

## Тема 2.

---

### 2.2. Кинематические пары и их классификация

***Кинематическая пара*** (КП) – подвижное соединение двух соприкасающихся звеньев.

КП классифицируются по следующим признакам:

## Тема 2.

---

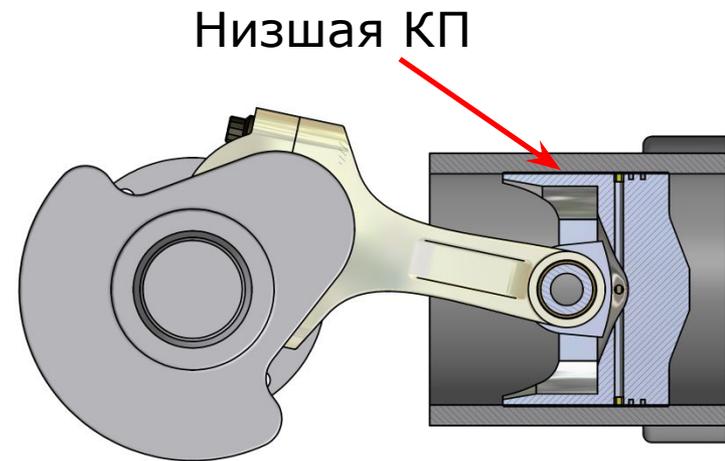
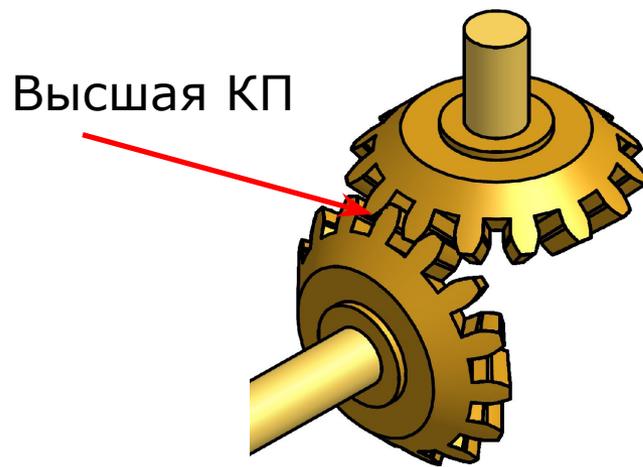
1. По виду места связи (места контакта) поверхностей звеньев:

- **низшие** КП, в которых контакт звеньев осуществляется по плоскости или поверхности (пары скольжения);
- **высшие** КП, в которых контакт звеньев осуществляется по линиям или точкам (пары, допускающие скольжение с перекатыванием).

# Тема 2.

---

## Примеры КП

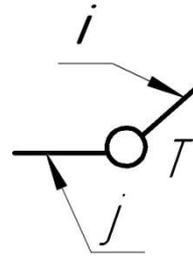


## Тема 2.

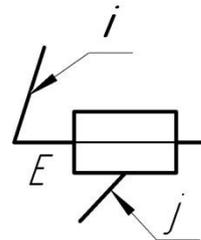
---

2. По *относительному движению* звеньев, образующих пару:

- **вращательные;**



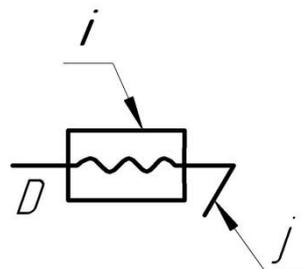
- **поступательные;**



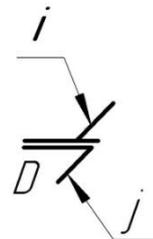
## Тема 2.

---

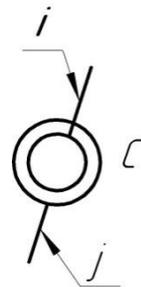
- **ВИНТОВЫЕ;**



- **ПЛОСКОСТНЫЕ;**



- **сферические.**

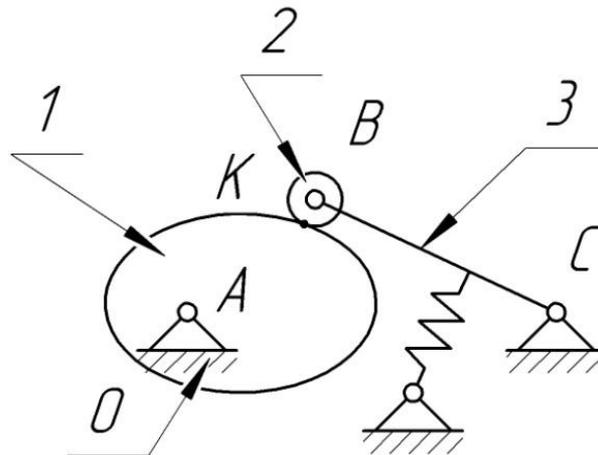


## Тема 2.

---

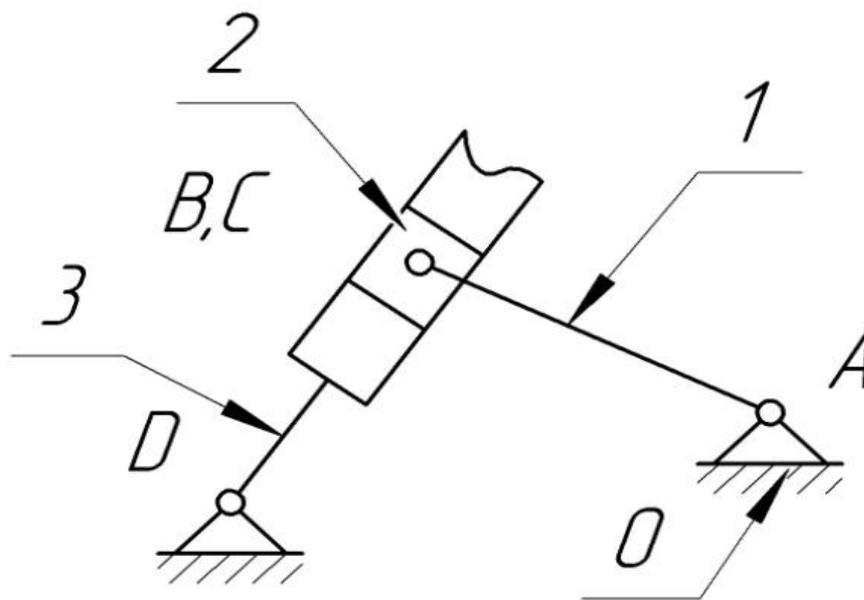
3. По способу замыкания (обеспечения контакта звеньев пары):

- **силовое** (за счёт действия сил веса или силы упругости)



## Тема 2.

- **геометрическое** (за счёт конструкции рабочей поверхности пары).



