



ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ЧИСЕЛ В ПОЗИЦИОННЫХ СИСТЕМАХ СЧИСЛЕНИЯ

ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ИНФОРМАЦИИ В КОМПЬЮТЕРЕ

10 класс

Ключевые слова

- системы счисления
- позиционная система счисления
- непозиционная система счисления
- базис системы счисления
- схема Горнера



Общие сведения



Система счисления – это способ записи чисел.

Унарные

- ☐ Узелки
- ☐ Камни

Непозиционные

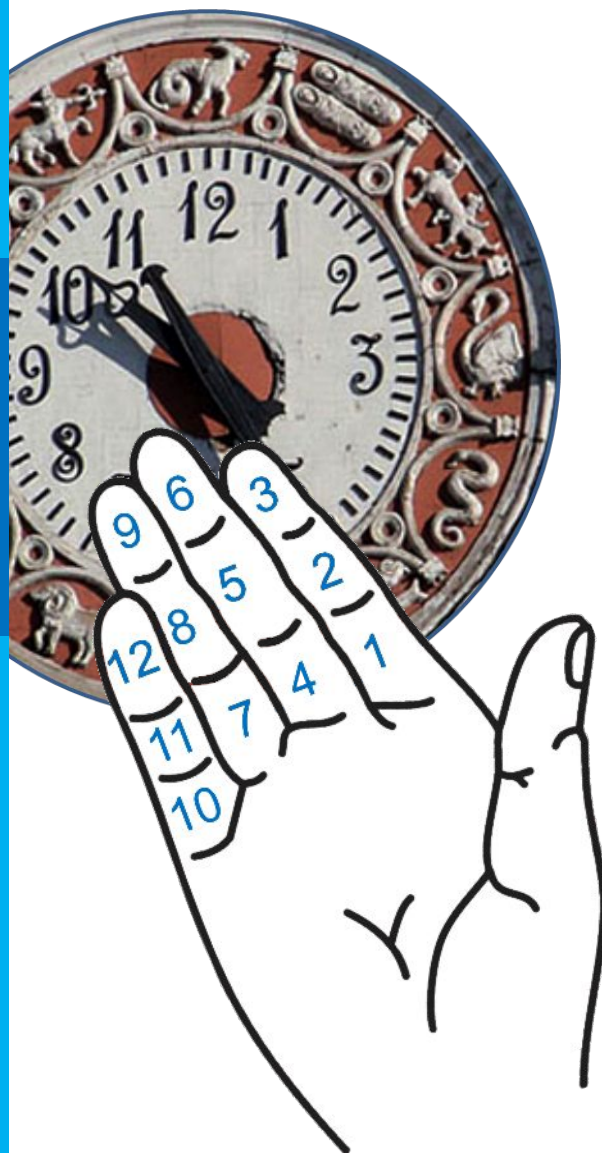
- ☐ Римская {I, V, X, L, C, D, M}
- ☐ Кириллическая



Позиционные

- ☐ Двоичная {0, 1}
- ☐ Восьмеричная {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}
- ☐ Двенадцатеричная {0, 1, ..., 9, T, E}
- ☐ Шестнадцатеричная {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F}

Позиционные системы



Двенадцатеричная система счисления – позиционная система счисления с основанием 12. Используются цифры 0–9, *A*, *B*. Существует другая система обозначения, где для недостающих цифр используют *T* (*ten*) и *E* (*eleven*).

Неоднократно предлагался переход на двенадцатеричную систему счисления.

Преимущество – большое количество делителей основания 12: 2, 3, 4, 6.

1/12 доля (разных величин) – унция

1/12 шиллинга = 1 английский пенс

1/12 фута = 1 дюйм

1 гросс = 12 дюжин = 144 штуки

1 масса = 12 гроссов = 1728 штук

1 дюжина = 12 штук



Непозиционные системы



Часы (Суздаль)

Кириллическая система счисления основана на алфавитной записи чисел с использованием кириллицы или глаголицы. Применялась в России до начала XVIII века. В настоящее время используется в церковнославянском языке.

Для отличия от букв над числовым значением писался специальный знак — титло.



