Литература:

1. Савельев И.В. Курс общей физики (в 3-х томах). М.: Наука, СПб.: Лань, 2005-2008.
2. Трофимова Т.И. Курс физики. М.: Высш. шк., 2004.

поступательного и вращательного движения

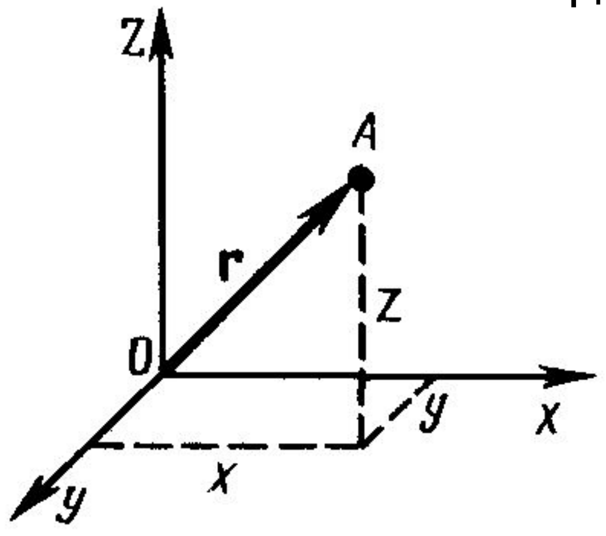
1. Система отсчета. Траектория материальной точки.
2. Скорость. Вычисление пройденного пути.
3. Ускорение и его составляющие.
4. Кинематика вращательного движения. Угловая скорость и угловое ускорение.
5. Связь между векторами линейных и угловых скоростей и ускорений.

1.Система отсчета

<u>Материальная точка</u> – это тело, обладающее массой , размерами которого в данной задаче можно пренебречь.

Положение материальной точки определяется по отношению к какому-либо другому, произвольно выбранному телу, называемому **<u>телом отсчета</u>**.

В <u>систему отсчета</u> входит: тело отсчета, связанная с ним система координат и прибор для отсчета времени.



$$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{cases} \qquad \vec{r} = \vec{r}(t)$$

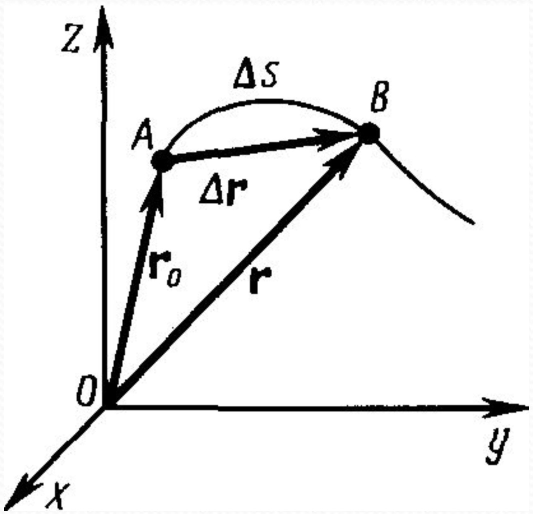
Уравнение траектории

Число независимых координат, полностью определяющих положение точки в пространстве, называется **<u>числом степеней свободы</u>**.

Траектория материальной точки

Траектория движения материальной точки — линия, описываемая этой точкой в пространстве. В зависимости от формы траектории движение может быть прямолинейным или криволинейным.

Рассмотрим движение материальной точки вдоль произвольной траектории:



Δs – длина пути

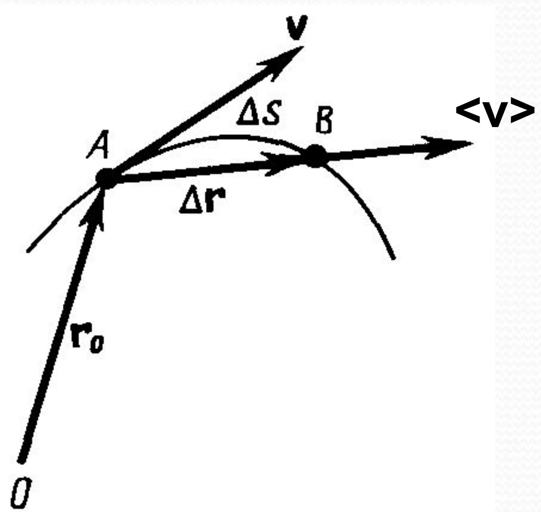
$$\Delta\vec{r} = \vec{r} - \vec{r}_0$$ – перемещение

Перемещение – направленный отрезок прямой, соединяющий начальное положение тела с его последующим положением.

$$\vec{r} = r_x\vec{i} + r_y\vec{j} + r_z\vec{k}$$

2.Скорость

Для характеристики движения материальной точки вводится векторная величина — <u>скорость, которая определяет быстроту движения и его направление в данный момент времени.</u>



$$\langle \vec{\upsilon} \rangle = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

<u>Средняя скорость</u> движения за время Δt.

$$\vec{\upsilon} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

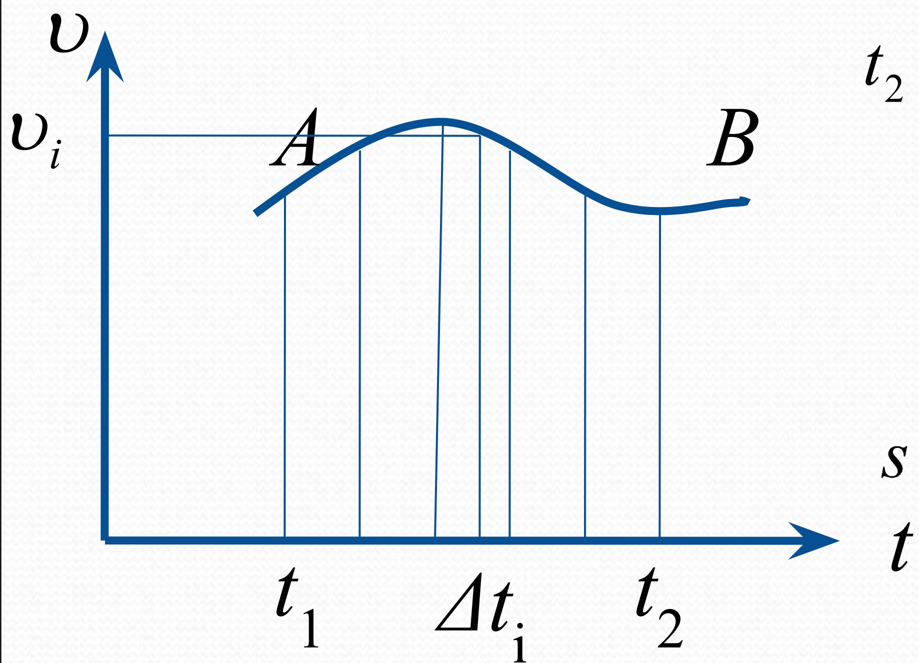
<u>Мгновенная скорость</u> - векторная величина, равная первой производной радиуса-вектора движущейся точки по времени.