## Тема 2.

---

4. По числу условий связи ( $S$ ), накладываемых на относительное движение звеньев пары делятся на 5 классов (число условий связи определяет класс КП):

**1-й класс** -  $S = 1$ ;

**2-й класс** -  $S = 2$ ;

**3-й класс** -  $S = 3$ ;

**4-й класс** -  $S = 4$ ;

**5-й класс** -  $S = 5$ .

## Тема 2.

---

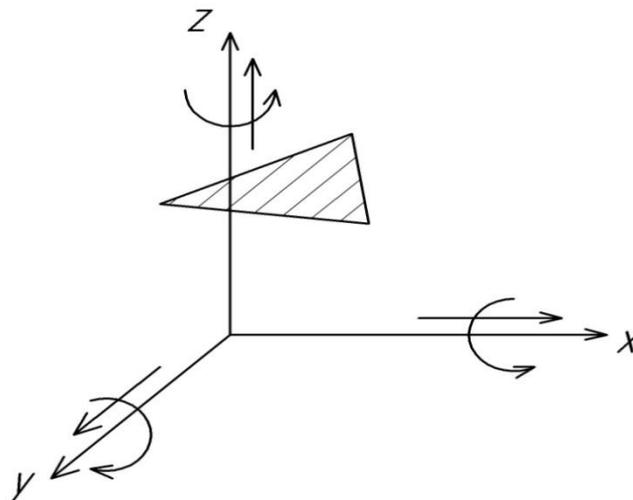
5. По числу степеней подвижности ( $W$ ):

- **5-подвижные** ( $W = 5$ );
- **4-подвижные** ( $W = 4$ );
- **3-подвижные** ( $W = 3$ );
- **2-подвижные** ( $W = 2$ );
- **1-подвижные** ( $W = 1$ ).

## Тема 2.

---

Всякое тело, свободно движущееся в пространстве, обладает шестью степенями свободы, т.е. движение может быть представлено как вращение вокруг трех осей и поступательное движение вдоль этих же осей (см. рис).



## Тема 2.

---

Если звено не входит в кинематическую пару, т.е. является *свободным* телом, то у него нет никаких ограничений движению:  $S=0$ , где  $S$  – число условий связи.

Если наложить 6 связей, то звенья теряют относительную неподвижность и получается *жесткое соединение*, т.е. кинематической пары не станет (нет относительного движения звеньев):  $S=6$ .

Следовательно, *число условий связи*, наложенных на относительное движение звеньев, находится в пределах  **$1 \leq S \leq 5$** . Поскольку число связей меняется от 1 до 5, существует 5 классов кинематических пар.

Число степеней подвижности пары равно  **$W = 6 - S$** .

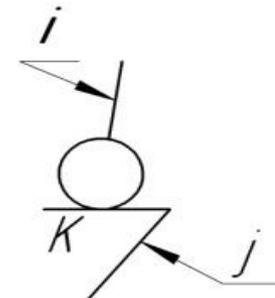
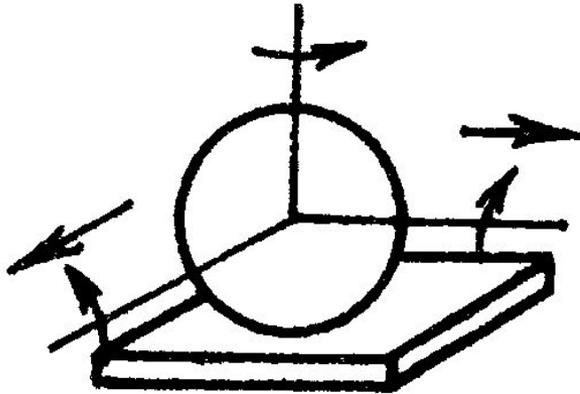
## Тема 2.

---

*КП 1-го класса:*

$S = 1; W = 5;$  высшая

Пример: шар - плоскость



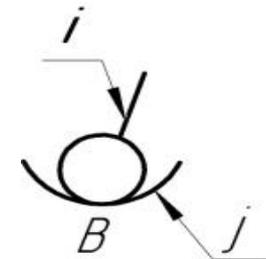
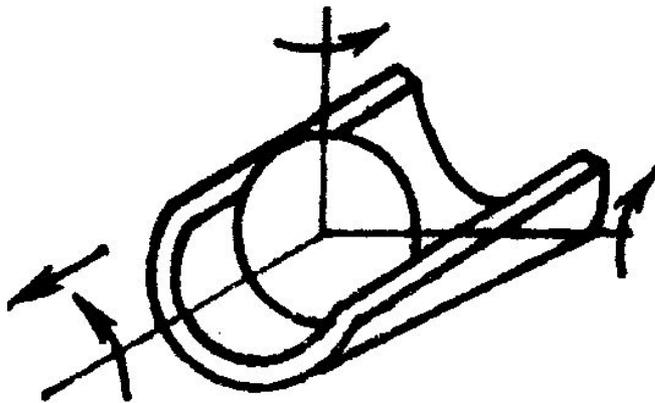
## Тема 2.

---

*КП 2-го класса:*

$S = 2; W = 4;$  высшая

Пример: шар - цилиндр



## Тема 2.

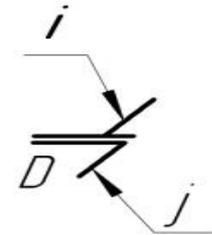
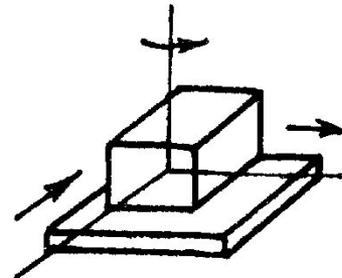
---

*КП 3-го класса:*

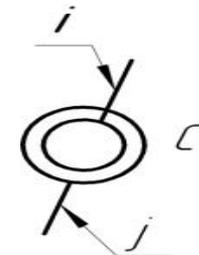
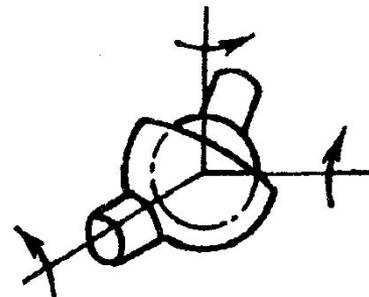
$S = 3; W = 3;$  низшая

Примеры:

- **плоскостная** КП



- **сферическая** КП



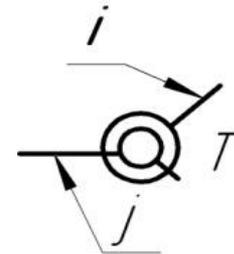
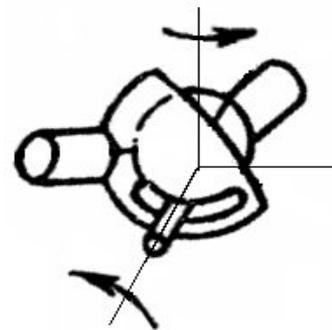
## Тема 2.

---

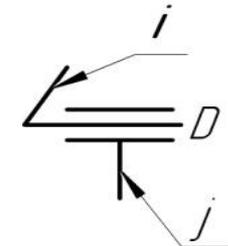
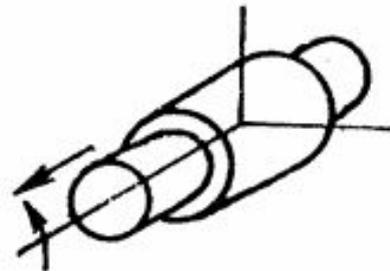
*КП 4-го класса:*

$S = 4; W = 2;$  низшая

- **сферическая  
с пальцем;**



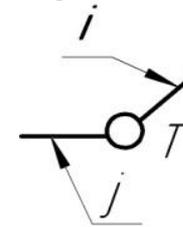
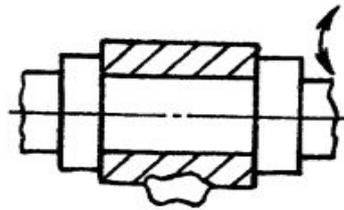
- **цилиндрическая**



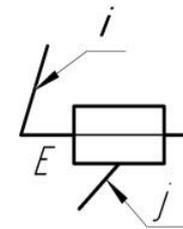
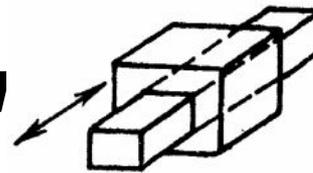
## Тема 2.

