

Теория вероятностей-

Наука, которая изучает закономерности, присущие массовым событиям, происходящим в одинаковых условиях.

Теория вероятностей



Развитие теории вероятностей с момента зарождения этой науки и до настоящего времени было несколько своеобразным. На первом этапе истории этой науки она рассматривалась как занимательный “пустячок”, как собрание курьезных задач, связанных в первую очередь с азартными играми в кости и карты.



Основатели теории вероятностей



Основателями теории вероятностей были французские математики Б. Паскаль и П. Ферма, и голландский ученый Х. Гюйгенс



Б. Паскаль



П. Ферма



Х. Гюйгенс

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТИ.

СОБЫТИЕ



Под СОБЫТИЕМ понимается явление, которое происходит в результате осуществления какого-либо определенного эксперимента.

ПРИМЕР. Бросаем шестигранный игральный кубик.

Определим события:

A {выпало четное число очков};

B {выпало число очков, кратное 3};

C {выпало более 4 очкоков}.

Эксперимент (опыт)



ЭКСПЕРИМЕНТ (или опыт) заключается в наблюдении за объектами или явлениями в строго определенных условиях и измерении значений заранее определенных признаков этих объектов (явлений).



ПРИМЕРЫ

- сдача экзамена,
- наблюдение за дорожно-транспортными происшествиями,
- выстрел из винтовки,
- бросание игрального кубика,
- химический эксперимент,
- и т.п.



СТАТИСТИЧЕСКИЙ



Эксперимент называют СТАТИСТИЧЕСКИМ, если он может быть повторен в практически неизменных условиях неограниченное число раз.

СЛУЧАЙНОЕ СОБЫТИЕ



СЛУЧАЙНЫМ называют событие, которое может произойти или не произойти в результате некоторого испытания (опыта). Обозначают заглавными буквами А, В, С, Д,... (латинского алфавита).



Рассмотрим несколько
наиболее «излюбленных»
в теории вероятностей
примеров случайных
экспериментов.

Опыт 1:

Подбрасывание монеты.

Испытание – подбрасывание монеты; события – монета упала «орлом» или «решкой».



«решка» - лицевая
сторона монеты (аверс)



«орел» - обратная
сторона монеты (реверс)

Опыт 2:

Подбрасывание кубика.



Это следующий по популярности после монеты случайный эксперимент.

Испытание – подбрасывание кубика; события – выпало 1, 2, 3, 4, 5 или 6 очков (и другие)



Опыт 3:

Выбор перчаток. В коробке лежат 3 пары одинаковых перчаток. Из нее, не глядя, вынимаются две перчатки.