$$\upsilon = |\vec{\upsilon}| = \left| \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \right| = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}$$

Числовое значение мгновенной скорости равно первой производной пути по времени:

$$\upsilon = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}$$

Вычисление пройденного пути



$t_2 - t_1$ - промежуток времени

$$\Delta t_1, \Delta t_2, \dots \Delta t_N$$

$$\Delta s_1, \Delta s_2, \dots \Delta s_N$$

$$s = \Delta s_1 + \Delta s_2 + \dots + \Delta s_N = \sum_{i=1}^{N} \Delta s_i$$

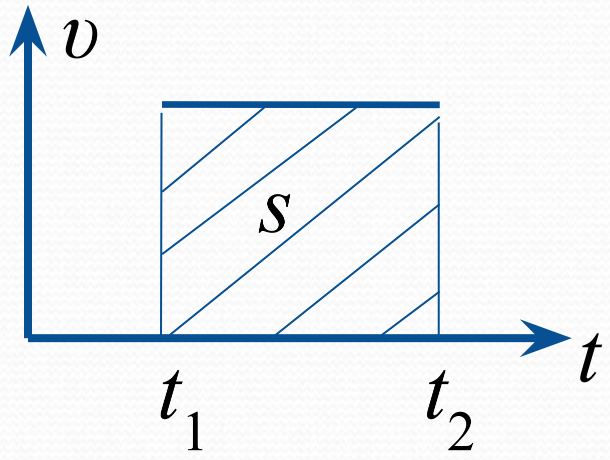
$$\Delta s_i \cong \upsilon_i \Delta t_i \qquad s \cong \sum_{i=1}^{N} \upsilon_i \Delta t_i$$

$$s = \lim_{\Delta t_i \to 0} \sum_{i=1}^{N} \upsilon_i \Delta t_i \qquad s = \int_{t_1}^{t_2} \upsilon(t)\,dt$$

Равномерное движение

Движение, при котором скорость, изменяясь как угодно по направлению, остается постоянной по величине, называется **<u>равномерным</u>**.

$$s = \upsilon t \quad \rightarrow \quad \upsilon = \frac{s}{t}$$

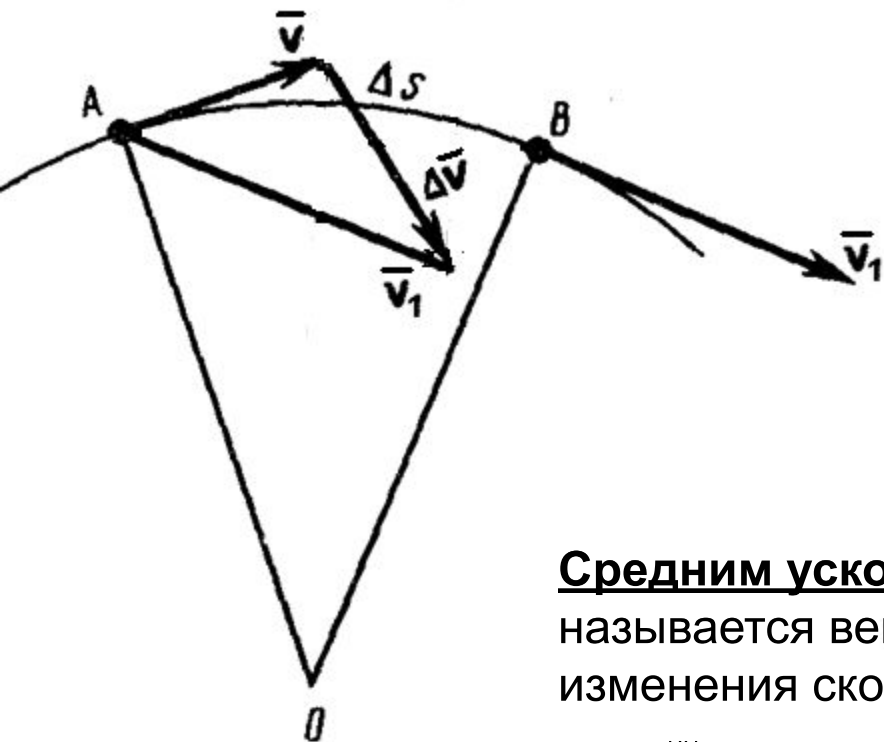


Проекция вектора скорости на координатные оси:

$$\upsilon_x = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta r_x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} \qquad \upsilon_y = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta r_y}{\Delta t} = \frac{dy}{dt}$$

$$\upsilon_z = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta r_z}{\Delta t} = \frac{dz}{dt}$$

3. Ускорение и его составляющие



<u>Ускорение</u> - векторная величина, характеризующая быстроту изменения скорости по модулю и направлению.