КП 5-го класса:  $S = 5$ ;  $W = 1$ ; низшая

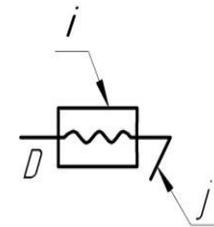
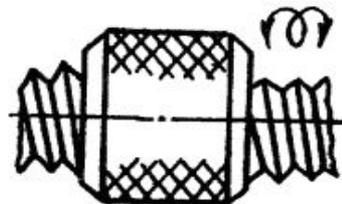
- **вращательная**



- **поступательная**



- **винтовая**



## Тема 2.

---

### 2.3. Кинематическая цепь. Структурные формулы кинематической цепи и плоских механизмов

Все механизмы состоят из совокупности звеньев, связанных кинематическими парами.

**Кинематическая цепь** - это система звеньев, образующих между собой кинематические пары.

## Тема 2.

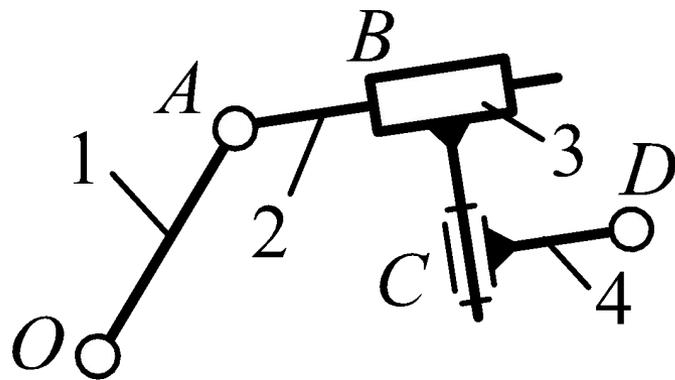
---

Кинематические цепи различают по следующим признакам:

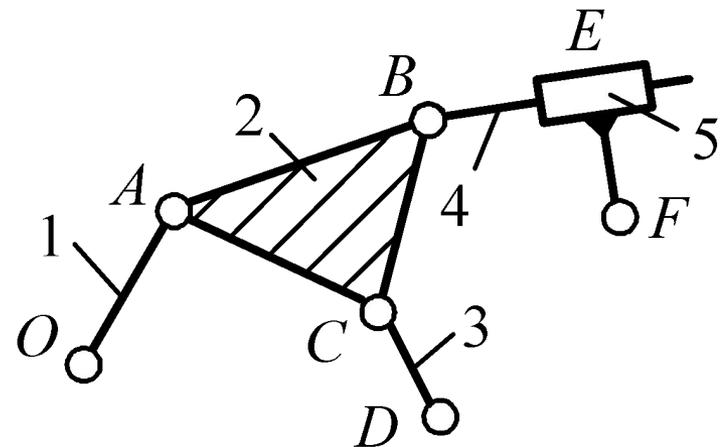
- **незамкнутые и замкнутые;**
- **простые и сложные;**
- **плоские и пространственные.**

## Тема 2.

В *незамкнутой* цепи имеются звенья, входящие только в одну КП (*а, в*).



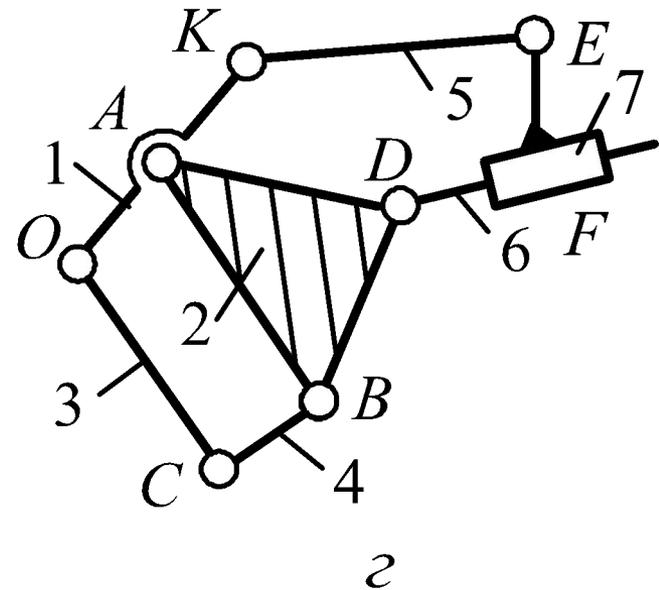
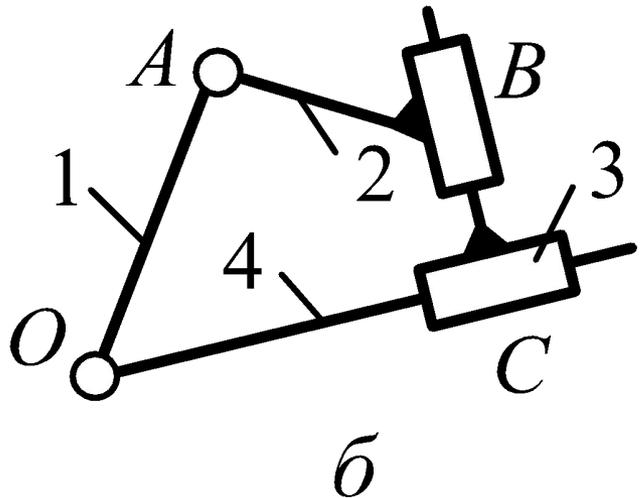
*а*



*б*

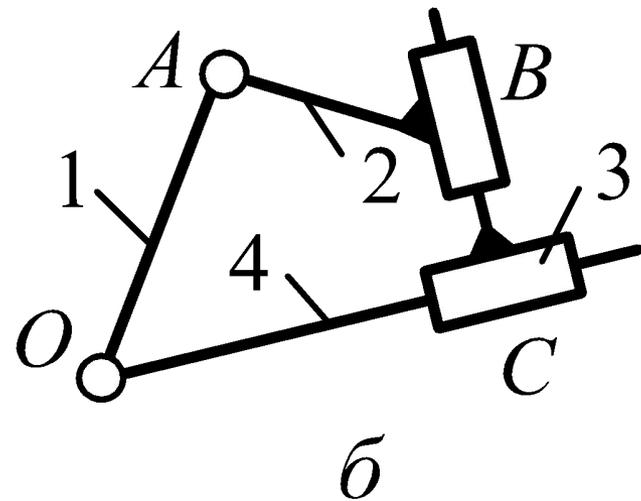
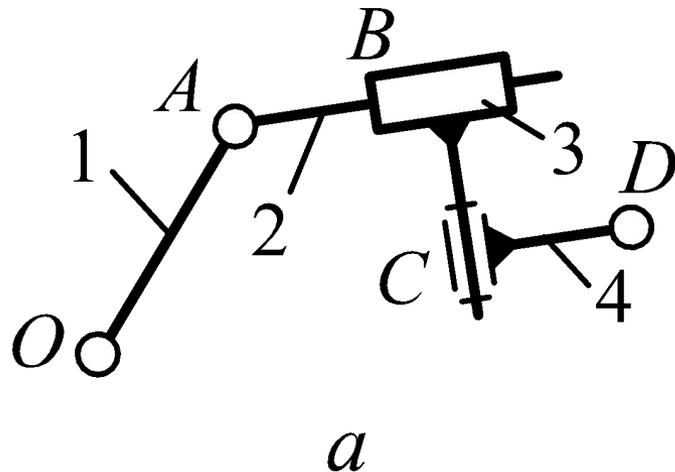
## Тема 2.

В замкнутой цепи каждое звено входит не менее чем в две КП (б, г).



