Надежность технических систем и техногенный риск

Лекция №2

Лекция № 2. **Основные количественные показатели надежности технических систем**

Цель : Рассмотреть основные количественные показатель надежности

Учебные вопросы:

1. Показатели оценки свойств технических систем.
2. Основные показатели безотказности.
3. Основные показатели ремонтопригодности, долговечности и сохраняемости.
4. Комплексные показатели надежности.
5. Основные законы распределения случайных величин, используемые в теории надежности.

1. Показатели оценки свойств технических систем.

- **<u>Показатель надежности</u>** — это количественная характеристика одного или нескольких свойств, составляющих надежность объекта.

При рассмотрении показателей надежности следует различать:
- наименование показателя (например, средняя наработка на отказ Тоn);
- численное значение (например P(t)=0,58),
- формулировку сущности этой величины;
- размерность показателя (при ее наличии, например 1/ч).

- Различают **единичные** и **комплексные** показатели надежности.

- **<u>Единичный показатель</u>** надежности - это показатель, характеризующий одно из свойств, составляющих надежность объекта.

- **<u>Комплексный показатель</u>** надежности - это показатель, характеризующий несколько частных свойств надежности объекта.

1. Показатели оценки свойств технических систем.

Свойство	Условное обозначение показателя	Наименование показателя
Безотказность	P(t) λ(t) То ω(t) Топ	Вероятность безотказной работы Интенсивность отказов Средняя наработка до отказов Параметр потока отказов Средняя наработка на отказ
Ремонтопригодность	P(tв) μ(t) ТВ	Вероятность восстановления Интенсивность восстановления Среднее время восстановления
Долговечность	Rн Rмр Тсл	Назначенный ресурс Средний ресурс между капитальными ремонтами (межремонтный ресурс) Средний срок службы
Сохраняемость	Тсх γсх	Средний срок сохраняемости Гамма — процентный срок сохраняемости
Безотказность и ремонтопригодность	Кг Кп Ки Ког	Коэффициент готовности Коэффициент простоя Коэффициент технического использования Коэффициент оперативной готовности

2. Основные показатели безотказности.

2.1.Вероятность безотказной работы P(t)

- Под ***вероятностью безотказной работы*** понимается вероятность того, что в заданном интервале времени или в пределах заданной наработки отказ не возникает.

$$P^*(t)=P\{T>t\},$$

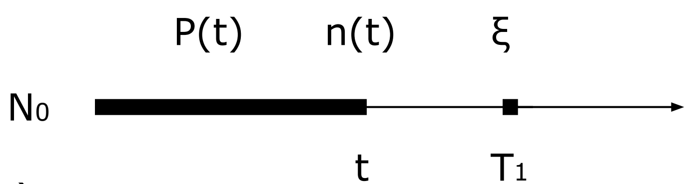
где t – время в течении которого определяется P(t);

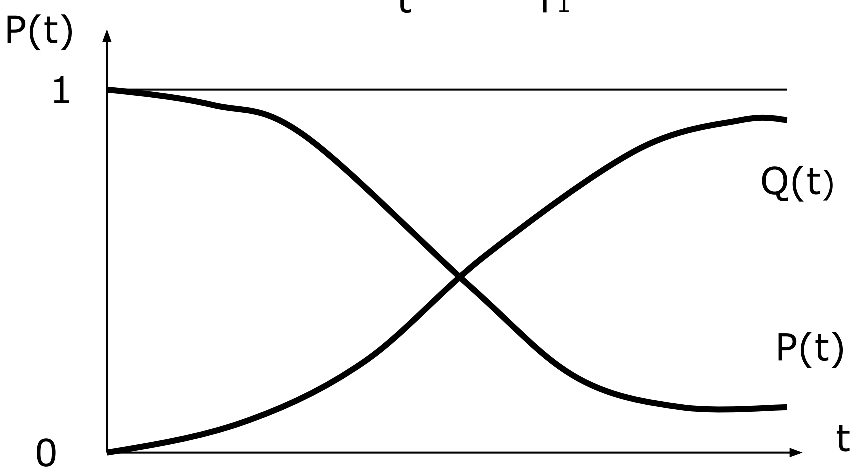
T – время от включения до первого отказа.

$$P^*(t)=\lim_{N_0 \to 0} \frac{N_0 - n(t)}{N_0} = \frac{N_0 - n(t)}{N_0}$$

где N_0 – число образцов аппаратуры в начале испытаний;

n(t) – число отказавших образцов за время t.