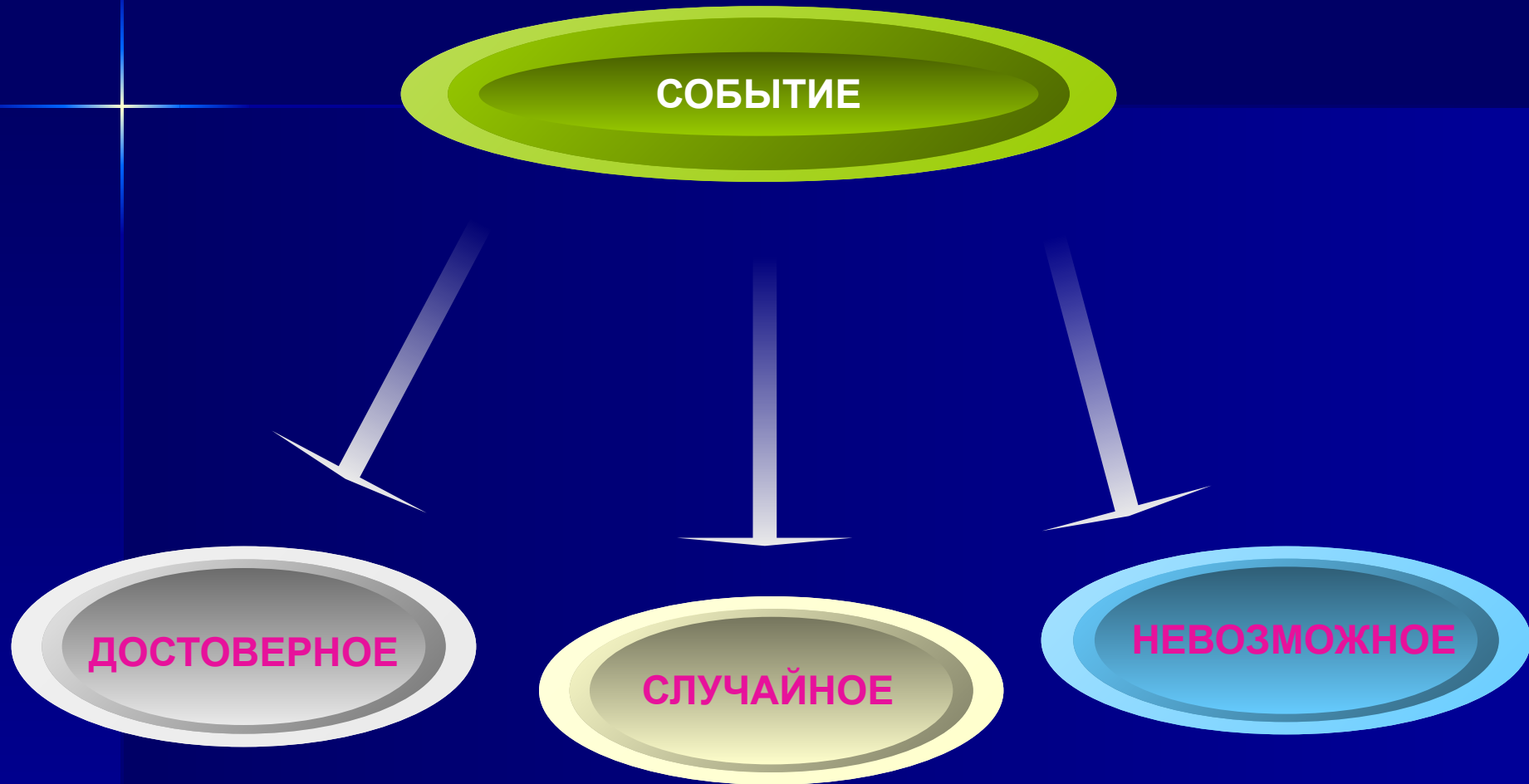
Опыт 4:

«Завтра днем – ясная погода».

Здесь наступление дня – испытание, ясная погода – событие.

- События А и В называют несовместными ,если они не могут произойти одновременно
- События называют равновозможными , каждое из них не имеет преимуществ в появлении чаще других.

Типы событий



Типы событий

ДОСТОВЕРНОЕ

Событие называется
достоверным,
если оно
обязательно
произойдет в
результате
данного
испытания.

СЛУЧАЙНОЕ

Случайным
называют
событие
которое может
произойти
или не
произойти в
результате
некоторого
испытания.

**НЕВОЗМОЖНО
Е**

Событие
называется
невозможным,
если оно
не
может
произойти
в результате
данного
испытания

Примеры событий

досто-
верные

слу-
чайные

невоз-
можные

1. ПОСЛЕ ЗИМЫ
НАСТУПАЕТ
ВЕСНА.

2. ПОСЛЕ НОЧИ
ПРИХОДИТ
УТРО.

3. КАМЕНЬ
ПАДАЕТ ВНИЗ.

4. ВОДА
СТАНОВИТСЯ
ТЕПЛЕЕ ПРИ
НАГРЕВАНИИ.

1. НАЙТИ КЛАД.

2. БУТЕРБРОД
ПАДАЕТ

МАСЛОМ ВНИЗ.

3. В ШКОЛЕ
ОТМЕНИЛИ
ЗАНЯТИЯ.

4. ПОЭТ
ПОЛЬЗУЕТСЯ
ВЕЛОСИПЕДОМ.
5. В ДОМЕ
ЖИВЕТ КОШКА.

1. 30 ФЕВРАЛЯ ДЕНЬ
РОЖДЕНИЯ.