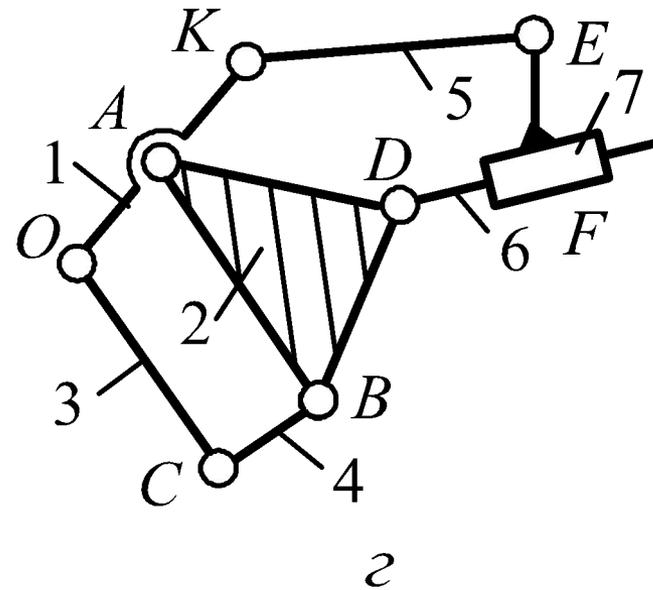
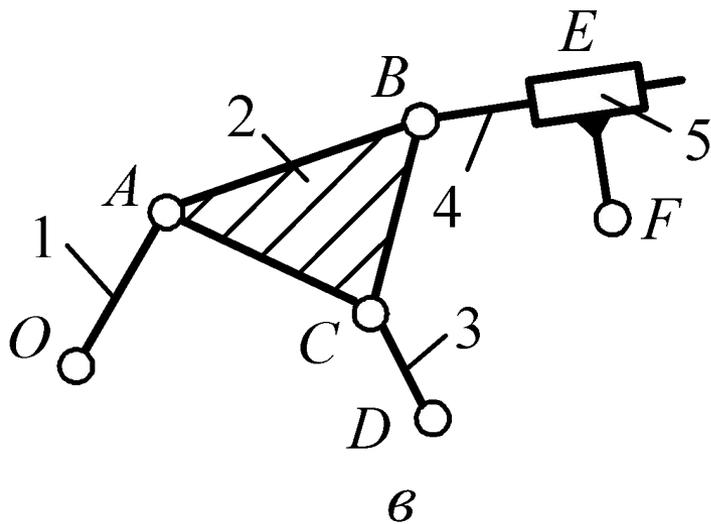
## Тема 2.

В *простой* цепи каждое звено входит не более чем в две кинематические пары (*а, б*).



## Тема 2.

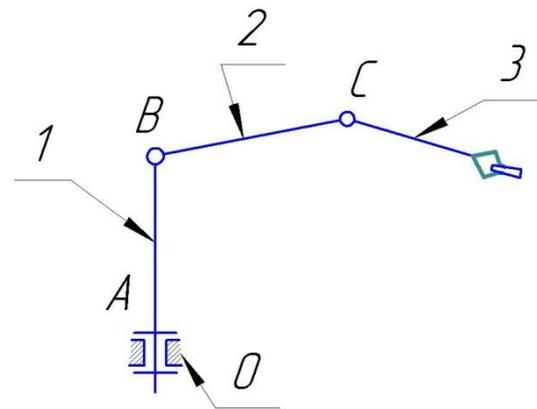
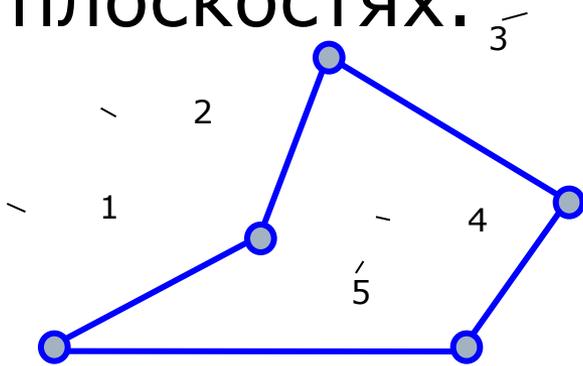
В *сложной* цепи имеются звенья, входящие более чем в две КП (*в, г*).



## Тема 2.

В *плоской* цепи все звенья перемещаются в одной плоскости либо в параллельных плоскостях.

В *пространственной* – звенья движутся в различных непараллельных плоскостях.



## Тема 2.

---

**Структурная формула** кинематической цепи связывает число степеней свободы (подвижности) с числом и видом кинематических пар.

Рассмотрим цепь имеющую  $k$ -звеньев (включая стойку). Каждое звено до соединения его с другим звеном имеет 6 степеней свободы в пространстве, тогда общее число степеней свободы равно  $6k$ . Соединение звеньев в кинематические пары накладывает определённое число связей, которые надо исключить из общего числа степеней свободы.

## Тема 2.

---

Учитывая что каждая пара 5-го класса накладывает 5 связей, пара 4-го класса – 4 связи и т.д., число степеней свободы кинематической цепи  $H$  в общем случае определяется соотношением:

$$H = 6k - 5P_5 - 4P_4 - 3P_3 - 2P_2 - P_1,$$

где  $k$  - общее число звеньев;

$P_5, P_4, P_3, P_2, P_1$  – число кинематических пар 5-го, 4-го, ..., 1-го класса;

$H$  - общее число степеней свободы.

## Тема 2.

---

Если рассмотреть движение относительно стойки (неподвижного звена), то из общего количества звеньев надо вычесть это звено:

$$n = k - 1,$$

где  $k$  – число подвижных звеньев в кинематической цепи.

Тогда степень подвижности механизма относительно стойки определится по формуле

$$W = 6n - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1.$$

Эта формула носит имя *А.П. Малышева*.

## Тема 2.

---

Полученную формулу можно представить и в более компактном виде

$$W=6n - \sum_{i=1}^5 i * p_i.$$

Все механизмы классифицируются по *семействам*. *Класс семейства* механизма определяется числом общих связей, наложенных на механизм.

Для механизмов 1-го семейства:

$$W1=5n-4p5-3p4-2p3-p2.$$

Для механизмов 2-го семейства:

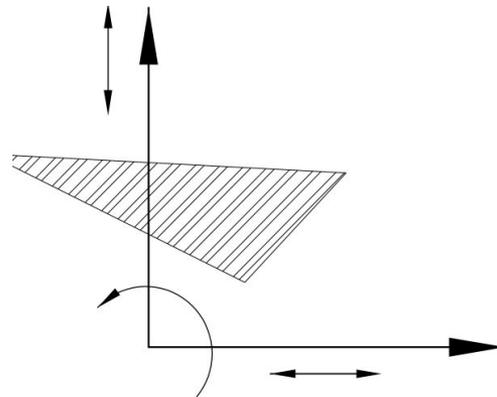
$$W2=4n-3p5-2p4-p3.$$

## Тема 2.

---

Если наложить 3 общих связи, получим механизм 3-го семейства - *плоский* механизм.

Из определения плоских механизмов следует, что у них из шести независимых движений возможны только три: поступательное вдоль осей  $X$  и  $Y$ , а также вращение вокруг оси  $Z$ . При этом звенья будут двигаться в плоскости  $XOY$ .



## Тема 2.

---

Структурная формула кинематической цепи в этом случае примет вид:

$$W = 3n - 2p_5 - p_4$$

где  $n$  – число подвижных звеньев механизма;

$p_5$  – число КП 5-го класса;

$p_4$  – число КП 4-го класса.

