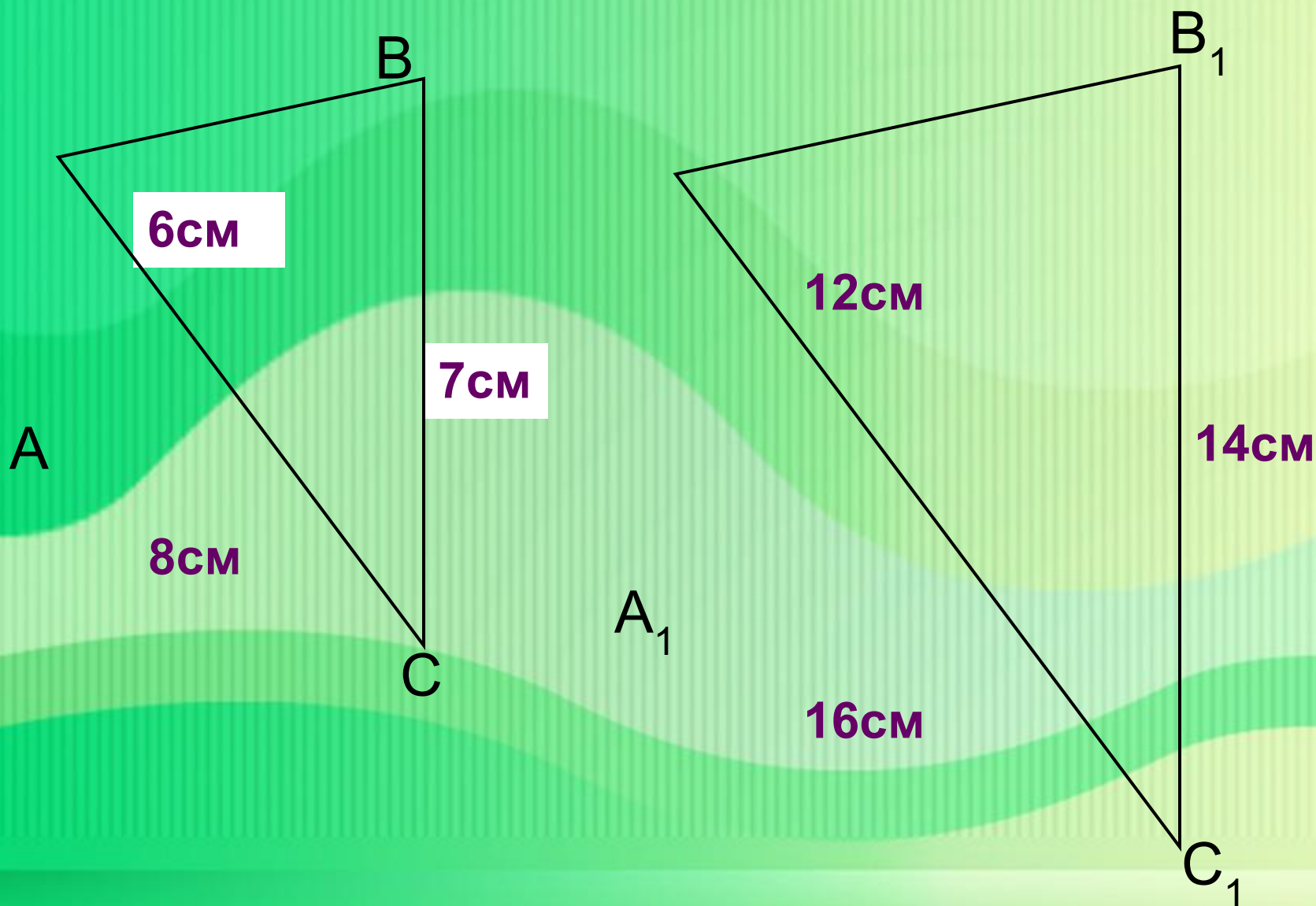
Найдите: x , y .



Блиц-опрос

Дано: $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$

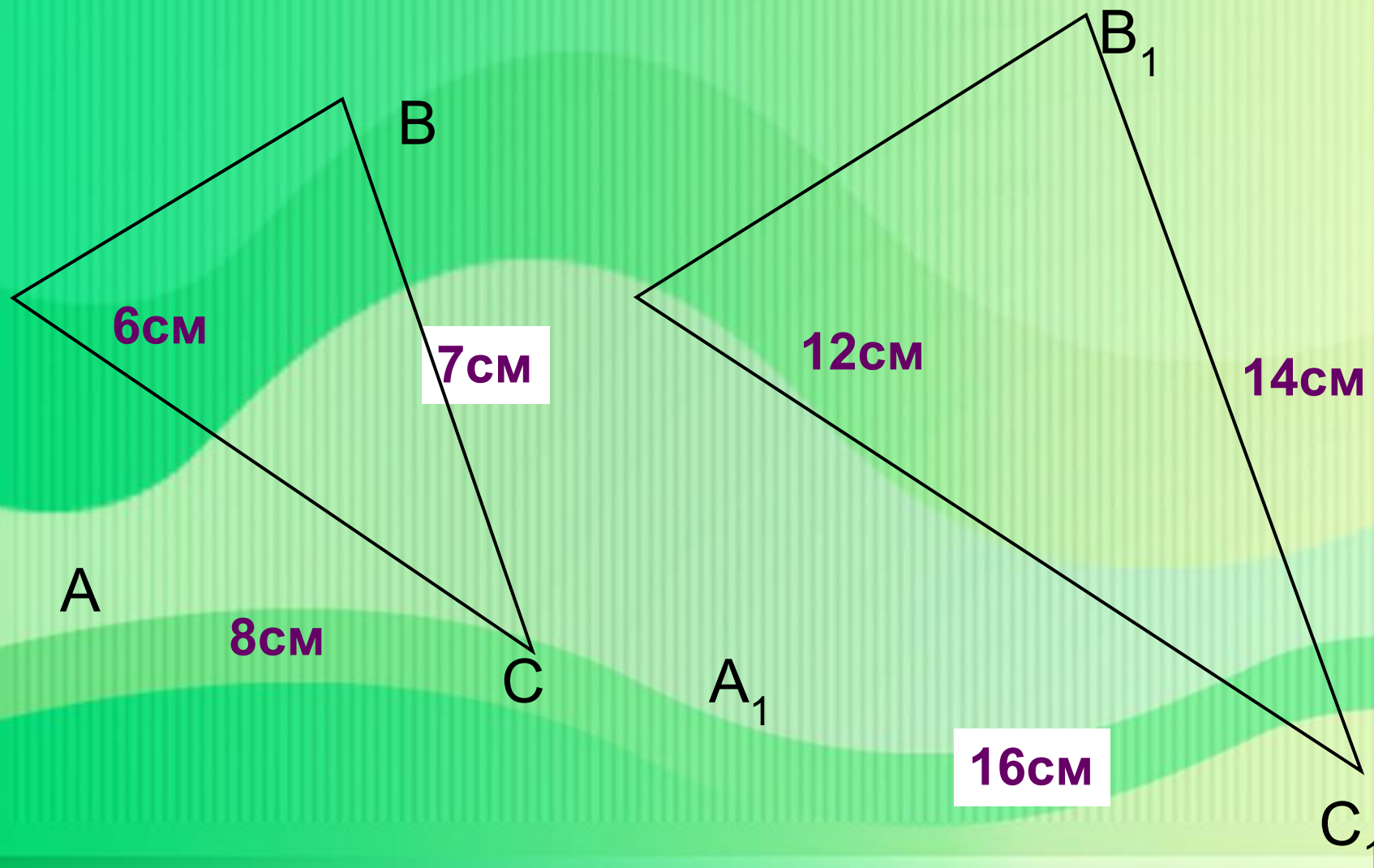
Найдите: x , y .