2. ПРИ
ПОДБРАСЫВАНИИ
КУБИКА ВЫПАДАЕТ
7 ОЧКОВ.

3. ЧЕЛОВЕК
РОЖДАЕТСЯ
СТАРЫМ И
СТАНОВИТСЯ С
КАЖДЫМ ДНЕМ
МОЛОЖЕ.

Задание 1

Охарактеризуйте события, о которых идет речь в приведенных заданиях как достоверные, невозможные или случайные.

Петя задумал натуральное число. Событие состоит в следующем:

- а) задумано четное число;
- б) задумано нечетное число;
- в) задумано число, не являющееся ни четным, ни нечетным;
- г) задумано число, являющееся четным или нечетным.

Задание 2

В мешках лежит 10 шаров: 3 синих, 3 белых и 4 красных.

Охарактеризуйте следующее событие:

- а) из мешка вынули 4 шара и они все синие;
- б) из мешка вынули 4 шара и они все красные;
- в) из мешка вынули 4 шара, и все они оказались разного цвета;
- г) из мешка вынули 4 шара, и среди них не оказалось шара черного цвета.

ИСХОД



ИСХОДОМ (или элементарным исходом, элементарным событием) называется один из взаимоисключающих друг друга вариантов, которым может завершиться случайный эксперимент.

Число возможных исходов в каждом из рассмотренных выше опытах.



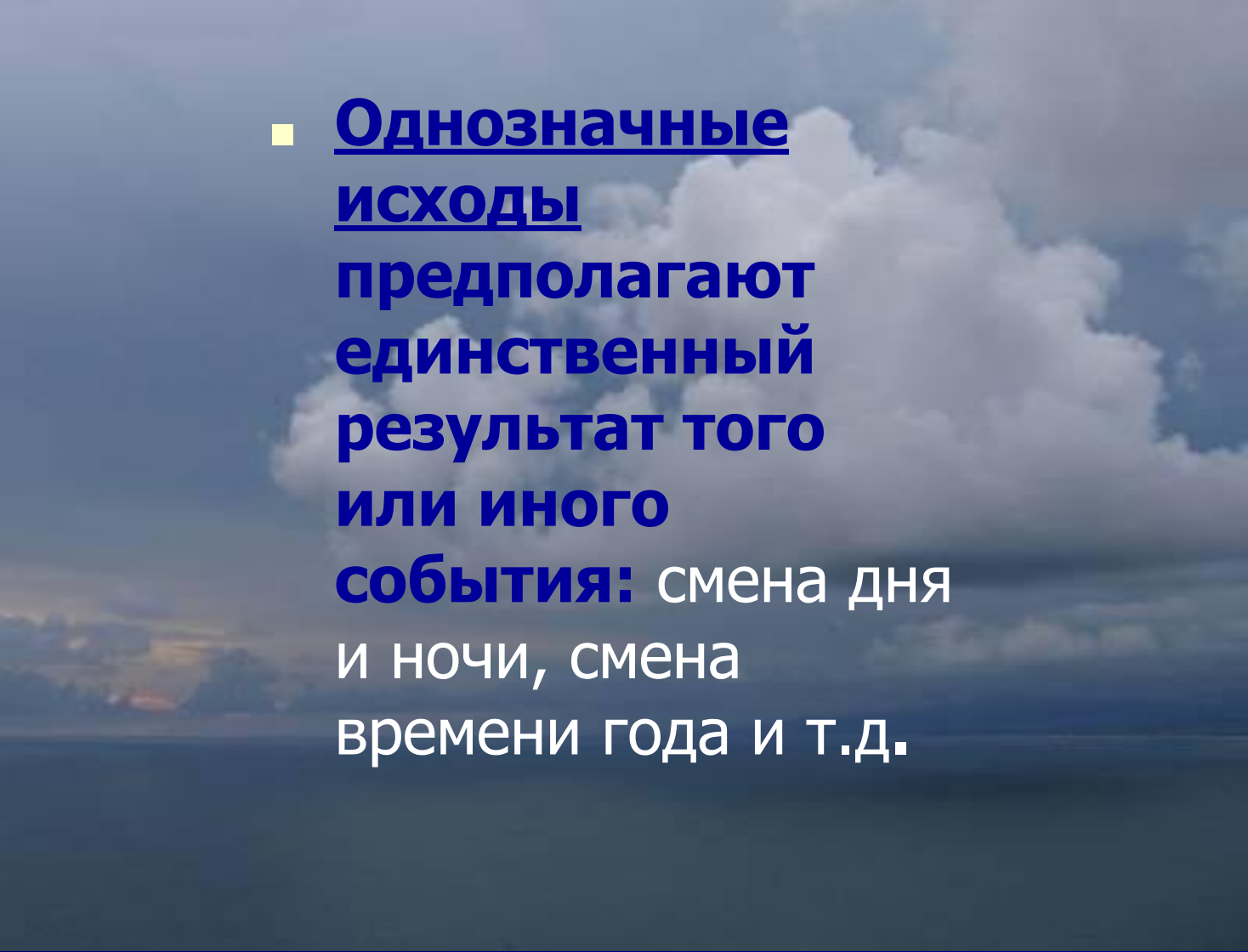
Опыт 1. – 2 исхода: «орел», «решка».