Позиционные системы счисления



Система счисления называется **позиционной**, если количественный эквивалент цифры зависит от её положения (места, позиции) в записи числа.

Основное достоинство любой позиционной системы счисления — возможность записи произвольного числа ограниченным количеством символов.

Основание	Название	Базис
$q = 2$	Двоичная	1, 2, 4, 8, 16, 32, ...
$q = 3$	Троичная	1, 3, 9, 27, 81, 243, ...
$q = 8$	Восьмеричная	1, 8, 64, 512, ...
$q = 16$	Шестнадцатеричная	1, 16, 256, 4096, ...

Позиционная система счисления



Представление числа в виде суммы разрядных слагаемых называется **развёрнутой формой записи числа** в системе счисления с основанием q . **Свёрнутой формой представления числа** называется его запись в виде: $A = a_{n-1}a_{n-2} \dots a_1a_0, a_{-1}a_{-2} \dots a_{-m}$

$$A = a_{n-1} \cdot q^{n-1} + a_{n-2} \cdot q^{n-2} + \dots + a_1 \cdot q^1 + a_0 \cdot q^0 + \\ + a_{-1} \cdot q^{-1} + \dots + a_{-m} \cdot q^{-m}$$

$$\underbrace{2395,4}_{\text{Свернутая форма}} = \underbrace{2 \cdot 1000 + 3 \cdot 100 + 9 \cdot 10 + 5 + 4 \cdot 0,1}_{\text{Развернутая форма}}$$

**Свернутая
форма**

**Развернутая
форма**

Перевод чисел в 10-ую систему

Алгоритм перевода в 10-ую систему счисления:



1. Записать развёрнутую форму числа A_q .
2. Представить все числа, фигурирующие в развёрнутой форме, в 10-ой системе счисления
3. Вычислить значение полученного выражения.

$$102,3_4 = 1 \cdot 10_4^2 + 0 \cdot 10_4^1 + 2 \cdot 10_4^0 + 3 \cdot 10_4^{-1}$$

$$102,3_4 = 1 \cdot 4^2 + 0 \cdot 4^1 + 2 \cdot 4^0 + 3 \cdot 4^{-1}$$

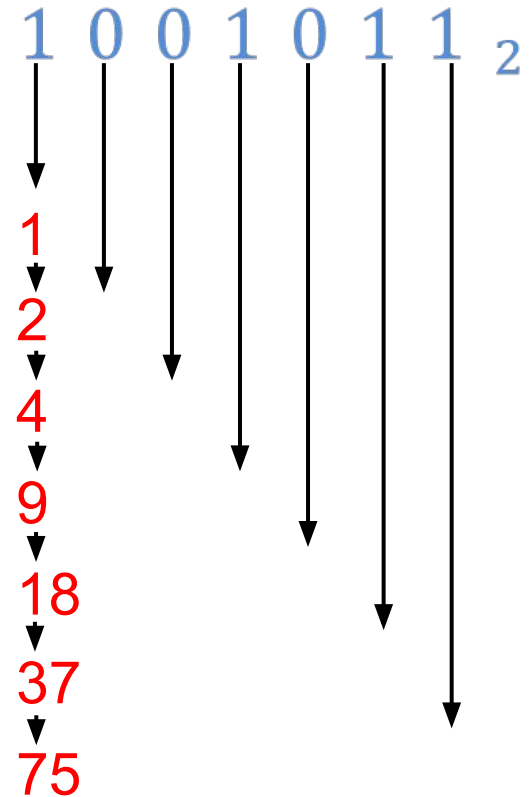
Базис двоичной системы счисления

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024

	4	32	256
	4	8	2048
			256
2		2	64

Схема Горнера

Перевести в 10-ую систему счисления:



*По схеме Горнера перевести
в 10-ую систему счисления:*

Пример решения

Десятичное число 134 в некоторой системе счисления записывается как 251. Определить основание этой системы счисления.