$$P(t) + Q(t) = 1,$$

где P(t) –вероятность безотказной работы;

Q(t) – вероятность отказа.

$$Q(t) = 1 - P(t)\ ; \qquad P(t) = 1 - Q(t).$$

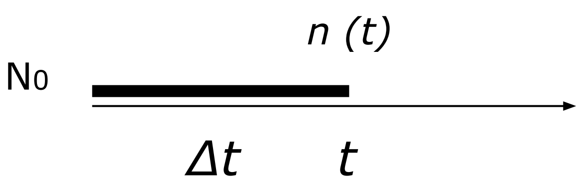
2.2. Частота отказов

- ***Частота отказов*** - число отказов в единицу времени, отнесенное к первоначальному числу элементов.

Из статистических данны частота отказов f (t) определяется:

$$f^*(t) = \frac{n(t)}{N_0 \Delta t},$$

где n (t) – число отказавших изделий в рассматриваемый интервал времени Δt;
N_0 – число изделий первоначально взятых на испытание.

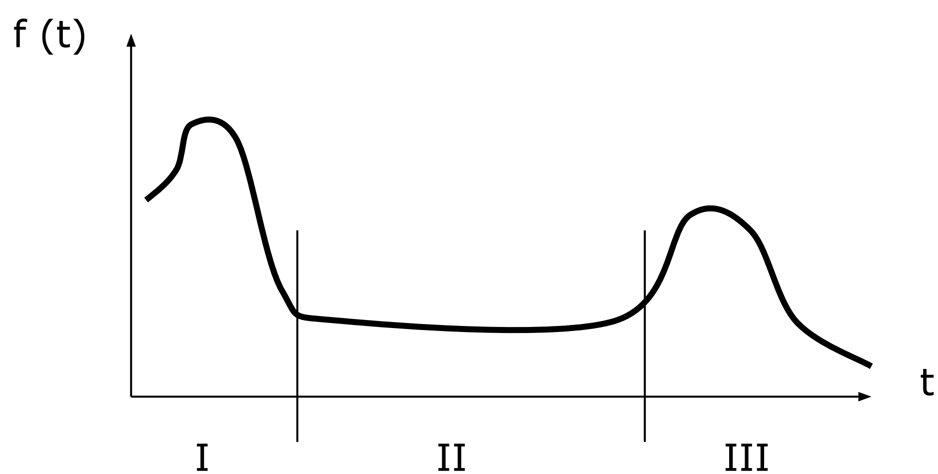


f (t) может быть получена путем дифференцирования Q (t) и P (t)

$$f(t) = \frac{dQ(t)}{dt} = \frac{-dP(t)}{dt},$$

в этом случае f (t) является плотностью распределения случайной величины T – времени исправной работы

График функции f (t)



I – период приработки изделий;

II- период нормальной эксплуатации

III – период старения, износа

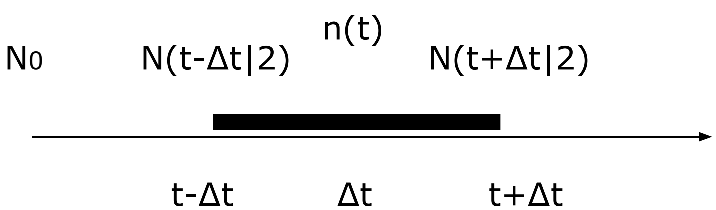
2.3. Интенсивность отказов

- ***Интенсивность отказов*** - вероятность отказов невосстанавливаемого изделия в единицу времени после данного момента времени при условии, что до этого момента отказ не возник.

Интенсивность отказов определяется числом отказов в единицу времени, отнесенному к среднему числу элементов, исправно работающих в данный отрезок времени:

$$\lambda^* (t) = \frac{n(t)}{N(t)\Delta t} ,$$

где N(t) - среднее число элементов, продолжающих исправно работать на интервале Δt