Опыт 2. – 6 исходов: 1, 2, 3, 4, 5, 6.



Опыт 3. – 3 исхода: «обе перчатки на левую руку», «обе перчатки на правую руку», «перчатки на разные руки».

- 
- Однозначные
исходы
предполагают
единственный
результат того
или иного
события: смена дня
и ночи, смена
времени года и т.д.

Неоднозначные исходы предполагают несколько различных результатов того или иного события:



при подбрасывании кубика выпадают разные грани; выигрыш в Спортлото; результаты спортивных игр.

Задание 3

Запишите множество исходов для следующих испытаний.

а) В урне четыре шара с номерами два, три, пять, восемь. Из урны наугад извлекают один шар.

б) В копилке лежат три монеты достоинством в 1 рубль, 2 рубля и 5 рублей. Из копилки достают одну монету.

в) В доме девять этажей. Лифт находится на первом этаже. Кто-то из жильцов дома вызывает лифт на свой этаж. Лифтовый диспетчер наблюдает, на каком этаже лифт остановится.

Задание 4

Найдите количество возможных исходов.

а) За городом N железнодорожные станции расположены в следующем порядке: Луговая, Сосновая, Озёрная, Дачная, Пустырь. Событие А – пассажир купил билет не далее станции Озёрная.

б) Один ученик записал целое число от 1 до 5, а другой ученик пытается отгадать это число. Событие В – записано чётное число.

в) Вيني Пух думает, к кому бы пойти в гости: к Кролику, Пяточку, ослику Иа-Иа или Сове? Событие А – Вيني Пух пойдёт к Пяточку; событие В – Вيني Пух не пойдёт к Кролику.

Задание 5

В каждом из следующих опытов найдите количество возможных исходов:

- а) подбрасывание двух монет;
- б) подбрасывание двух кнопок;
- в) подбрасывание двух кубиков;
- г) подбрасывание монеты и кубика;
- д) подбрасывание монеты, кнопки и кубика.

Благоприятный исход:

Исход испытания называется благоприятным событию A , если его наступление в результате опыта приводит к наступлению события A

ПОНЯТИЕ ВЕРОЯТНОСТИ

Понятие вероятности



Известно, по крайней мере, шесть основных схем определения и понимания вероятности. Не все они в равной мере используются на практике и в теории, но, тем не менее, все они имеют за собой разработанную логическую базу и имеют право на существование.

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ
ВЕРОЯТНОСТИ**

КЛАССИЧЕСКОЕ

```
graph TD; A[ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТИ] --> B[КЛАССИЧЕСКОЕ]; A --> C[СТАТИСТИЧЕСКОЕ]; A --> D[ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ]; B --> C;
```

The diagram illustrates the classification of probability determination methods. It starts with a root node 'ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТИ' (Determination of Probability) which branches into three categories: 'КЛАССИЧЕСКОЕ' (Classical), 'СТАТИСТИЧЕСКОЕ' (Statistical), and 'ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ' (Geometric). Additionally, an arrow points from 'КЛАССИЧЕСКОЕ' to 'СТАТИСТИЧЕСКОЕ', indicating a sub-classification or relationship between these two methods.