Блиц-опрос

Дано: $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$

Найдите: x , y .



Блиц-опрос

Дано: $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$

$$P_{A_1B_1C_1} = 105 \text{ см}$$

Найдите: x, y, z .

B

B_1

6 см

7 см

$$P_{ABC} = 21 \text{ см}$$

30 см

35 см

A

8 см

C

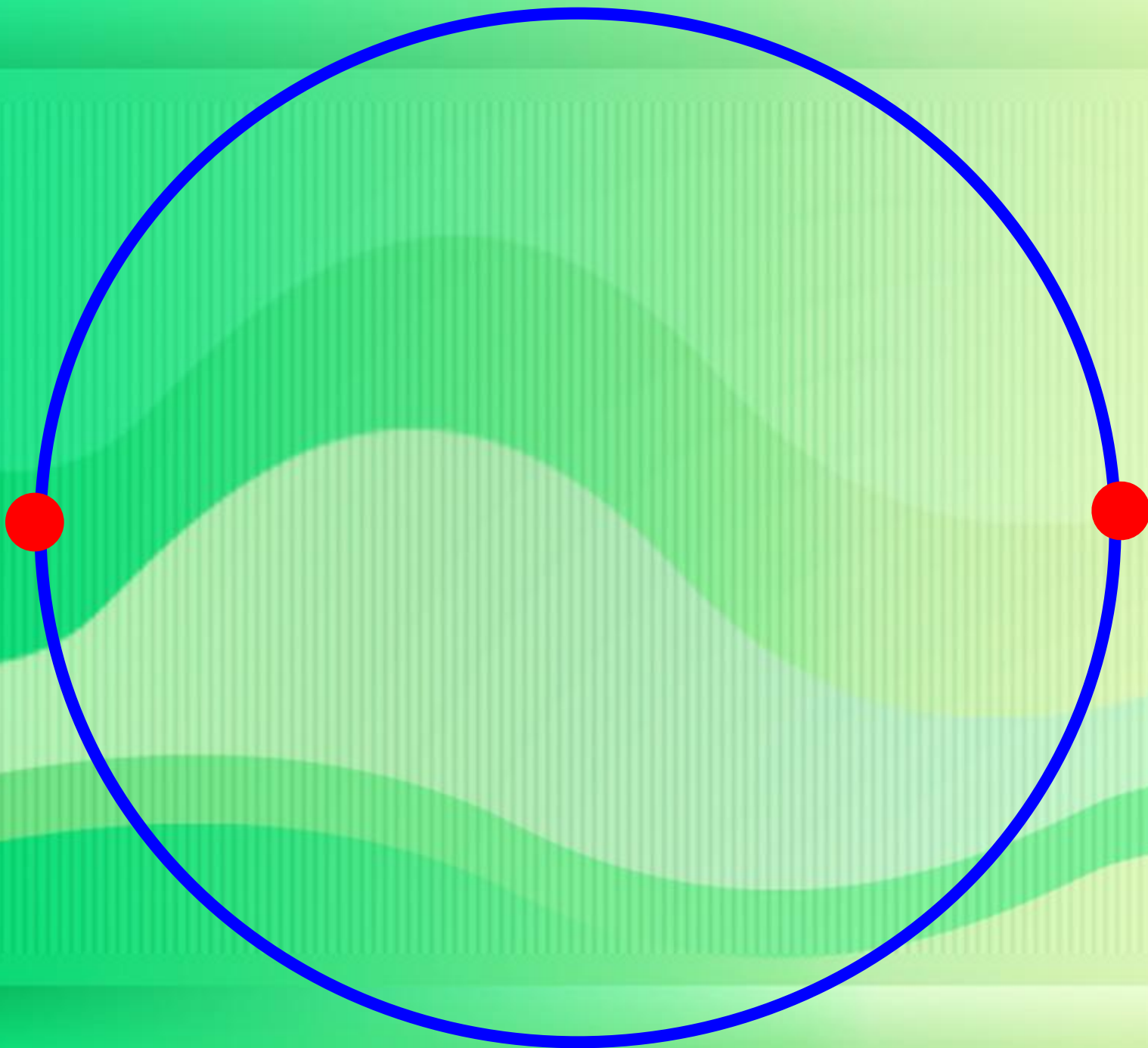
A_1

40 см

C_1

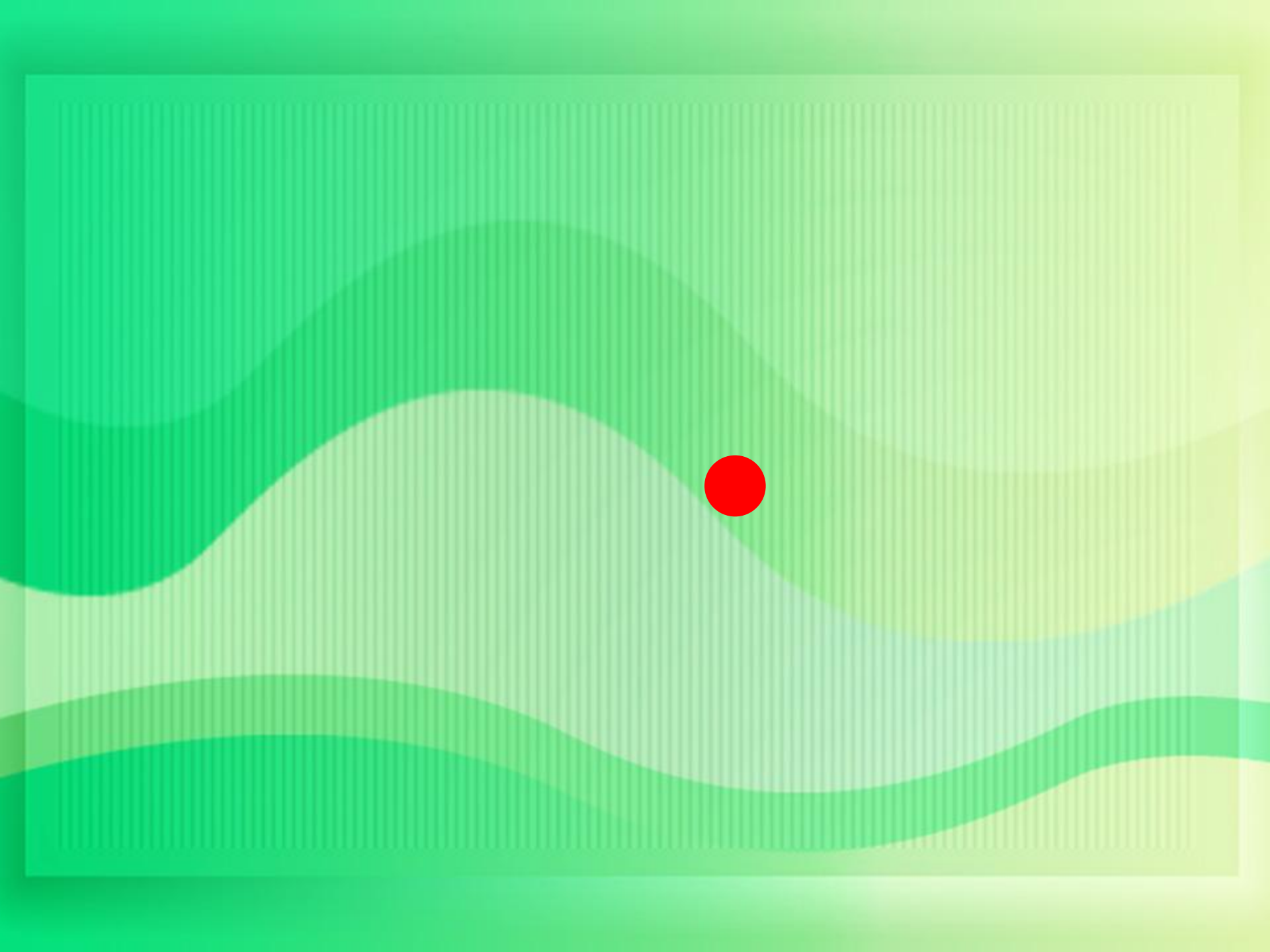
$$\frac{P_{A_1B_1C_1}}{P_{ABC}} = 5$$

Зарядка для глаз

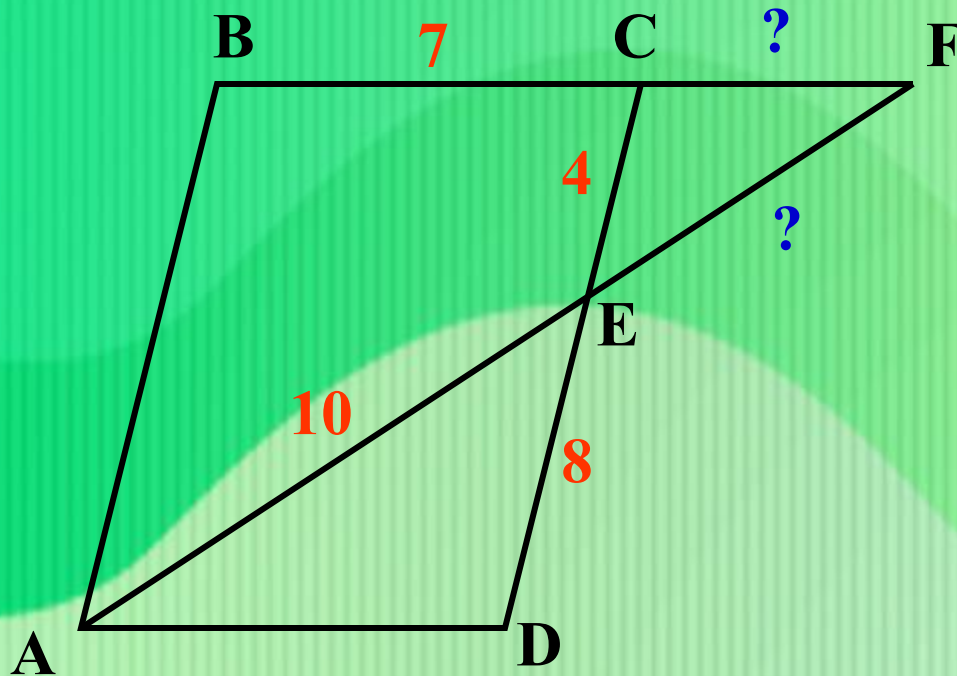








№ 551 (a)



Ответ: FC = 3,5 см,

FE = 5 см.