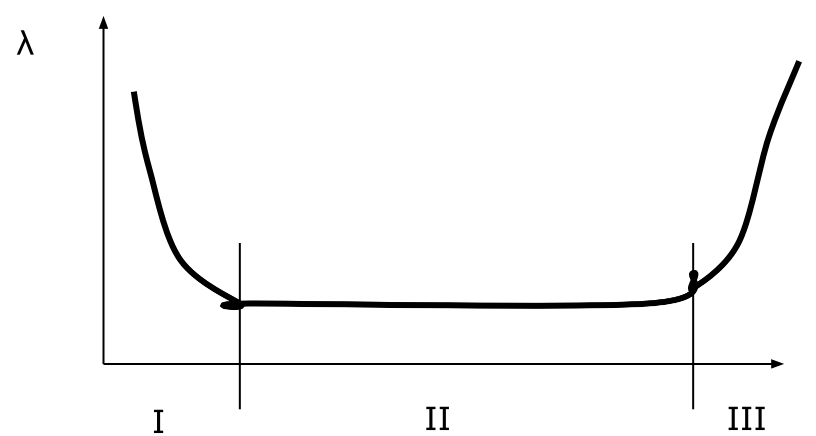
$$N(t) = \frac{N(t - \Delta t|2) + N(t - \Delta t|2)}{2},$$

где N(t-Δt|2) – число исправно работающих объектов в начале интервала времени Δt

Интенсивность отказа часто называют λ – характеристикой

Соотношение между λ(t) и P(t) называют основным законом надежности:

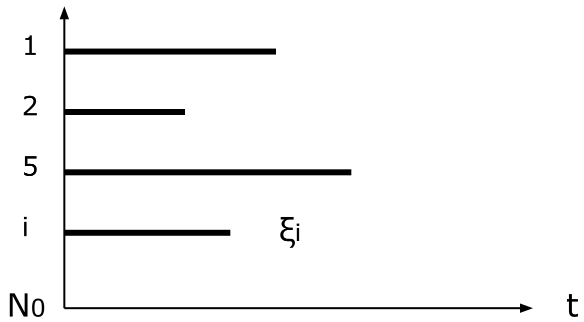
$$P(t) = e^{-\int_0^t \lambda(t)\, dt}$$



2.4.Средняя наработка до отказа

- *Средняя наработка до отказа* (T_0 или T_{cp}) - это математическое ожидание наработки изделия до первого отказа.

Модель испытаний на надежность невосстанавливаемого изделия



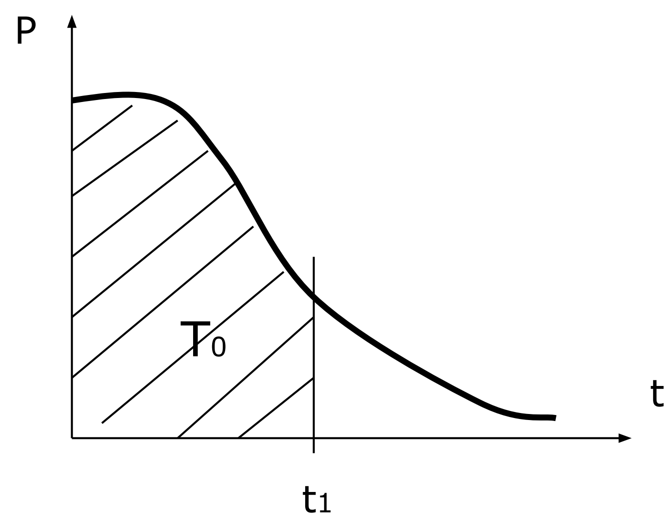
Статистически средняя наработка до отказ однотипных объектов определяется:

$$T_0 = \frac{\Sigma\, t_i}{N_0},$$

где t_i – время исправной работы i объекта.

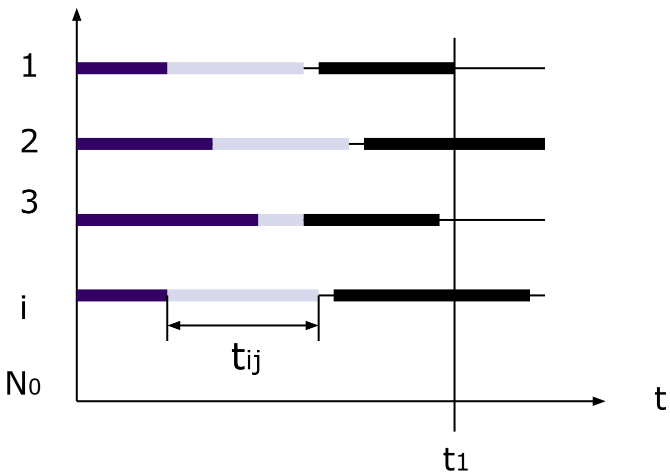
Графически T_0 соответствует площади, ограниченной сверху кривой P(t)

$$T_0 = \int_0^t P(t)\, dt$$



2.5 Количественные характеристики надежности восстанавливаемых объектов

- Восстанавливаемые объекты – это объекты, отказы которых устраняются.



$$P^*(t) = 1 - \frac{n(t)}{N_0}$$

2.5.1. Параметр потока отказов

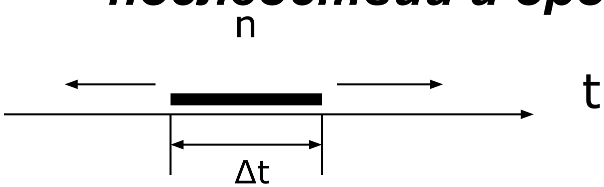
Под *потоком отказов* понимается последовательность отказов, происходящих один за другим в случайные моменты времени.