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{\upsilon}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\upsilon}}{dt}$$

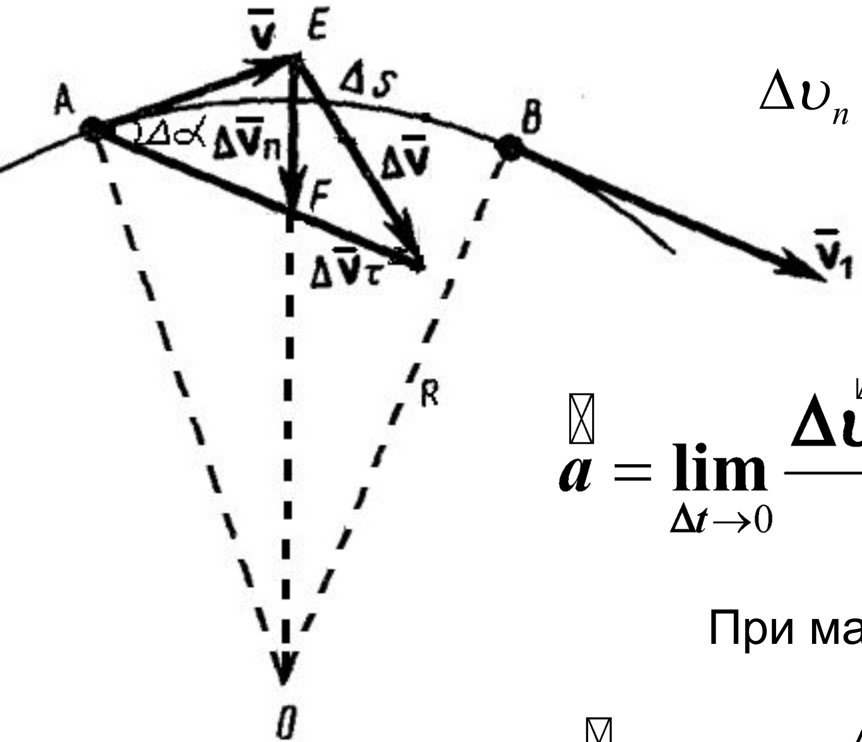
$$\vec{\upsilon}_1 = \vec{\upsilon} + \Delta\vec{\upsilon}$$

<u>Средним ускорением</u> неравномерного движения называется векторная величина, равная отношению изменения скорости $\Delta\vec{\upsilon}$ к интервалу времени Δt:

<u>Мгновенное ускорение</u> $\vec{a}$ материальной точки в момент времени *t*:

$$\boxed{\vec{a} = \frac{d\vec{\upsilon}}{dt}}$$

Таким образом, ускорение есть векторная величина, равная первой производной скорости по времени.



$$\upsilon \rightarrow t \qquad \upsilon_1 \rightarrow t+\Delta t$$

$\Delta\upsilon_\tau = \upsilon_1 - \upsilon$ - характеризует изменение скорости по модулю

$\Delta\upsilon_n$ - характеризует изменение скорости по направлению

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{\upsilon}}{\Delta t} \qquad \Delta\vec{\upsilon} = \Delta\vec{\upsilon}_\tau + \Delta\vec{\upsilon}_n$$

$$\vec{\boldsymbol{a}} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{\boldsymbol{\upsilon}}_\tau + \Delta\vec{\boldsymbol{\upsilon}}_n}{\Delta t} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{\boldsymbol{\upsilon}}_\tau}{\Delta t} + \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{\boldsymbol{\upsilon}}_n}{\Delta t}$$

При малом $\Delta\alpha \quad \rightarrow \quad \Delta\upsilon_n = \upsilon\Delta\alpha$

$$\vec{a}_n = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{\upsilon}_n}{\Delta t} = \lim_{\Delta t\to 0}\left(\frac{\vec{\upsilon}\Delta\alpha}{\Delta t}\right)$$

$$a_n = \lim_{\Delta t\to 0}\left(\frac{\upsilon\Delta\alpha}{\Delta s}\cdot\frac{\Delta s}{\Delta t}\right) = \upsilon\cdot\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta s}{\Delta t}\cdot\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\alpha}{\Delta s} = \frac{\upsilon^2}{R}$$

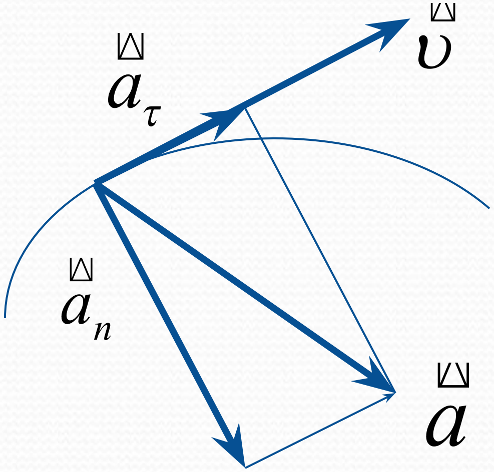
$$\boxed{a_n = \frac{\upsilon^2}{R}}$$

$$\vec{a}_\tau = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{\upsilon}_\tau}{\Delta t} \qquad \vec{a}_\tau = \frac{d\vec{\upsilon}}{dt} \qquad \vec{a}_n = \frac{\upsilon^2}{R}\vec{n}$$

$\vec{a}_\tau$ - называется касательным или **тангенциальным** ускорением

$\vec{a}_n$ - называется **нормальным** или центростремительным ускорением

Полное ускорение $\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_\tau$ $\qquad a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2}$



$1.\, a_\tau = 0, a_n = 0$ - прямолинейное равномерное движение

$2.\, a_\tau = a = const, a_n = 0$ - прямолинейное равнопеременное движение

$$\boldsymbol{a_\tau = a = \frac{\Delta \upsilon}{\Delta t}} \qquad \boxed{a = \frac{\upsilon - \upsilon_0}{t}} \qquad \boxed{\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_0 + \vec{a} \cdot t}$$

$$s = \int_0^t \upsilon dt = \int_0^t (\upsilon_0 + at)dt = \upsilon_0 t + \frac{at^2}{2} \qquad \boxed{s = \upsilon_0 t + \frac{at^2}{2}}$$