1. $\angle CEF = \angle AED$
(вертикальные),
 $\angle CFE = \angle EAD$
(накрестлежащие при
параллельных
прямым),

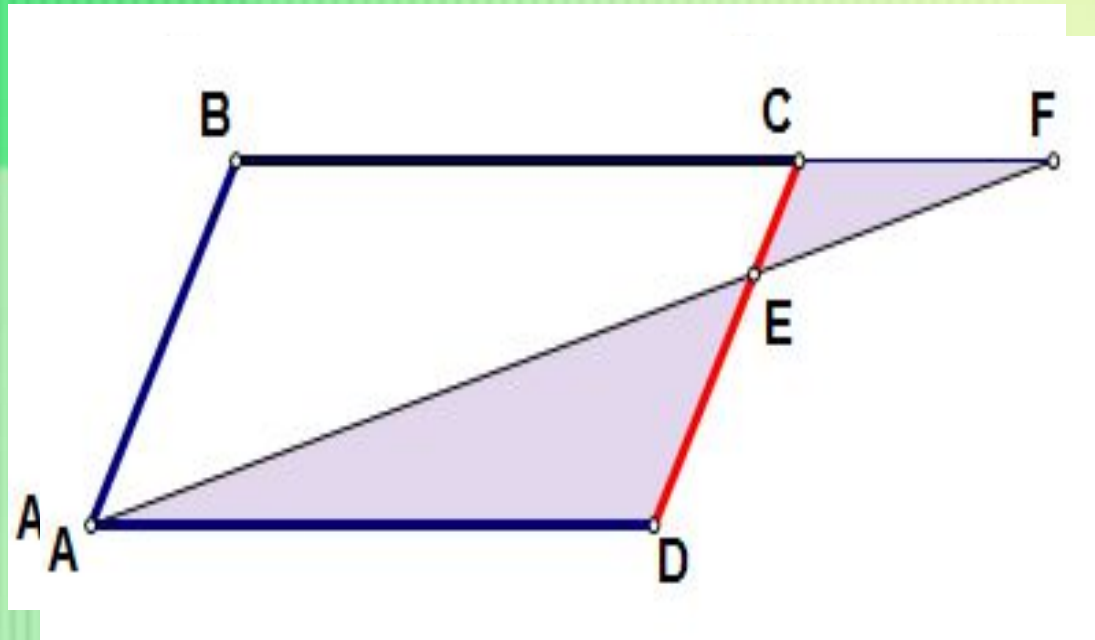
↓
I пр.
 $\triangle AEB \sim \triangle FEC$
↓
опр.

$$\frac{CE}{ED} = \frac{AE}{EF} = \frac{CF}{AD}$$
$$\frac{4}{8} = \frac{10}{EF} = \frac{CF}{7}$$

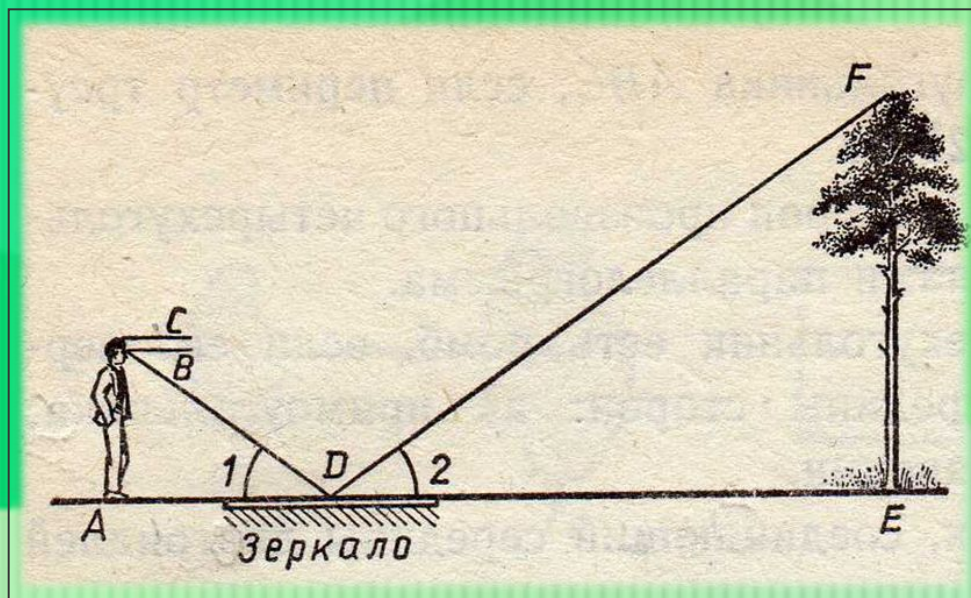
№ 551(6)

На стороне CD
параллелограмма
ABCD отмечена
точка E. Прямые
AE и BC
пересекаются в
точке F.