Параметром потока отказов ω(t) называется предел отношения вероятности появления хотя бы одного отказа за промежуток Δt к данному промежутку при Δt – 0

$$\omega^*(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{P_1(t, t + \Delta t)}{\Delta t},$$

2.5.2. Простейший поток отказов

- ***Простейшим потоком отказов*** называется такой поток, при котором время возникновения отказов удовлетворяет одновременно условию ***стационарности, отсутствия последствий и ординарности***.



- ***Стационарность*** случайного процесса времени возникновения отказа означает, что на любом промежутке времени Δt вероятность возникновения n отказов зависит только от n и величины промежутка Δt, но не изменяется от сдвига Δt по оси времени.
- ***Отсутствие последствий*** означает, что вероятность возникновения фиксированного числа отказов на интервале времени (t , t+т) не зависит от того, сколько отказов возникло до момента т, т.е. отказы являются событиями случайными и независимыми.
- ***Ординарность*** потока отказов означает невозможность появления в один и тот же момент времени более одного отказа.

Статистически $\omega^*(t)$ определяется:

$$\omega^*(t) = \frac{\Sigma n_i(t)}{N_0 \Delta t}.$$

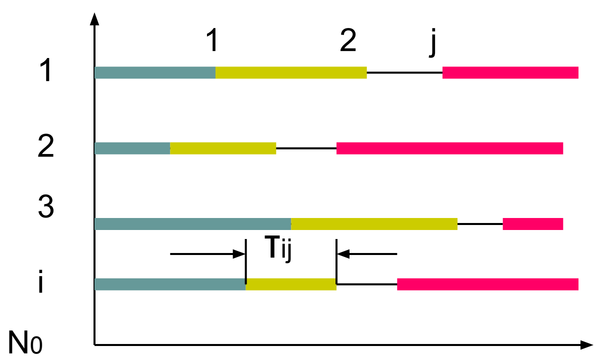
2.5.3.Наработка на отказ

- ***Наработка на отказ*** (средняя наработка на отказ) T_{0n} – это среднее время между соседними отказами.

T_{0n} определяется отношением суммарной наработки восстанавливаемых изделий к суммарному числу отказов за какое-то время испытаний:

$$T_{0n} = \frac{\sum \sum \tau_{ij}}{\sum \sum r_{ij}},$$

где j – индекс номера отказа, i – индекс номера изделия.



τ_{ij} – время между соседними отказами;

r_{ij} – количество отказов.

Для простейшего потока отказов

λ (t) = ω (t),

Если λ (t) = $1/T_0$, то $T_{0n} = 1/\omega(t)$.

3. Основные показатели ремонтопригодности , долговечности и сохраняемости

3.1. Показатели ремонтопригодности.

Вероятность восстановления работоспособного состояния **–** это вероятность того, что время восстановления работоспособного состояния объекта не превысит заданного.

- Вероятность восстановления работоспособного состояния представляет собой значение функции распределения времени восстановления при tв=Тз, где Тз - заданное время восстановления, Р(tв)=Р(tв < Тз)=F(tв).

Для экспоненциального закона распределения:

$$P(t\text{в}) = e^{-\int_0 \mu(t)dt}$$ или Р(tв) = $e^{-\mu t}$,

где μ - интенсивность восстановления.

Среднее время восстановления работоспособного состояния - математическое ожидание времени восстановления работоспособного состояния. Определяется по формуле

$$T\text{в} = \int_0^\infty tf(t\text{в})dt = \int_0^\infty tdF(t\text{в}) = \int_0^\infty [1 - F(t\text{в})]dt$$

где: F(tв) - функция распределения времени восстановления;

f(tв) - плотность распределения времени восстановления.

Для экспоненциального закона tв = $\frac{1}{\mu}$, при расчете по статистическим данным : Тв = . $\frac{\sum_{i=1}^{n} \tau}{n}$

3. Основные показатели ремонтопригодности, долговечности и сохраняемости

3.2. Показатели долговечности.