Эта формула носит название *формула Чебышева А.П.* (1862 г.). Данная формула применима и для *сферических* механизмов.

## Тема 2.

---

### 2.4. Замена высших КП низшими

В плоских механизмах все пары 4-го класса являются *высшими*, а пары 5 класса *низшими*.

$$W=3n -2p_H -p_B.$$

При структурном и кинематическом анализе удобно пользоваться низшими кинематическими парами, т.к. для них решены все основные задачи анализа механизмов. Поэтому высшие КП необходимо заменить низшими.

## Тема 2.

---

*Условия замены:*

1. Степень подвижности механизма должна оставаться неизменной;
2. Относительное движение звеньев так же должно сохраняться.

Определим число высших КП, необходимых для замены на низшие. Пусть для кинематической цепи, содержащей высшие и низшие пары, степень подвижности равна  $W_0$ . Если убрать из цепи пару 4-го класса, то число степеней свободы станет на единицу больше ( $W_0+1$ ), т.к. пара 4-го класса в плоском механизме накладывает одну связь.

## Тема 2.

---

Вместо отброшенной пары необходимо приложить кинематическую цепь, содержащую только низшие пары  $(3n-2p_5)$ .

Тогда, чтобы выполнить 1-е условие, необходимо соблюсти равенство:

$$(W_0+1)+(3n-2p_5)=W_0, \quad (2.1)$$

где  $W_0$  - степень подвижности исходной цепи;

$(W_0+1)$  – степень подвижности цепи с отброшенной парой;

$(3n-2p_5)$  – степень подвижности цепи замены (содержащей только низшие пары).

## Тема 2.

---

Полученную формулу можно представить и в более компактном виде

$$W = 6n - \sum_{i=1}^5 i * p_i.$$

Все механизмы классифицируются по *семействам*. *Класс семейства* механизма определяется числом общих связей, наложенных на механизм.

Для механизмов 1-го семейства:

$$W_1 = 5n - 4p_5 - 3p_4 - 2p_3 - p_2.$$

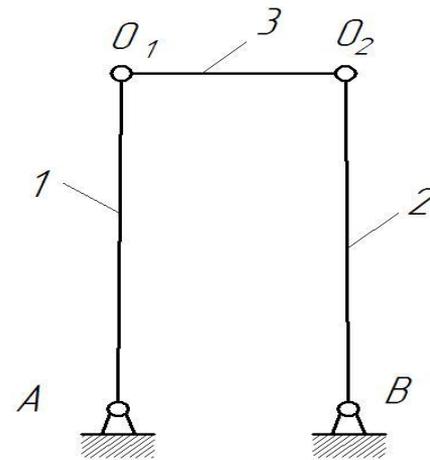
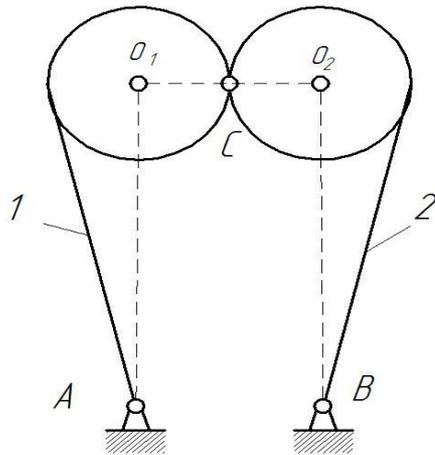
Для механизмов 2-го семейства:

$$W_2 = 4n - 3p_5 - 2p_4 - p_3.$$

## Тема 2.

### **Правила замены высших КП:**

1. Если высшая КП представляет собой две соприкасающиеся окружности или кривые, то пары замены располагаются в центрах кривизны этих окружностей или кривых.



## Тема 2.

---

Полученную формулу можно представить и в более компактном виде

$$W=6n - \sum_{i=1}^5 i * p_i.$$

Все механизмы классифицируются по *семействам*. *Класс семейства* механизма определяется числом общих связей, наложенных на механизм.

Для механизмов 1-го семейства:

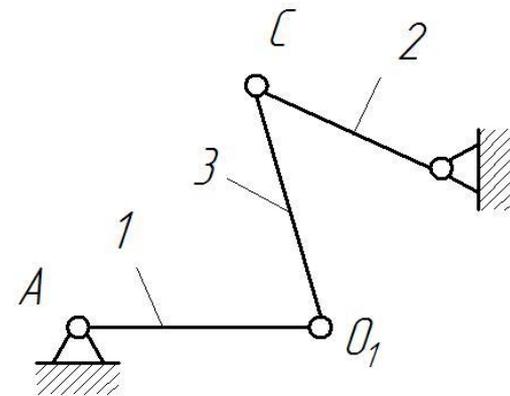
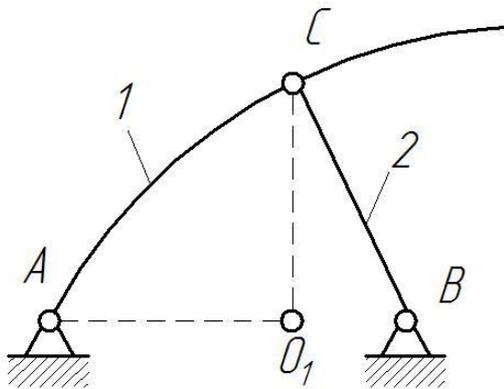
$$W1=5n-4p5-3p4-2p3-p2.$$

Для механизмов 2-го семейства:

$$W2=4n-3p5-2p4-p3.$$

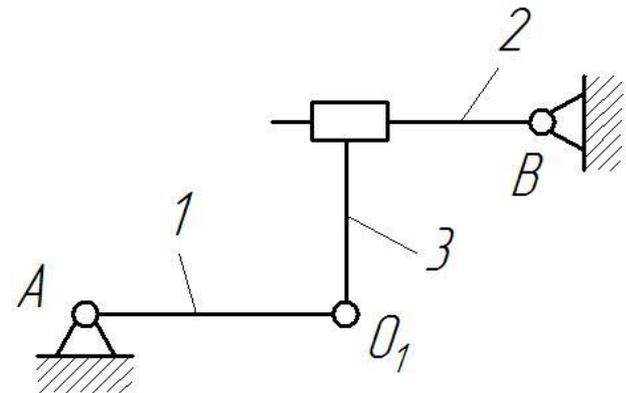
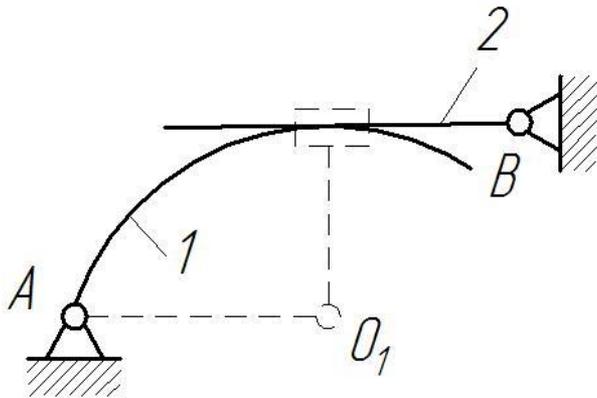
## Тема 2.

2. Если высшая КП представляет окружность или кривую, с одной стороны, и точечный контакт, с другой стороны, то КП замены будут находиться в точке контакта и в центре кривизны окружности или кривой.



## Тема 2.

3) Если контакт в высшей паре происходит по линии, то замена осуществляется поступательной парой.