Найдите **DE** и **EC**,
если $AB = 8$ см,
 $AD = 5$ см, $CF = 2$ см

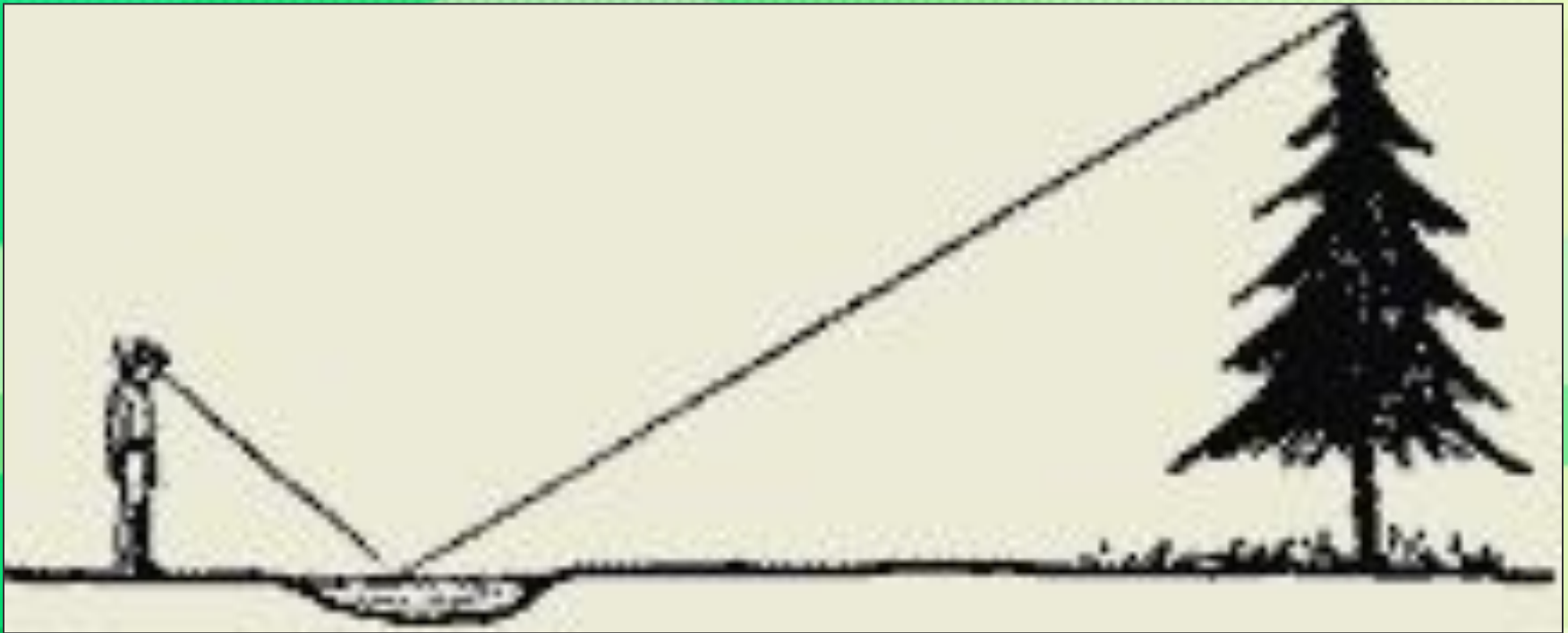


Определение высоты предмета по зеркалу

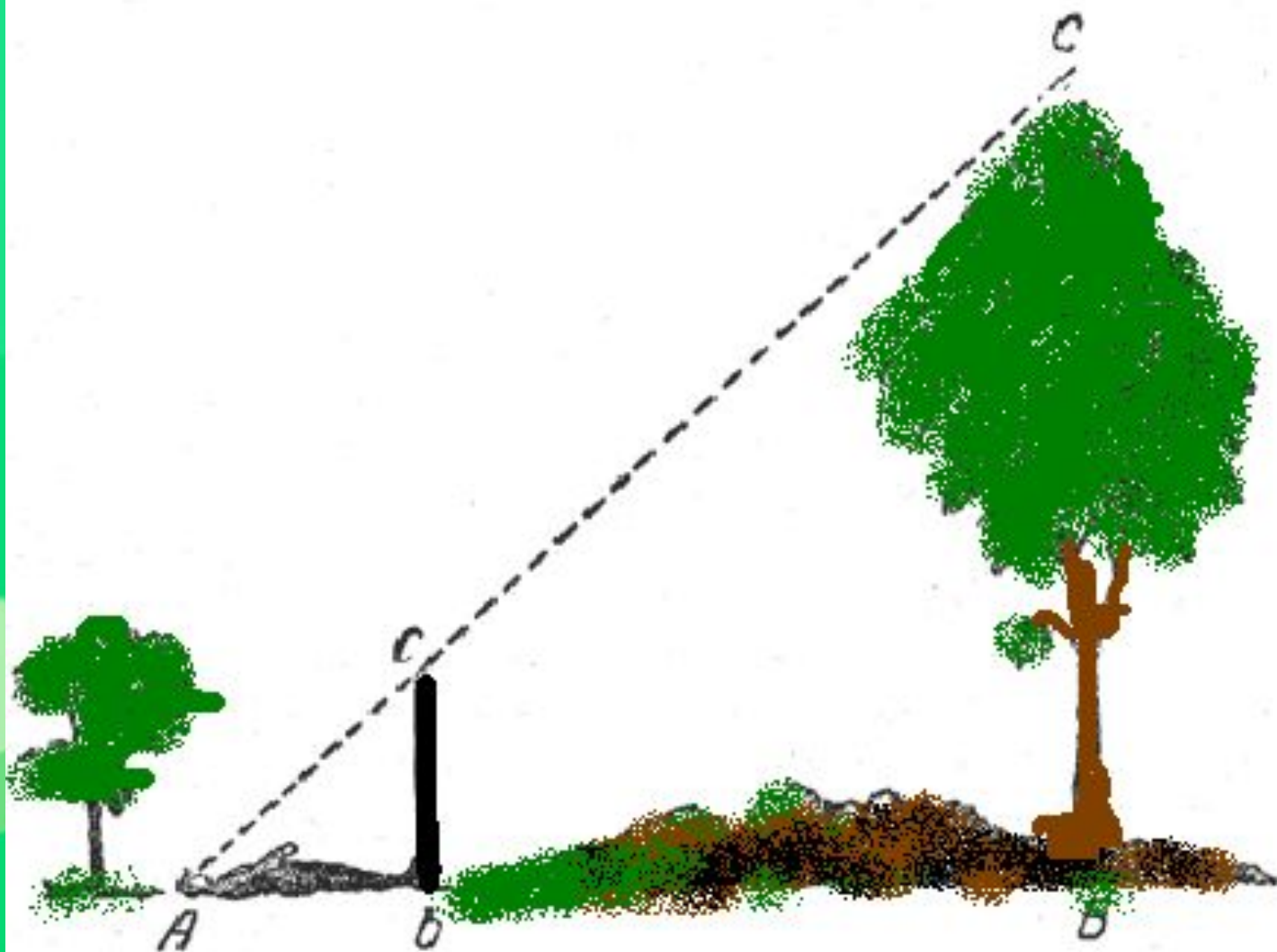


$$\frac{DE}{AD} = \frac{FE}{AB} \quad FE = \frac{DE \cdot AB}{AD}$$

Определение высоты предмета по луже



Определение высоты предмета