Средний ресурс **-** математическое ожидание ресурса.

- Если предельное состояние обусловливает окончательное снятие объекта с эксплуатации, то показатели долговечности называют: ***полный средний ресурс (срок службы), полный назначенный ресурс.***
- В полный срок службы входят продолжительности всех видов ремонта объекта. Выражение для расчета среднего ресурса имеет вид:

$$\text{Rср} = \int_0^\infty tf(t)dt = \int_0^\infty tdF(t) = \int_0^\infty [1 - F(t)]dt,$$

где: Rср - средний ресурс (средний срок службы);

F(t) - функция распределения наработки до отказа (ресурса срока службы);

f (t) - плотность распределения ресурса, срока службы.

Гамма-процентный ресурс - наработка, в течение которой объект не достигнет предельного состояния с заданной вероятностью γ, выраженной в процентах.

$$P_\gamma(t) = \frac{\gamma}{100}$$

Назначенный ресурс - суммарная наработка объекта, при достижении которой применение по назначению должно быть прекращено.

Средний срок службы - математическое ожидание срока службы.

3. Основные показатели ремонтопригодности , долговечности и сохраняемости

4.3. Показателя сохраняемости.

- ***Средний срок сохраняемое*** - математическое ожидание срока сохраняемости.
- ***Гамма-процентный срок сохраняемости*** - срок, достигаемый с заданной вероятностью γ выраженной в процентах.

4. Комплексные показатели надежности

- <u>*Коэффициент готовности*</u> – это вероятность того, что объект окажется в работоспособном состоянии в произвольный момент времени, кроме планируемых периодов времени, в течение которых применение по назначению не предусмотрено

$$K_Г = \frac{T_0}{T_0 + Тв}$$

- <u>*Коэффициент оперативной*</u> готовности определяется как вероятность того, что объект окажется в работоспособном состоянии в произвольный момент времени, кроме планируемых периодов, в течении которых применение объекта по назначению не предусматривается и, начиная с этого момента , будет работать безотказно в течении заданного интервала времени tог

$$K_{ОГ} = K_Г \cdot P(t_{ОГ})$$

- <u>*Коэффициент простоя*</u> $K_П = 1 - K_Г = \frac{T_В}{T_0 + T_В}$

- <u>*Коэффициент технического использования*</u> – это отношение математического ожидания интервалов времени пребывания объекта в состоянии постоев, обусловленных техническим обслуживанием и ремонтом, за тот же период эксплуатации

$$K_{ТИ} = \frac{\bar{t}}{\bar{t} + \bar{t}_{ТО} + \bar{t}_Р}$$

5. Основные законы распределения случайных величин, используемые в теории надежности.

5.1. Нормальное распределение (закон Гауса).

Плотность вероятности нормального распределения находят по выражению:

$$f(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(t-a)^2}{2\sigma^2}} \quad \text{для } t > 0,$$

где a и σ – параметры распределения Гауса, a > 0, σ > 0, $\frac{\sigma}{a} < 0{,}25$.

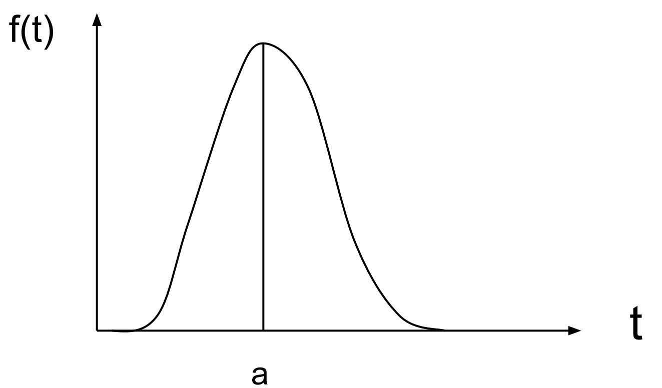


Рис.5.1

Параметры закона a и σ являются его числовыми характеристиками:

M(t) = a, σ_2 (t) = $a._2$

Наработка до отказа невосстанавливаемых объектов приближенна распределена по нормальному закону (Гаусса).
Это характерно для объектов, подверженных старению и износу.

5.2. Экспоненциальное распределение

Распределение случайной положительной величины называется ***экспоненциальным***, если его плотность распределения вероятности имеет вид:

, t ≥ 0,

где λ – параметр распределения, λ > 0.