СТАТИСТИЧЕСКОЕ

ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ

КЛАССИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТИ

ВЕРОЯТНОСТЬ

– ЭТО ЧИСЛЕННАЯ МЕРА ОБЪЕКТИВНОЙ ВОЗМОЖНОСТИ
ПОЯВЛЕНИЯ СЛУЧАЙНОГО СОБЫТИЯ.

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ ДАЕТ СПОСОБ НАХОЖДЕНИЯ
ЧИСЛЕННОГО ЗНАЧЕНИЯ

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

A – некоторое событие

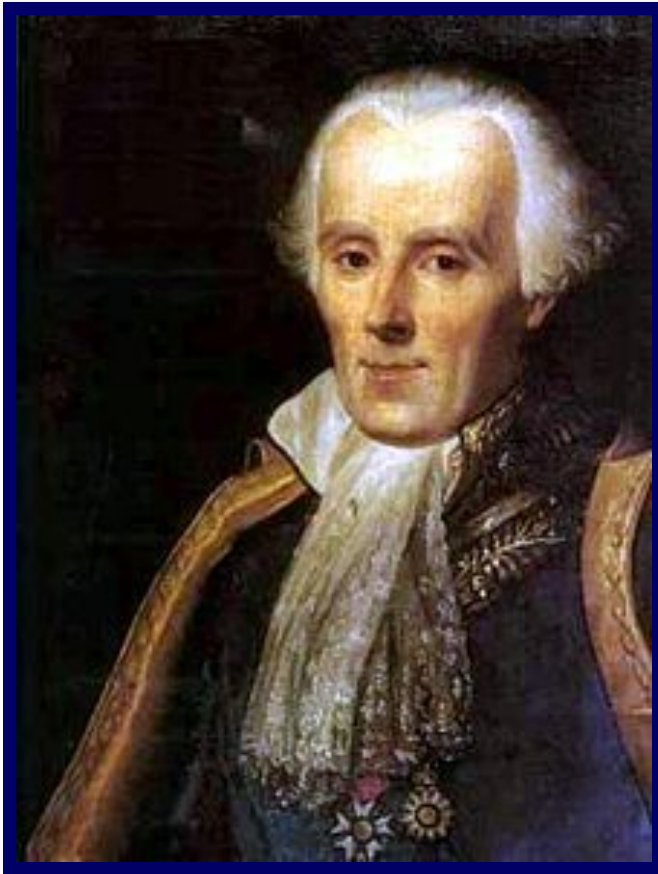
m – количество исходов, при которых событие A появляется

n – конечное число равновероятных исходов

P – обозначение происходит от первой буквы французского слова *probabilite*
– *вероятность*.

КЛАССИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТИ.
Вероятностью P наступления случайного события A называется отношение $\frac{m}{n}$, где n – число всех возможных исходов эксперимента, а m – число всех благоприятных исходов:

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

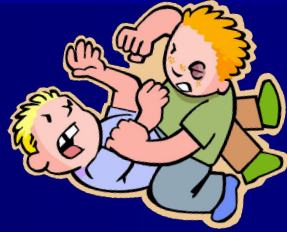
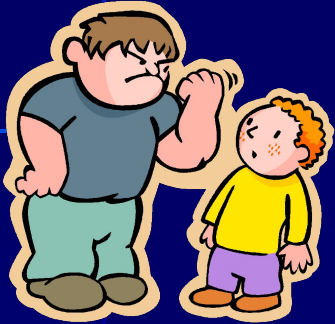


Пьер-Симон Лаплас

Классическое
определение
вероятности было
впервые дано в
работах
французского
математика Лапласа.