Решение задач

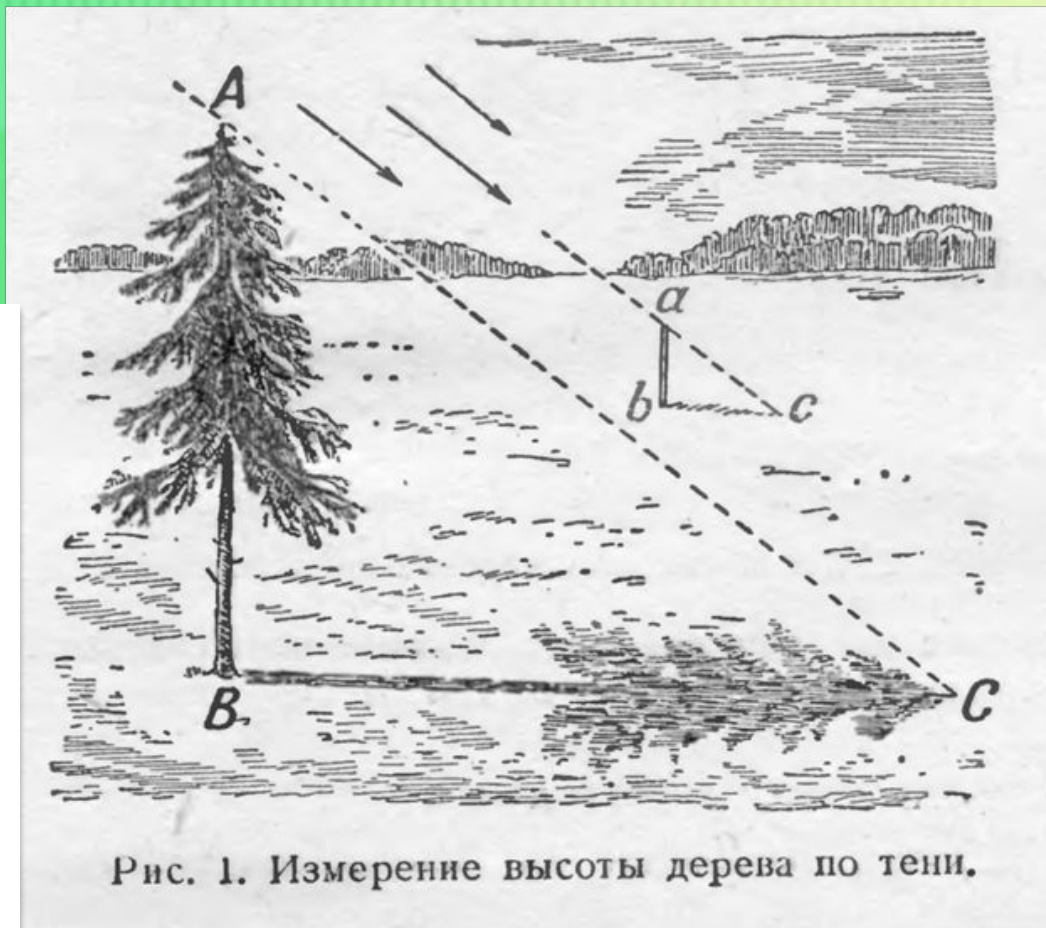
Найдите высоту ели AB
если:

Высота колышка $ab = 10\text{м}$

Тень ели $BC = 45\text{м}$

Тень шеста $bc = 15\text{м}$

Решение:

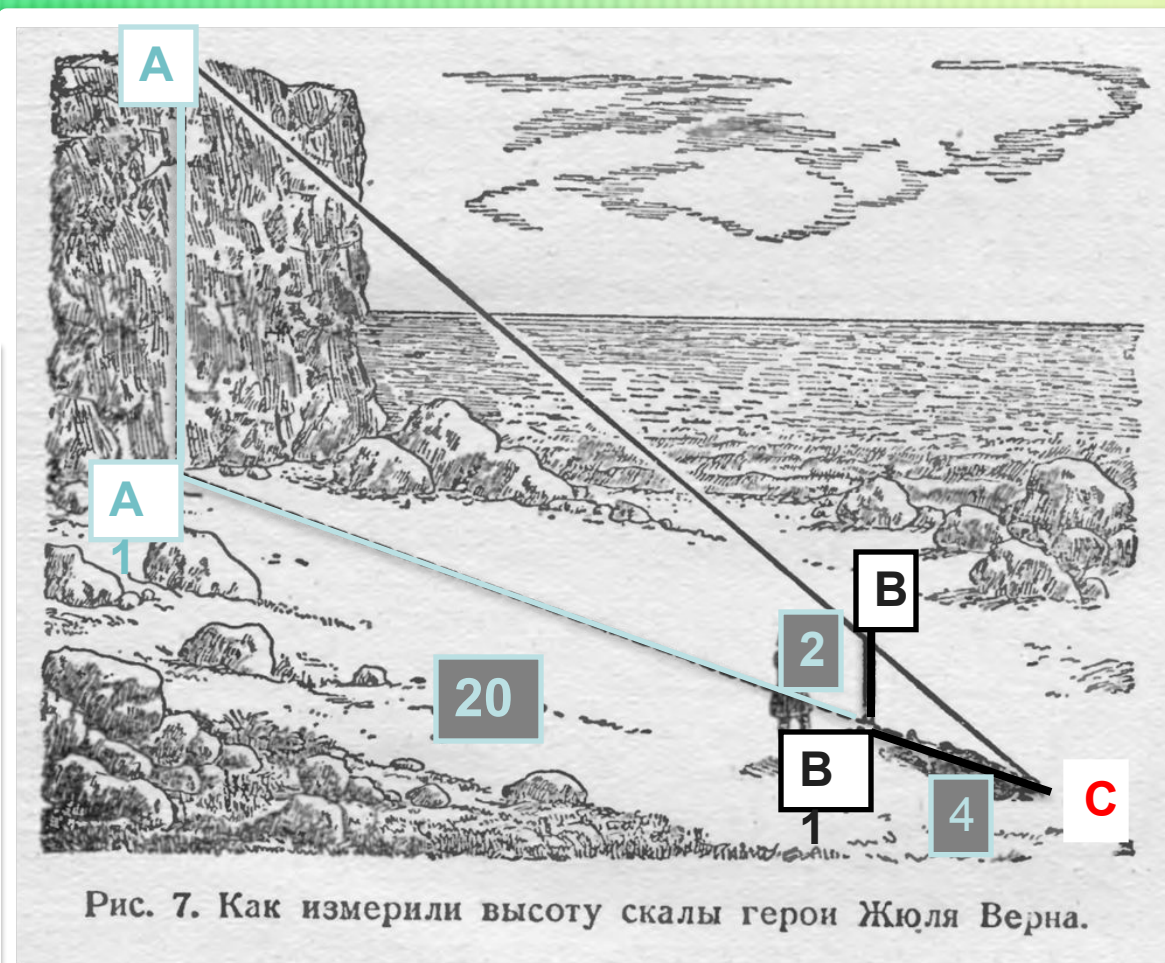


Найдите высоту скалы AA_1 ,
если расстояние от скалы до
шеста $A_1B_1=20\text{м}$