$$3.\ a_\tau = 0;\ a_n = const$$

- скорость по модулю не изменяется, а изменяется по направлению

$$a_n = \frac{\upsilon^2}{R} = const$$

R=const - равномерное движение по окружности

$$4.\ a_\tau = 0; a_n = f(t)$$

- равномерное криволинейное движение, *R* - меняется

$$5.\ a_\tau = f(t); a_n = 0$$

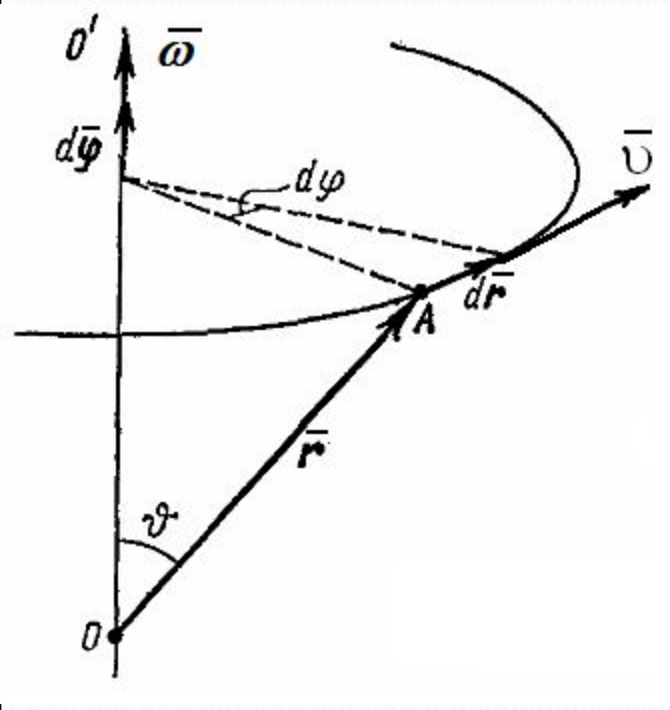
- прямолинейное движение с переменным ускорением

4. Кинематика вращательного движения. Угловая скорость и угловое ускорение

$$\vec{\omega} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{\varphi}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}$$

$$\boxed{\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}}$$

$$[\omega] = \frac{рад}{с}$$



Угловой скоростью называется векторная величина, равная первой производной угла поворота тела по времени

$d\vec{\varphi}, \vec{\omega}$ - Направление векторов связано с направлением движения по правилу правого винта

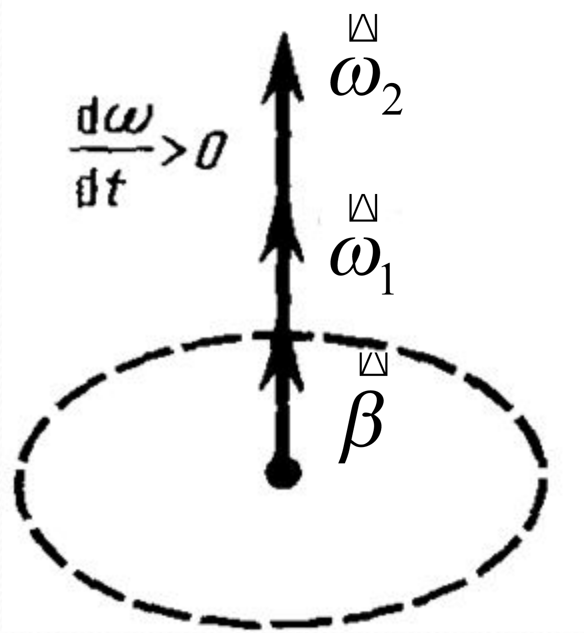
Если ω=const, то → $\boxed{T = \frac{2\pi}{\omega}}$

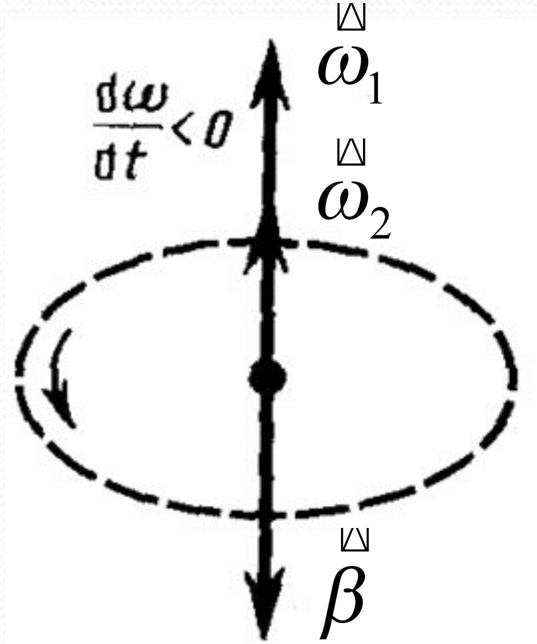
$$\boxed{T = \frac{2\pi R}{\upsilon}}$$

$$\nu = \frac{1}{T} \Rightarrow \omega = 2\pi\nu$$

Угловым ускорением называется векторная величина, равная первой производной угловой скорости по времени:

$$\vec{\beta} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{\omega}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$$

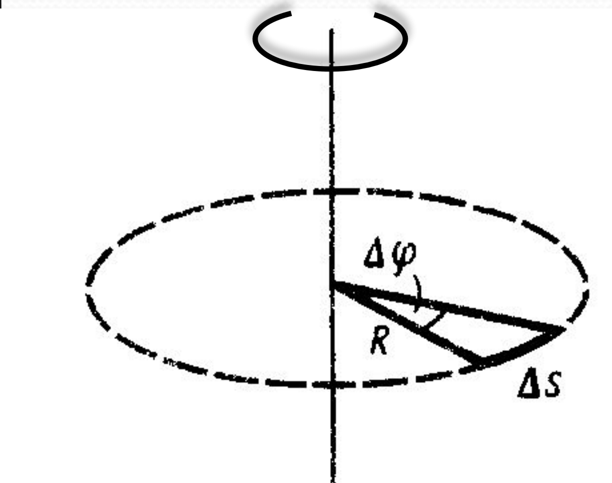




5. Связь между векторами линейных и угловых скоростей и ускорений

Линейная скорость точки

$$\upsilon = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{R\Delta\varphi}{\Delta t} = R \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = R\omega$$



$$\boxed{\upsilon = \omega R}$$

$$\vec{\upsilon} = [\vec{\omega}, \vec{r}]$$

Нормальное ускорение:

$$a_n = \frac{\upsilon^2}{R}$$

$$\boxed{a_n = \omega^2 R}$$

Тангенциальное ускорение:

$$\boldsymbol{a_\tau = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta(\omega R)}{\Delta t} = R \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = R\beta}$$

$$\boxed{a_\tau = \beta R}$$

Полное ускорение:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{\upsilon}}{dt} = [\vec{\beta}, \vec{r}] + [\vec{\omega}[\vec{\omega}, \vec{r}]]$$