ЭКСПЕРИМЕНТ	ЧИСЛО ВОЗМОЖНЫХ ИСХОДОВ ЭКСПЕРИМЕНТА (n)	СОБЫТИЕ А	ЧИСЛО ИСХОДОВ, БЛАГОПРИЯТ - НЫХ ДЛЯ ЭТОГО СОБЫТИЯ (m)	ВЕРОЯТНОСТЬ НАСТУПЛЕНИЯ СОБЫТИЯ А $P(A)=m/n$
Бросаем монетку	2	Выпал «орел»	1	$\frac{1}{2}$
Вытягиваем экзаменац и-онный билет	24	Вытянули билет №5	1	$\frac{1}{24}$
Бросаем кубик	6	На кубике выпало четное число	3	$\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$
Играем в лотерею	250	Выиграли, купив один билет	10	$\frac{10}{250} = \frac{1}{25}$

Пример 1



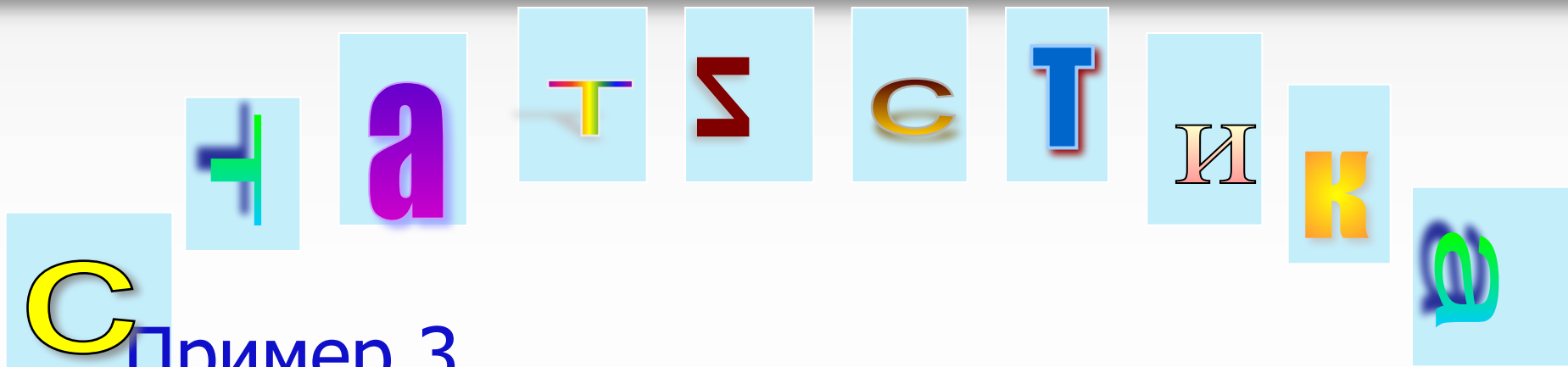
В школе 1300 человек, из них 5 человек хулиганы.

Какова вероятность того, что один из них попадётся директору на глаза?

Пример 2.



**При игре в нарды бросают 2
игральных кубика. Какова
вероятность того, что на обоих
кубиках выпадут одинаковые
числа?**



Пример 3.

Из карточек составили слово
«статистика». Какую карточку с
буквой вероятнее всего
вытащить? Какие события
равновероятны?



Свойства вероятности

1. Вероятность достоверного события равна 1
2. Вероятность невозможного события равна 0
3. Вероятность события A не меньше 0, но не больше 1

1. $P(u) = 1$ (u – достоверное событие);

2. $P(v) = 0$ (v – невозможное событие);

3. $0 \leq P(A) \leq 1$.

Задача 1.

В коробке 4 синих, 3 белых и 2 желтых фишки. Они тщательно перемешиваются, и наудачу извлекается одна из них. Найдите вероятность того, что она окажется:
а) белой; б) желтой; в) не желтой.

Задача 2.

В коробке лежат 10 одинаковых шаров, на каждом из которых написан его номер от 1 до 10.

Найдите вероятность следующих событий: а) извлекли шар № 7;

б) номер извлеченного шара – четное число; в) номер извлеченного шара кратен 3.

Задача 3.

Мальчики играли в “Орлянку”. Но монетка куда-то закатилась. Предложите, как заменить ее игральным кубиком?

Задача 5.

В настольной игре сломалась вертушка с тремя разными секторами: красным, белым и синим, но есть кубик. Как заменить вертушку?