Длина шеста $BB_1= 2\text{м}$

Расстояние от шеста до
точки наблюдения C $B_1C=$
 4м

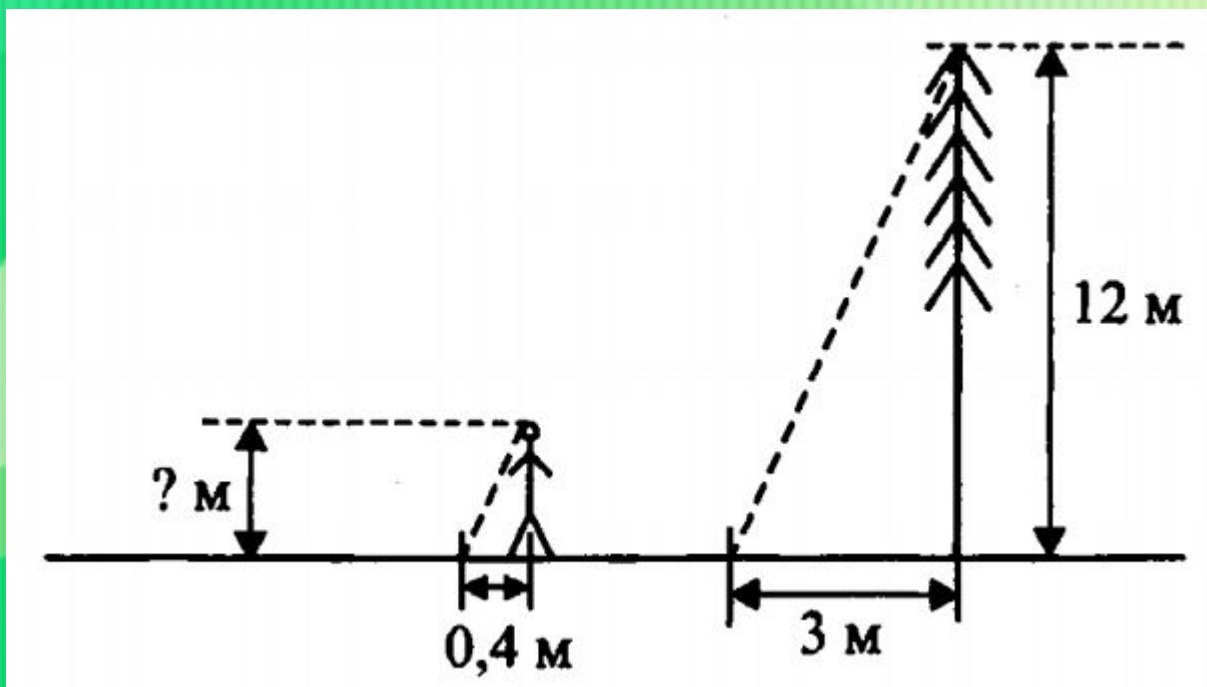
Решение:





Пример задачи № 17 из модуля «Реальная математика» ГИА по математике

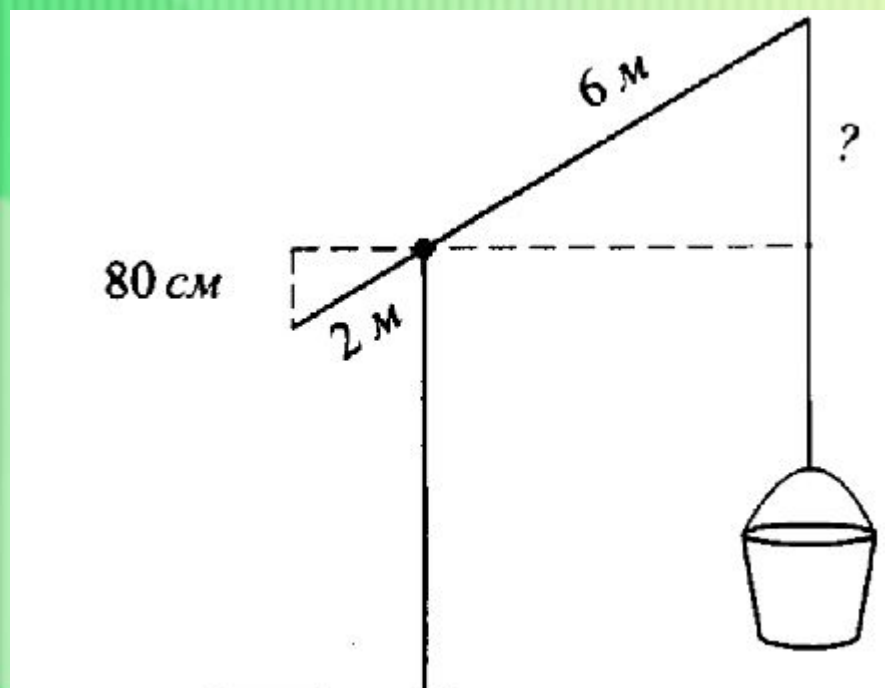
Сосна высотой 2 м отбрасывает тень длиной 3 м. Найдите
рост человека (в метрах), стоящего около сосны, если
длина его тени равна 0,4 м



**Пример задачи № 17 из
модуля «Реальная
математика» ГИА по
математике**



На сколько метров
поднимется
прикреплённый к
колодезному
журавлю конец
верёвки, если
человек опустил
короткий конец
журавля на 80 см?
Плечи журавля
составляют 2 м и
6 м.