Основные законы динамики

1. Законы Ньютона и их физическое содержание
2. Масса, вес, сила, импульс силы, количество движения
3. Закон сохранения количества движения. Движение тела переменной массы

1.Законы Ньютона и их физическое содержание

1-й закон Ньютона:

Всякое тело сохраняет состояние покоя или равномерного и прямолинейного движения, пока воздействие со стороны других тел не заставит его поменять это состояние.

2-й закон Ньютона:

Ускорение всякого тела прямо пропорционально действующей на него силе и обратно пропорционально массе тела:

$$\boxed{\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}}$$

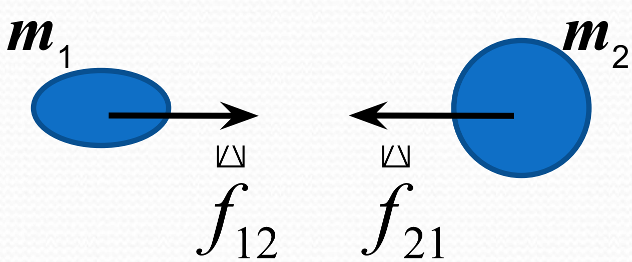
Если на тело действует несколько сил:

Дифференциальным уравнением движения материальной точки называется уравнение:

$$\vec{a} = \frac{\sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i}{m}$$

$$m\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \vec{F} = \sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i \qquad m\frac{d^2x}{dt^2} = F_x \qquad m\frac{d^2y}{dt^2} = F_y$$

3-й закон Ньютона:



Всякое действие тел друг на друга носит характер взаимодействия: силы, с которыми действуют друг на друга взаимодействующие тела, всегда раны по величине и противоположны по направлению.

$$\vec{f}_{12} = -\vec{f}_{21}$$

2. Масса, вес, сила, импульс силы, количество движения

1. **Масса**

Масса – мера инертности тела.

Гравитационная масса – мера гравитационного притяжения.

Свойства массы:

1. Масса – величина аддитивная.
2. Масса изолированной системы тел остается постоянной при всех происходящих в ней изменениях – закон сохранения массы.
3. В классической механике масса не зависит от скорости. В релятивистской механике с ростом скорости масса возрастает

$$m = m_0 \frac{1}{\sqrt{1 - \upsilon^2 / c^2}},$$

где m_0 – масса покоя

Выполняется закон взаимосвязи массы и энергии $E = mc^2$

в СИ $[m] = кг$

2. Сила и вес

Если наблюдаем ускоренное движение тела, то всегда можно указать другое тело, действие которого это ускорение вызвало. При взаимодействии тел возникает ускорение. Количественная мера этого взаимодействия называется **силой**.

Взаимодействие тел осуществляется двумя способами:

1. через поля, 2. при непосредственном контакте.

Различают:

1. Гравитационные взаимодействия;
2. Электромагнитные взаимодействия;
3. Ядерные или сильные взаимодействия;
4. Слабые взаимодействия.

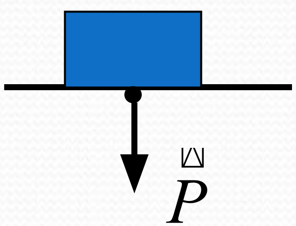
Вес тела $\vec{P}$ - сила, с которой тело действует на опору или подвес.

Вес тела зависит от ускорения тела:

1

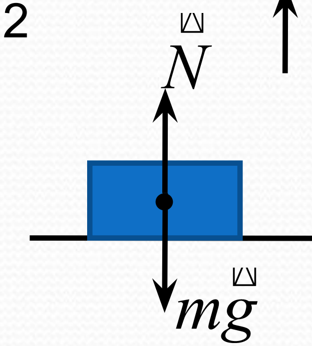
$\vec{a} = 0$

$\vec{P} = m\vec{g}$



2

$\uparrow \vec{a}$



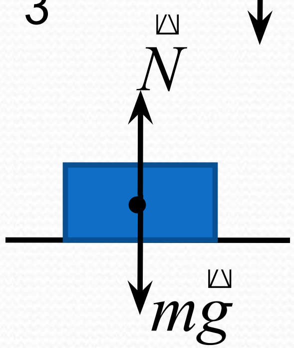
$ma = N - mg$

$|\vec{P}| = |\vec{N}|$

$P = m(g + a)$

3

$\downarrow \vec{a}$



$ma = mg - N$

$P = m(g - a)$

3. Импульс силы и количество движения

Векторная величина $\vec{p}_i$, равная произведению массы m_i материальной точки на ее скорость $\vec{\upsilon}_i$, **называется импульсом** или количеством движения этой материальной точки. $\vec{p}_i = m_i\vec{\upsilon}_i$

Импульсом системы материальных точек называется вектор $\vec{p}$, равный геометрической сумме импульсов всех материальных точек системы:

$$\vec{p} = \sum_{i=1}^{N} \vec{p}_i$$

а) Пусть действует $\vec{f} = const$

$$\vec{f} = m\vec{a} \qquad \vec{a} = \frac{\Delta\vec{\upsilon}}{\Delta t} \qquad \vec{f} = m\frac{\Delta\vec{\upsilon}}{\Delta t} \Rightarrow \vec{f} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}$$

Сила – векторная физическая величина, равная отношению изменения импульса тела ко времени, в течении которого это изменение произошло.