Решение:

По условию задачи: $251_q = 134_{10}$

Представим 251 в виде суммы разрядных слагаемых:

$$251_q = 2 \cdot q^2 + 5 \cdot q^1 + 1 \cdot q^0 = 134_{10}$$

Найдем корни уравнения: $2 \cdot q^2 + 5 \cdot q - 133 = 0$

$$q_1 = -9,5; q_2 = 7$$

Так как основание системы счисления должно быть натуральным числом, то $q = 7$

Пример решения



Все четырехбуквенные слова, составленные из пяти букв М, А, G, I, Р записаны в алфавитном порядке.

1	2	3	4	5	6	7
AAAA	AAAG	AAAI	AAAM	AAAP	AAGA	...

Каким по счету в списке слов будет **GIMP**?

Решение:

Введем обозначения:

A	G	I	M	P
0	1	2	3	4

Получаем список чисел в пятеричной системе счисления:

1	2	3	4	5	6	7
0000	0001	0002	0003	0004	0010	...

$$\mathbf{GIMP}: 1234_5 = 1 \cdot 5^3 + 2 \cdot 5^2 + 3 \cdot 5^1 + 4 = 125 + 50 + 15 + 4 = 194$$

Ответ: 195

Самое главное

Система счисления – это способ записи чисел.

Система счисления называется **позиционной**, если количественный эквивалент цифры зависит от её положения в записи числа.

Существует бесконечно много позиционных систем счисления. Каждая из них определяется целым числом $q > 1$, называемым **основанием системы счисления**.

Для записи чисел в позиционной системе счисления с основанием q нужен алфавит из q цифр: $0, 1, 2, \dots, q - 1$.



Самое главное

Представление числа в виде конечной суммы степеней числа q (суммы разрядных слагаемых) называется **развёрнутой формой** записи числа в системе счисления с основанием q .

Для перевода числа A_q в десятичную систему счисления достаточно:

1. Записать развёрнутую форму числа A_q .
2. Представить все числа, фигурирующие в развёрнутой форме, в десятичной системе счисления.
3. Вычислить значение полученного выражения по правилам десятичной арифметики.



Вопросы и задания



6. В электронных таблицах можно переключать стиль ссылок в настройках параметров.



Стиль ссылок **R1C1**

В этом случае в формуле указывается смещение относительно ячейки с формулой.

Например формула **=R[2]C[-3]** указывает на ячейку на два ряда ниже и на 3 колонки левее.

В ячейке **AAA1** записали формулу **=BCN1**.

Как изменится формула после изменения стиля ссылок?

В какой ячейке записана формула?

РЕШЕНИЕ

Решение



В ячейке AAA1 записали формулу =BCN1. Как изменится формула после изменения стиля ссылок? В какой ячейке записана формула?

	703
1	=RC[741]

Алфавит	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z

Решение:

Формула записана в первом столбце, имя столбца не меняется. Имя строки = [1][2][48]₂₆ = 1*26² + 2*26 + 13 = 741 столбцов с двумя символами и формула =RC[741] 676 двухсимвольных имен. 676 + 26 = 702 столбца левее столбца AAA.

Номер столбца AAA - 703

Ответ: Формула =RC[741] записана в ячейке [703][1]

Вопросы и задания



7. Число x перевели в восьмеричную и шестнадцатеричную системы счисления. В обоих случаях получили двузначное число. Сколько чисел удовлетворяют этому условию?

Решение:

$$\begin{cases} 10_8 \leq x < 100_8 \\ 10_{16} \leq x < 100_{16} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 8^1 \leq x < 8^2 \\ 16^1 \leq x < 16^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 8 \leq x < 64 \\ 16 \leq x < 256 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 16 \leq x < 64 \\ 64 - 16 = 48 \end{aligned}$$

Ответ: 48

Информационные источники

- <http://i4.fastpic.ru/big/2011/0316/17/763de43b420e65f3bd5a5f475597e617.png>
- http://www.rzd-expo.ru/images/history/Railways_of%20the_Crimea/20.jpg
- http://alkerz.ru/uploads/posts/2015-04/stati-vdomim-abo-yak-postaviti-galochku-v-kontakt_653.png
- <https://goo.gl/dtQ7ly>
- http://windowsmir.ru/wp-content/uploads/2016/06/GIMP_logo.jpg
- <http://gabrielecirulli.github.io/2048/>