## Тема 2.

---

### 2.5. Избыточные связи.

При выводе формул Малышева (Сомова) и Чебышева предполагалось, что связи, накладываемые КП на движение звеньев кинематической цепи, являются *независимыми*. Механизмы с независимыми связями принято называть *самоустанавливающимися*. В действительности в механизмах могут иметь место *избыточные* связи, которые дублируют ограничения, наложенные другими связями, не изменяя при этом кинематические свойства механизма.

***Избыточные (повторяющиеся, пассивные) связи*** – это связи, которые не изменяют подвижность механизма, а дублируют имеющиеся связи.

## Тема 2.

---

Эти связи либо специально вводятся в механизм из конструктивных соображений для увеличения, например, его жесткости и уменьшения деформаций, либо возникают при сборке из-за несоответствия реальных размеров, форм и взаимного расположения звеньев и КП механизма расчетным значениям. Все механизмы, даже те, которые принято считать *плоскими*, в действительности являются пространственными. Плоский механизм всего лишь модель реальных механизмов, звенья которых движутся в параллельных плоскостях. Если, например, при изготовлении звеньев будут нарушены необходимые геометрические соотношения между их длинами, а при монтаже механизма - взаимная параллельность осей КП, то механизм превратится в жесткую неизменяемую систему (ферму).

---

## Тема 2.

---

- Полученную формулу можно представить и в более компактном виде

$$W=6n - \sum_{i=1}^5 i * p_i.$$

Все механизмы классифицируются по *семействам*. *Класс семейства* механизма определяется числом общих связей, наложенных на механизм.

Для механизмов 1-го семейства:

$$W_1=5n-4p_5-3p_4-2p_3-p_2.$$

Для механизмов 2-го семейства:

$$W_2=4n-3p_5-2p_4-p_3.$$

## Тема 2.

---

Для избавления от избыточных связей необходимо *повысить подвижность* механизма следующими путями: *убрав* из него лишние звенья, вводя в конструкцию механизма технологические зазоры, либо *изменяя подвижность некоторых КП*. Повышение подвижности снижает требования к точности изготовления механизма.

Приведем некоторые примеры.

1. Рассмотрим механизм сдвоенного параллелограмма с одним входным звеном, в конструкцию которого, для повышения жесткости, ввели дополнительное звено 3. Механизм сохраняет работоспособность только при условии, что длины звеньев находятся в следующих соотношениях:

$$l_{AB} = l_{DC}; \quad l_{BC} = l_{EF} = l_{DC}; \quad l_{AE} = l_{DF}.$$

Введение дополнительного звена 3 не вносит новых геометрических связей, а повторяет имеющиеся.

## Тема 2.

Определим число степеней подвижности

$$W = 3*4 - 2*6 - 0 = 0.$$

Хотя формально степень подвижности  $W = 0$ , фактическая подвижность остается равной  $1$ . Звено  $EF$  во время работы обеспечивает сохранение контуру  $ABCD$  формы *параллелограмма*.

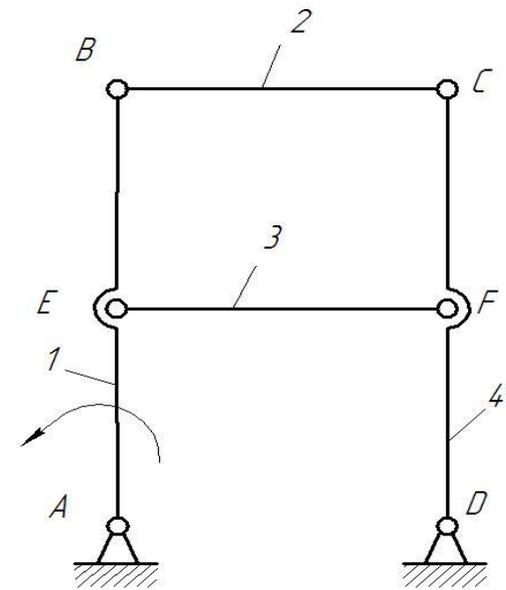
Определим число избыточных связей

$$q = 1 - 3*4 + 2*6 = 1.$$

Удалив шатун  $3$ , будем иметь

$$W = 3*3 - 2*4 = 1.$$

Аналогичную ситуацию получим и при исключении шатуна  $2$ .



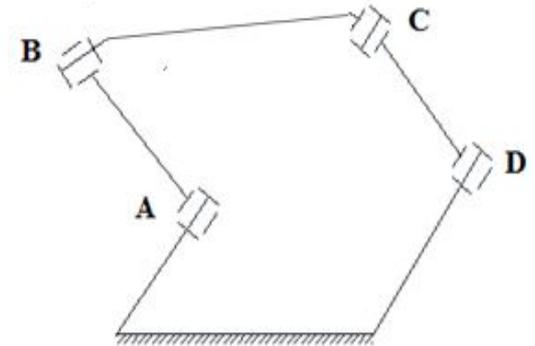
# Тема 2.

2. Рассмотрим шарнирный четырехугольник  $ABCD$ , в котором оси КП 5-го класса не параллельны друг другу. В этом случае получаем пространственный механизм, число избыточных связей в котором определим по формуле Малышева:

$$q = 1 + 5*4 - 6*3 = 3.$$

Для избавления от этих связей повышаем степень подвижности механизма путем использования более подвижных пар 3-го и 4-го классов. Подставив вместо пары  $B$  сферическую пару 3-го класса, а вместо пары  $C$  - цилиндрическую пару 4-го класса (см. рис.), будем иметь

$$q = 1 + 5*2 + 4*1 + 3*1 - 6*3 = 0.$$



## Тема 2.

Тогда подвижность будет равна

$$W = 6*3 - 5*2 - 4*1 - 3*1 = 1.$$

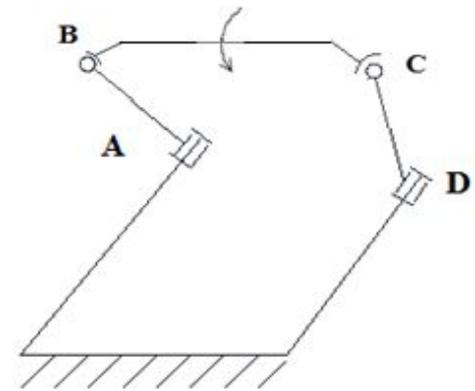
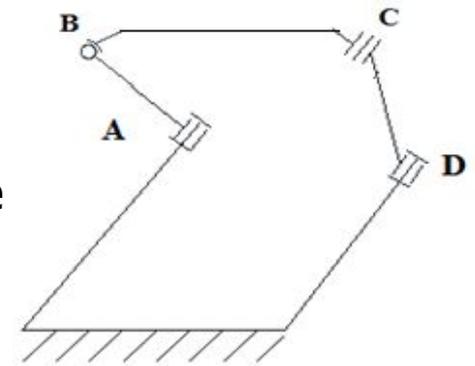
Вместо пар *B* и *C* можно ввести 2 сферические пары 3-го класса. Число подвижностей при этом увеличится на 1:

$$W = 6*3 - 2*5 - 3*2 = 2.$$

Получили механизм с т.н. *местной* подвижностью (вращение звена *BC* вокруг продольной оси). Число изб. связей:

$$q = 2 + 5*2 + 3*2 - 6*3 = 0.$$

Введение местной подвижности облегчает процесс сборки механизма.



## Тема 2.

---

### 2.6. Лишние степени подвижности (свободы)

**Лишние степени подвижности (свободы)** – это степени подвижности механизмов, не влияющие на относительное движение звеньев и применяемые, например, для уменьшения сил трения или облегчения процессов сборки и уменьшения требований к точности изготовления (местная подвижность). Однако с точки зрения расчетов, лишние степени свободы являются нежелательными и от них стараются избавиться. Для определения лишних степеней свободы в плоских механизмах также используется формула Чебышева, в пространственных – формула Малышева (Сомова). Если при этом окажется, что в механизме с одним входным звеном  $W > 1$ , то в механизме имеются дополнительные степени подвижности.