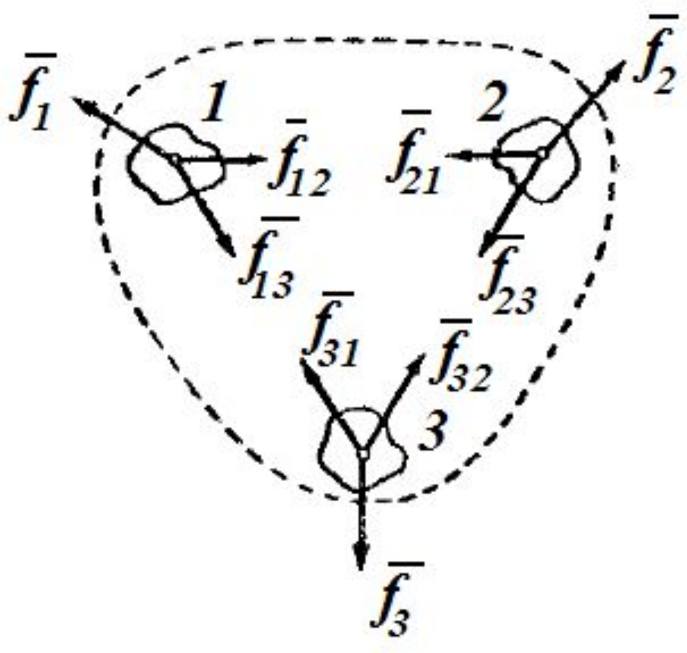
б) при неравномерном движении

$$\boxed{\vec{f} = \frac{d\vec{p}}{dt}}$$

$\vec{f}dt$ - импульс силы

3. Закон сохранения количества движения.

Рассмотрим систему, состоящую из 3-х материальных точек.



По 3-ему закону Ньютона:

$$\vec f_{12} = -\vec f_{21}; \quad \vec f_{13} = -\vec f_{31}; \quad \vec f_{32} = -\vec f_{23}$$

$$\frac{d\vec p_1}{dt} = \vec f_{12} + \vec f_{13} + \vec f_1$$

$$\frac{d\vec p_2}{dt} = \vec f_{21} + \vec f_{23} + \vec f_2$$

$$\frac{d\vec p_3}{dt} = \vec f_{31} + \vec f_{32} + \vec f_3$$

$$\frac{d(\vec p_1 + \vec p_2 + \vec p_3)}{dt} = \vec f_1 + \vec f_2 + \vec f_3$$

$$\vec f_1 + \vec f_2 + \vec f_3 = \vec F_{внешн}$$

$$\boxed{\frac{d\vec p}{dt} = \vec F_{внешн.}}$$

Система замкнута: $\vec F_{внешн.} = 0 \quad \dfrac{d\vec p}{dt} = 0 \Rightarrow \vec p = const$

<u>Закон сохранения импульса</u>: Импульс замкнутой системы материальных точек остается постоянным при любых взаимодействиях этих точек между собой.

$$\sum_{i=1}^{N} \vec p_i = const$$

Движение тела переменной массы

время	масса ракеты	скорость ракеты отн. Земли	импульс ракеты
t	$m+dm$	$\vec{\upsilon}$	$\vec{p}_1 = (m+dm)\vec{\upsilon}$
$t+dt$	m	$\vec{\upsilon}+d\vec{\upsilon}$	$\vec{p}_1{}' = m(\vec{\upsilon}+d\vec{\upsilon})$

$\vec{u}$ - скорость вытекающего газа относительно ракеты

$\vec{u}+\vec{\upsilon}$ - скорость газов относительно Земли

$\vec{p}_2 - \vec{p}_1 = \vec{F}dt,\quad \vec{p}_2$ - импульс системы после взаимодействия

$$\vec{p}_2 = m(\vec{\upsilon}+d\vec{\upsilon}) + (\vec{u}+\vec{\upsilon})dm \qquad m(\vec{\upsilon}+d\vec{\upsilon}) + (\vec{u}+\vec{\upsilon})dm - (m+dm)\vec{\upsilon} = \vec{F}dt$$

$$\cancel{m\vec{\upsilon}} + md\vec{\upsilon} + \vec{u}dm + \cancel{\vec{\upsilon}dm} - \cancel{m\vec{\upsilon}} - \cancel{\vec{\upsilon}dm} = \vec{F}dt \qquad md\vec{\upsilon} + \vec{u}dm = \vec{F}dt$$

$$\boxed{m\frac{d\vec{\upsilon}}{dt} = \vec{F} - \vec{u}\frac{dm}{dt}}$$

Основное уравнение динамики тела переменной массы или <u>уравнение Мещерского</u>

$\dfrac{dm}{dt}$ - расход топлива

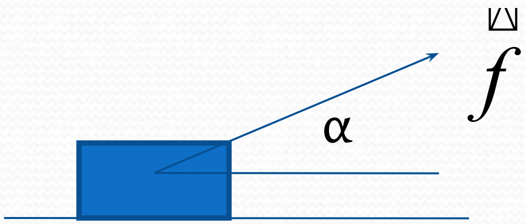
Работа, Мощность, Энергия

1. Работа. Мощность.
2. Потенциальное поле. Консервативные и неконсервативные силы.
3. Энергия. Закон сохранения энергии.
4. Упругий и неупругий удары шаров.

1. Работа. Мощность

<u>Работой</u> называется скалярная величина, равная произведению проекции силы па направление перемещения f_s и пути s, проходимого точкой приложения силы:

$$A = f_s \cdot s$$



$$f_s = f \cdot \cos\alpha$$

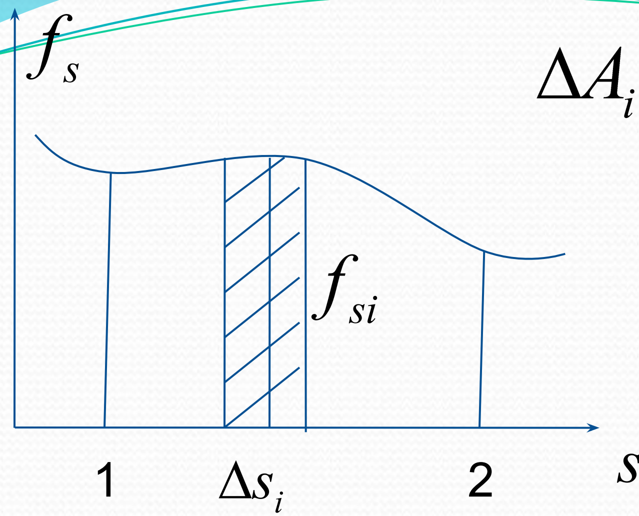
$$\boxed{A = fs\cos\alpha}$$

Работа – алгебраическая величина.