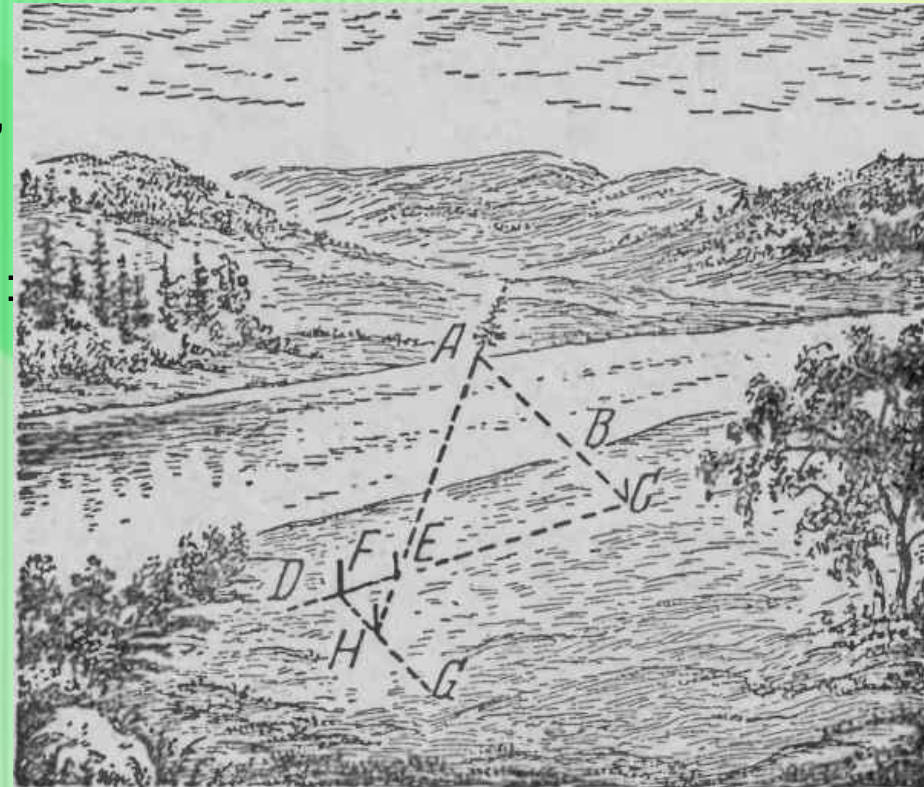


- Подумайте и скажите, какие величины необходимо знать для нахождения высоты ели?
- Составьте пропорцию для её нахождения;
- Решите задачу.



Задача – измерение расстояния до недоступной точки.

Чтобы найти ширину реки AB необходимо поставить колышек C на продолжение AB , вдоль берега отмерить на прямой CF перпендикулярной AC , расстояние одно в несколько раз меньше другого. Например : отмеряют FE в четыре раза меньше EC . По направлению FG , перпендикулярному к FD отыскивают точку H из которой точка E перекрывает точку A . Треугольники ACE и EFH подобны (объясните почему). Из подобия треугольников следует пропорция $AC:FN=CE:EF=4:1$. Значит, измерив FH , можно узнать искомую ширину реки.



Дано:

$CE:EF=4:1$ $FH=6$ м, $BC=4$ м

Найти: AB .

Ответ: 20 м.

Решение задачи на конкретном примере

- Измерим высоту ели с помощью полученных знаний о подобных треугольниках. Для этого сделаем следующее: выйдем на местность, выберем объект измерения, в нашем случае ель, на некотором расстоянии от неё установим шест, в нашем случае $K_{\text{сюшу}} = D$, и сфотографируем. Затем измерим расстояние от объекта до шеста. Но для измерения нам необходимо знать не только эту величину. Нам так же потребуется знать расстояние от $K_{\text{сении}}$ до пересечения гипотенузы с землёй.

– Дано:

CC₁- 8м, расстояние от ели до
Ксюши(шеста)

AC-1,5м, рост Ксюши

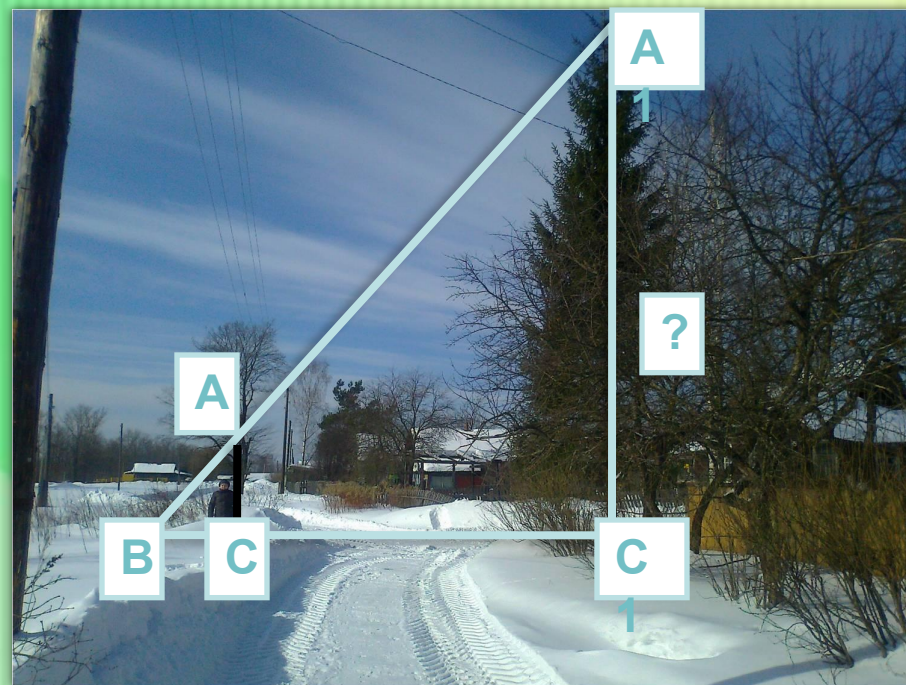
BC- 1 м, расстояние от Ксюши до
точки пересечения гипотенузы с
землёй.

– Найти:

A₁C₁- высота ели.

– Решение:

$$A_1C_1 = \frac{AC \cdot BC_1}{BC} = \frac{1,5 \cdot 9}{1} = 13,5$$



Ответ: высота ели = 13,5м