## Тема 2.

Полученную формулу можно представить более компактном виде

$$W = 6n - \sum_{i=1}^5 i * p_i.$$

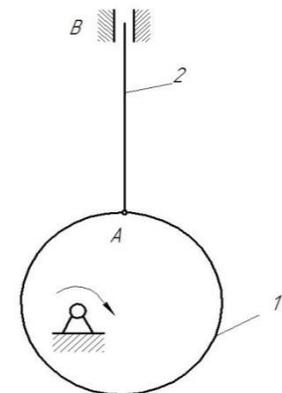
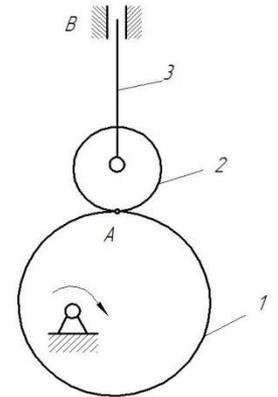
Все механизмы классифицируются по *сем*  
*Класс семейства* механизма определяется  
общих связей, наложенных на механизм.

Для механизмов 1-го семейства:

$$W_1 = 5n - 4p_5 - 3p_4 - 2p_3 - p_2.$$

Для механизмов 2-го семейства:

$$W_2 = 4n - 3p_5 - 2p_4 - p_3.$$



# Тема 3. Структурный анализ плоских механизмов.

---

Основной принцип образования механизмов был впервые сформулирован в 1914г. русским ученым Л.В. Ассуром. Им был предложен метод образования кинематических схем механизмов путем последовательного наложения кинематических цепей, обладающих определенными свойствами.

Формулируется **принцип Ассура** следующим образом: схема любого механизма может быть образована последовательным присоединением к одному или нескольким *начальным механизмам* (механизмам 1-го класса) структурных групп звеньев с нулевой степенью подвижности, не распадающихся на более простые цепи, обладающие нулевой степенью подвижности.

Эти структурные группы получили название групп Ассура.

# Тема 3

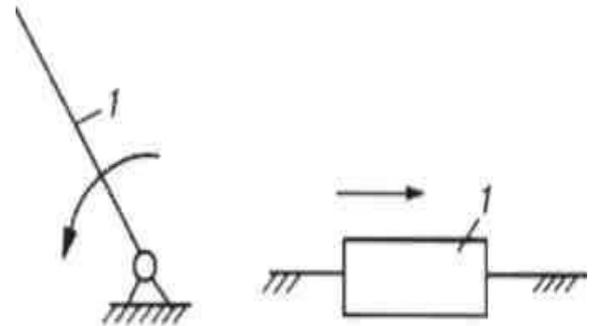
---

**Группа Ассура** – это незамкнутая кинематическая цепь с нулевой степенью подвижности, не распадающаяся на более простые кинематические цепи, удовлетворяющие этому условию.

*Правила выделения групп Ассура:*

- 1) Звенья группы должны обладать подвижностью;
- 2) Группа Ассура не может быть присоединена к одному звену.

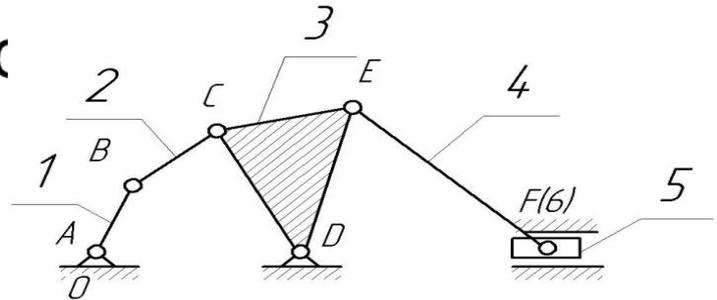
**Начальным механизмом** или **механизмом первого класса** называется ведущее звено, связанное со стойкой КП 5-го класса.



## Тема 3.

- Полученную формулу можно более компактно выразить

$$W = 6n - \sum_{i=1}^5 i$$



Все механизмы классифицируются по *семействам*. *Класс семейства* механизма определяется числом общих связей, наложенных на механизм.

Для механизмов 1-го семейства:

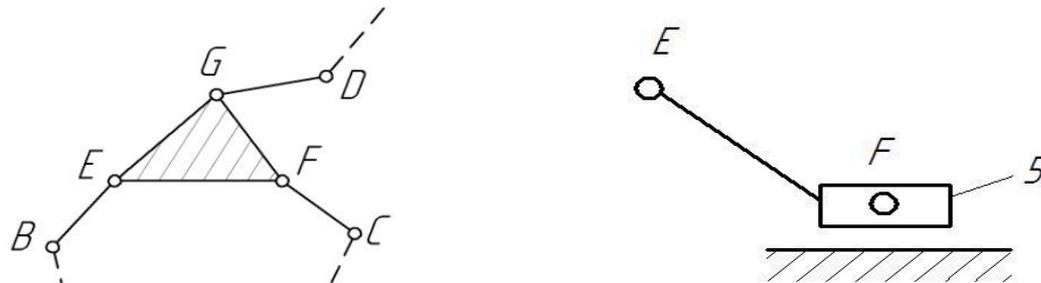
$$W_1 = 5n - 4p_5 - 3p_4 - 2p_3 - p_2.$$

Для механизмов 2-го семейства:

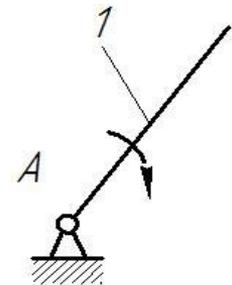
$$W_2 = 4n - 3p_5 - 2p_4 - p_3.$$

# Тема 3.

Присоединяемые, к начальному механизму структурные группы звеньев обладают нулевой степенью свободы, т. е. являются группами Ассура.



Эти группы присоединяются к начальному механизму, состоящему из ведущего звена 1, связанного со стойкой  $O$  кинематической парой  $A$ .



## Тема 3.

---

Полученную формулу можно представить и в более компактном виде

$$W = 6n - \sum_{i=1}^5 i * p_i.$$

Все механизмы классифицируются по *семействам*. *Класс семейства* механизма определяется числом общих связей, наложенных на механизм.

Для механизмов 1-го семейства:

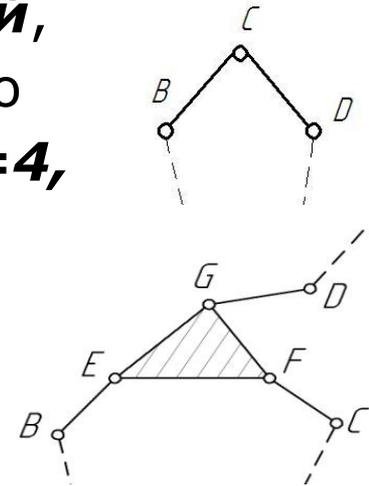
$$W_1 = 5n - 4p_5 - 3p_4 - 2p_3 - p_2.$$

Для механизмов 2-го семейства:

$$W_2 = 4n - 3p_5 - 2p_4 - p_3.$$

## Тема 3.

Таким образом, число кинематических пар 5-го класса в группе равно  $3/2 n$ . Так как число КП может быть только целым, возможны следующие соотношения:  **$n = 2, p_5 = 3$** ;  **$n = 4, p_5 = 6$** ;  $n = 6, p_5 = 9$ ;  $n = 8, p_5 = 12$  и т. д. Практическое значение имеют два первых соотношения. Первое соотношение ( **$n = 2, p_5 = 3$** ). Эта группа получила название **двухповодковой**, т. к. присоединяется к механизму с помощью поводков  $BC$  и  $CD$ . Второе соотношение ( **$n = 4, p_5 = 6$** ) – **трехповодковая** группа. Она присоединяется к механизму тремя поводками -  $BE, GD$  и  $FC$ .