а) Если $\cos\alpha > 0$ (сила и направление перемещения образуют острый угол), то *A* > 0 (работа положительна)

б) Если $\cos\alpha < 0$ (α − тупой угол), то *A* < 0 (работа отрицательна)

в) $\alpha = \pi/2,$ то *A* = 0 (работа равна 0)



$$\Delta A_i \cong f_{si}\Delta s_i \qquad A = \sum_i \Delta A_i$$

$$A = \lim_{\Delta s_i \to 0} \sum_i f_{si}\Delta s_i = \int_s f_s ds$$

$$A = \int f_S ds \qquad [1Дж] = 1Н \cdot м$$

Пусть на тело действуют одновременно несколько сил, результирующая которых равна $\vec{f} = \sum_k \vec{f}_k$ $\qquad A = \sum_k \Delta A_K$

$$\Delta\vec{s} = \vec{\upsilon}\Delta t \qquad A = \lim_{\Delta t_i \to 0} \sum_i \vec{f}_i \vec{\upsilon}_i \Delta t_i = \int_{t_1}^{t_2} f\upsilon dt \qquad N = \frac{\Delta A}{\Delta t}$$

__**Мощность**__ определяет быстроту совершения работы .

$$N = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{dA}{dt} \qquad [1Вт] = \frac{1Дж}{1с}$$

2. Потенциальное поле. Консервативные и неконсервативные силы.

Поле сил – это пространство, в каждой точке которого на помещённую в него частицу действует сила, закономерно меняющаяся от точки к точке.

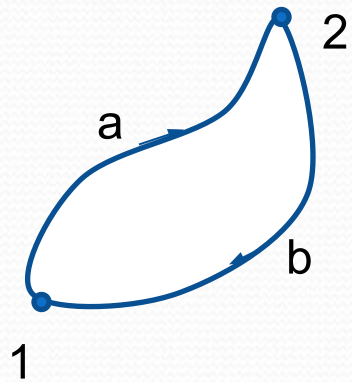
Стационарное поле – пространство, в каждой точке которого сила не зависит от времени.

Стационарное поле, в котором работа сил поля зависит только от положения начальных и конечных точек и не зависит от формы пути называется потенциальным.

Силы, действующие в потенциальном поле, называются <u>консервативными</u>.

Силы, работа которых зависит от пути, по которому тело переходит из одного положения в другое, называются <u>неконсервативными</u>.

<u>Свойства **потенциальных** полей</u>



1. Если поле потенциально, то работа по произвольному замкнутому пути равна нулю.

$$\oint f_s ds = 0 \qquad A_{1a2} = A_{1b2} = -A_{2b1}$$

$$A_{1a2} + A_{2b1} = 0$$

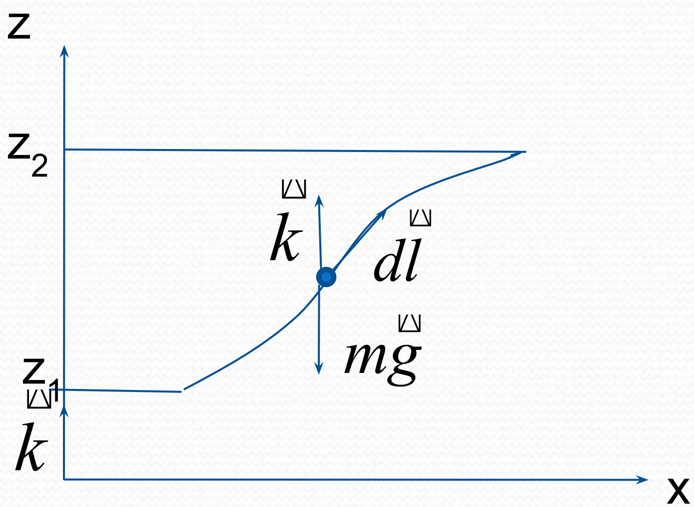
2. Если в поле работа по произвольному замкнутому контуру равна нулю, то поле является потенциальным.

Примеры вычисления работы

1. Работа сил трения. $\Delta A = \vec{f}\cdot\vec{\upsilon}\Delta t = -f\cdot\upsilon\Delta t$

Силы трения принадлежат к числу неконсервативных сил.

2. Работа постоянной силы тяжести.



$$\vec{F} = -mg\vec{k} \qquad \delta A = -mg\vec{k}d\vec{l}$$

$$\vec{k}d\vec{l} = dz \qquad \delta A = -mgdz$$

$$A = \int \delta A = -mg\int_{z_1}^{z_2} dz$$

$$A = mgz_1 - mgz_2$$

Поле сил тяжести потенциально.

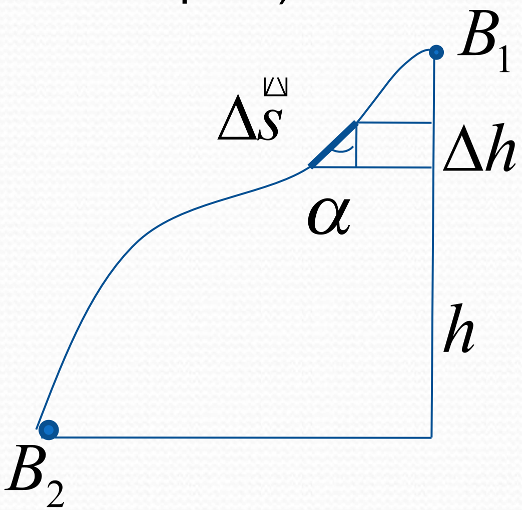
3. Энергия. Закон сохранения энергии

<u>Энергия</u> – общая мера различных процессов и видов взаимодействия.