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t}$$

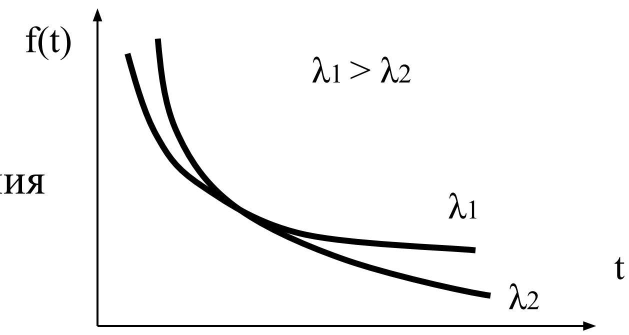


Рис.5.2

При экспоненциальном распределении времени возникновения отказов λ(t) = const. Для восстанавливаемых систем при применении экспоненциального закона распределения характерен простейший поток отказов.

Зависимости между основными количественными показателями:

$$P(t) = e^{-\int_0^t \lambda(t)dt} = e^{-\lambda t}$$

$$T_0 = \int_0^\infty e^{-\lambda t} dt = \frac{1}{\lambda}$$

5.3. Распределение Вейбулла

Случайная положительная величина имеет ***распределение Вейбулла***, если для плотности распределения справедливо уравнение:

$$f(t) = \frac{b}{a}\left(\frac{t}{a}\right)^{b-1} e^{\left(\frac{t}{a}\right)^{b}} \quad ,$$

где a и b – параметры распределения

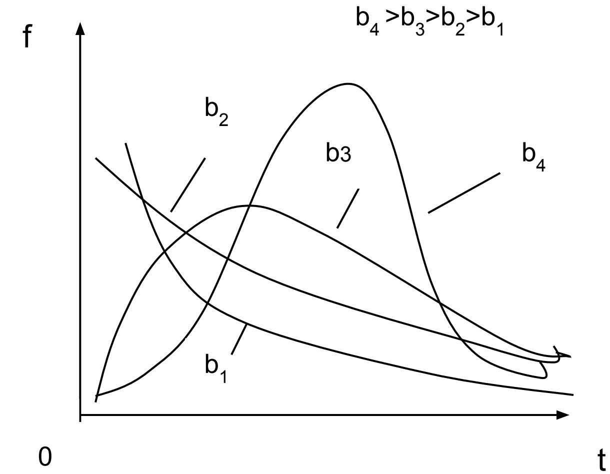


Рис. 5.3

Параметры a и b могут очень сильно менять вид кривой. На рис.5.3 показан характер изменения f(t) при изменении b. При b = 1 распределение Вейбулла вырождается в экспоненциальное распределение.

5.4. Распределение Пуассона.

Случайная величина имеет ***распределение Пуассона*** тогда, когда вероятность, что она принимает целое положительное значение, находится по формуле:

$$P(x_1) = \frac{1}{x_1!} a^{x_i} e^{-a} \quad ,$$

где а – параметр распределения, а > 0.

Распределение Пуассона является частным случаем биноминального распределения, когда число испытаний n достаточно велико, а вероятность наступления события А в одном испытании достаточно мала (P < 0,1). Этот закон называют еще законом «редких событий» из – за малости P.

Закону Пуассона подчиняются следующие случайные величины:

- число отказов элементов за время t, если наработка до отказа у каждого из однотипных элементов распределена по экспоненциальному закону;
- число отказов за время t для восстанавливаемого объекта, у которого промежутки времени между соседними отказами имеют экспоненциальное распределение;
- число дефектных изделий в выборке, если доля дефектных изделий q < 0,1 и др.

6. Основной закон надежности

Поставив выражение f(t) в формулу для нахождения λ(t), получим:

λ(t) = $\frac{f(t)}{P(t)} = -\frac{dP(t)}{P(t)dt}$ или - λ(t)dt = $\frac{dP(t)}{P(t)}$

Проинтегрируем полученное выражение в пределах от 0 до t: $\int_0^t \frac{dP(t)}{P(t)} = -\int_0^t \lambda(t)dt$

После подстановки верхнего и нижнего пределов интегрирования в левую часть формулы можно записать:

lnP(t) - lnP(0) = - $\int_0^t \lambda(t)dt$ P(0) = 1; ln 1 = 0.

Тогда *LnP(t)* = - $\int_0^t \lambda(t)dt$, откуда, по определению натуральных логарифмов имеем:

P(t) = $e^{-\int_0^t \lambda(t)dt}$ - основной закон надежности