## Тема 3.

---

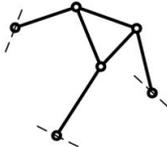
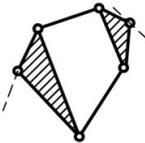
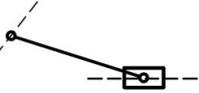
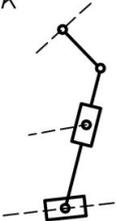
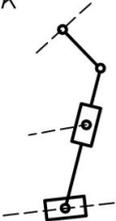
Группы Ассура делятся на классы, имеют различный порядок и вид.

**Класс** группы Ассура определяется наивысшим числом внутренних КП, входящих в замкнутый контур.

**Порядок** группы Ассура определяется числом элементов звеньев, с помощью которых группа присоединяется к основному механизму (показаны штриховыми линиями).

**Вид** группы Ассура определяется сочетанием вращательных и поступательных кинематических пар в двухповодковой группе.

# Тема 3.

2 класс	3 класс	4 класс		
<i>Признак</i>				
				
<p>1 вид 2 порядок</p> 	<p>3 порядок</p> 	<p>2 порядок</p> 		
<p>2 вид 2 порядок</p> 			<p>3 порядок</p> 	
<p>3 вид 2 порядок</p> 				
<p>4 вид 2 порядок</p> 				
<p>5 вид 2 порядок</p> 				

## Тема 3.

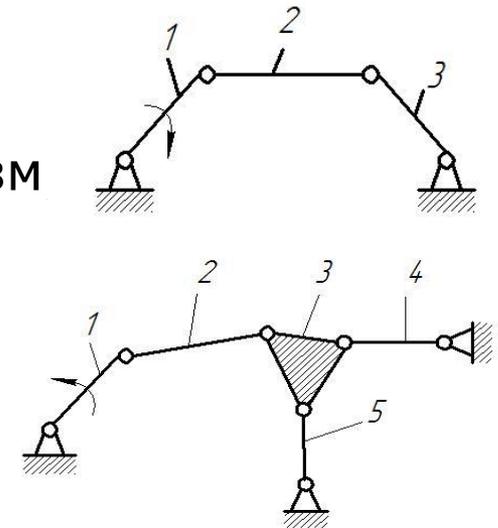
### 3.3. Структурная классификация плоских механизмов

**Класс механизма** определяется наивысшим классом структурной группы, входящей в его состав.

Большинство современных механизмов принадлежит к механизмам 2-го класса.

**Механизм второго класса** - это механизм в состав которого входят группы не выше 2-го класса и 2-го порядка.

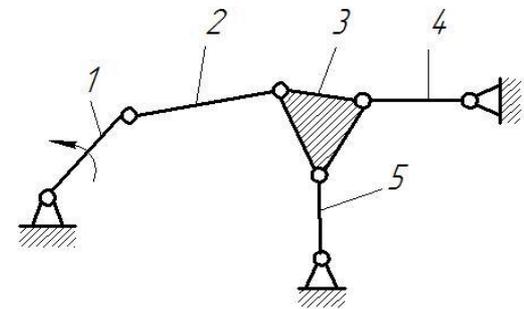
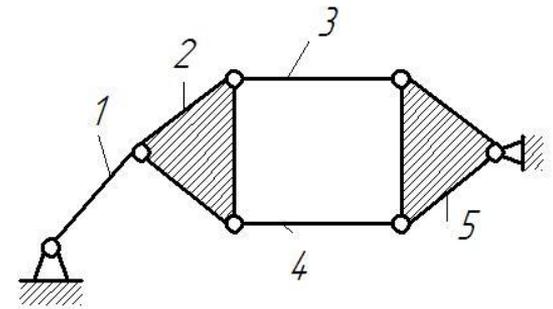
Механизмы, в состав которых входят группы не выше 3-го класса, называются **механизмами 3-го класса**.



## Тема 3.

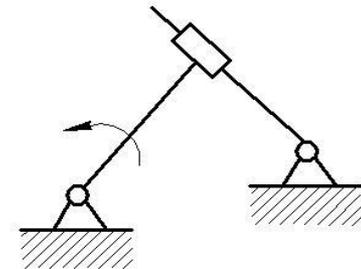
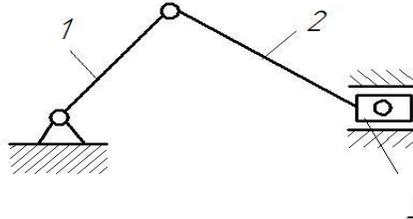
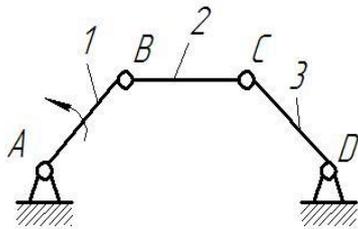
Механизмы, в состав которого входят группы не выше 4-го класса, 2-го порядка называются **механизмами 4-го класса.**

При определении класса механизма необходимо указывать, какие из звеньев являются ведущими. Например, если в приведенном выше механизме 3-го класса за ведущее звено принять не 1-е, а 4-е звено, то получим механизм 2-го класса, так как наивысшим классом группы Ассур будет второй.



## Тема 3.

Рассмотрим основные виды механизмов 2-го класса. Если в четырехзвенном механизме 2-го класса все пары вращательные, то механизм называется **четырёхзвенником**. Если поступательная пара находится на конце одного из звеньев, то механизм называется **кривошипно-ползунным**. Если поступательная пара находится между звеньями 2 и 3, то механизм называется **кулисным**.



## Тема 3.

---

### **3.4. Порядок структурного анализа механизмов**

Структурный анализ механизма следует проводить путем расчленения его на структурные группы в порядке, обратном образованию механизма, т.е. выделение групп необходимо начинать с наиболее удаленной (последней в порядке присоединения к механизму 1-го класса) группы. В результате отсоединения структурных групп остаётся механизм (механизмы) первого класса.

# Тема 3.

---

## *Порядок структурного анализа*

1. Определить вид механизма.
2. Обозначить все звенья механизма и дать им названия.
3. Обозначить все кинематические пары (КП) механизма, определить их класс и вид.
4. Вычислить степень подвижности механизма.
5. Разложить механизм на структурные группы Ассура. Определить их класс, вид и порядок.
6. Определить класс механизма.

## Тема 3.

---

### 3.5. Структурный синтез механизмов

**Структурный синтез** - это нахождение структурной схемы механизма, определяющей положение стойки, подвижных звеньев, видов и взаимного расположения КП с учетом желаемых структурных, кинематических и динамических свойств. Наиболее распространённым методом структурного синтеза механизмов с замкнутыми кинематическими парами является метод присоединения к начальным механизмам структурных групп на основе *принципа Ассура*.

---

## Тема 3.

---

Синтез механизмов является самым ответственным этапом при создании будущей машины. Синтез представляет собой сложную задачу, которая обычно имеет многовариантное решение. Традиционно синтез осуществляется в два этапа:

1. **Структурный синтез**, в процессе которого определяется структура будущего механизма;
2. **Параметрический синтез**, при котором по заданным кинематическим или динамическим свойствам механизма находятся размеры звеньев.

Структурный синтез осуществляется в порядке, *обратном* структурному анализу.