Энергия тела может быть обусловлена :

1) движением тела с некоторой скоростью (кинетическая энергия);

2) нахождением тела в потенциальном поле сил (потенциальная энергия).



Потенциальная энергия

Рассмотрим работу, совершаемую при движении материальной точки в однородном поле силы тяжести.

$$\Delta A = mg\Delta s\cos\alpha$$

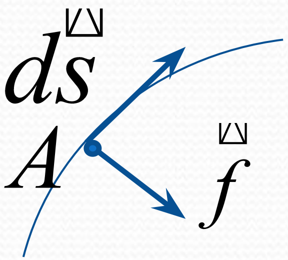
$$A = \sum_i \Delta A_i = mg\sum_i \Delta h_i$$ - полная работа

$$A = mgh$$ → Работа зависит только от разности высот между точками B_1 и B_2

$$E_{p1} - E_{p2} = A_{12}$$ E_p - потенциальная энергия

Кинетическая энергия

Материальная точка A массы m движется под действием силы $\vec{f}$



$$\delta A = \vec{f}d\vec{s} = \vec{f}\vec{\upsilon}dt \qquad \vec{f} = m\frac{d\vec{\upsilon}}{dt}$$

$$\delta A = m\frac{d\vec{\upsilon}}{dt}\vec{\upsilon}dt = m\vec{\upsilon}d\vec{\upsilon}$$

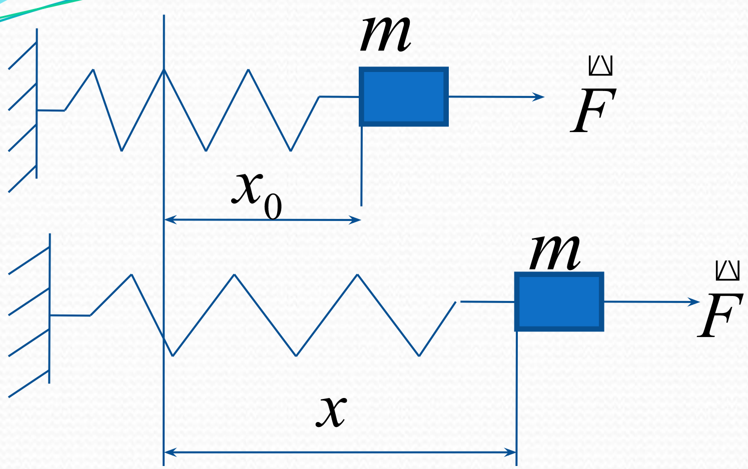
$$\delta A = d\left(\frac{m\upsilon^2}{2}\right)$$

Часть механической энергии зависящая от скорости называется **кинетической энергией**.

$$A = \int dA = \int_{\upsilon_1}^{\upsilon_2} d\left(\frac{m\upsilon^2}{2}\right) = \frac{m\upsilon_2^2}{2} - \frac{m\upsilon_1^2}{2}$$

$$A = E_{к2} - E_{к1}$$

Полная механическая энергия тела



$$t_0 \to x_0 \to \vec{\upsilon}_0 \to \vec{f}_0 = -k\vec{x}_0$$

$$t \to x \to \vec{\upsilon} \to \vec{f} = -k\vec{x}$$

Второй закон Ньютона дает:

$$m\frac{d\vec{\upsilon}}{dt} = \vec{F} + \vec{f}$$

$$m\frac{d\upsilon}{dt} = F - kx \quad \longrightarrow \quad F = m\frac{d\upsilon}{dt} + kx \quad \Big| \times dx$$

$$Fdx = m\frac{d\upsilon dx}{dt} + kxdx \qquad Fdx = m\upsilon d\upsilon + kxdx$$

Проинтегрируем:

$$A = \int_{x_0}^{x} Fdx = \int_{\upsilon_0}^{\upsilon} m\upsilon d\upsilon + \int_{x_0}^{x} kxdx \qquad A = \frac{m}{2}(\upsilon^2 - \upsilon_0^2) + \frac{k}{2}(x^2 - x_0^2)$$

Полная механическая энергия пружины в момент времени *t*:

$$E = \frac{m\upsilon^2}{2} + \frac{kx^2}{2} \qquad E = E_p + E_k$$

Закон сохранения энергии

а) Рассмотрим изолированную систему материальных точек, в которой действуют только консервативные (потенциальные) силы.

Состояние системы в каждый момент времени определяется:

1. Конфигурацией системы;
2. Скоростью материальных точек.

$$A_{12} = E_{p1} - E_{p2} \qquad A_{12} = E_{k2} - E_{k1}$$

$$E_{p1} - E_{p2} = E_{k2} - E_{k1} \rightarrow E_{p1} + E_{k1} = E_{p2} + E_{k2} \qquad \boxed{E_1 = E_2}$$

$E_k + E_p = E$ - полная энергия системы

Полная механическая энергия замкнутой системы тел, в которой действуют только потенциальные силы, остается постоянной. – закон сохранения энергии.

$$\boxed{E = const}$$

б) В системе кроме потенциальных сил действуют неконсервативные (непотенциальные) силы (например, силы трения) и рассматриваемая система незамкнутая и действуют внешние силы.

Изменение кинетической энергии:

$$E_{k2} - E_{k1} = A_{внутр.потенц.} + A_{тр.} + A_{внешн.}$$

Изменение потенциальной энергии:

$$E_{p1} - E_{p2} = A_{внутр.потенц.}$$

$$E_{k2} - E_{k1} = E_{p1} - E_{p2} + A_{тр.} + A_{внешн.}$$

$$E_{k2} + E_{p2} - E_{k1} - E_{p1} = A_{тр.} + A_{внешн.}$$

$$E_2 - E_1 = A_{тр.} + A_{внешн.}$$

Изменение полной механической энергии системы равно сумме работ внешних сил и сил трения (внутренних непотенциальных сил).

4. Упругий и неупругий удары шаров

Существуют два предельных вида удара:

1. Абсолютно упругий удар – это удар при котором механическая энергия тел не переходит в другие, немеханические, виды энергии.

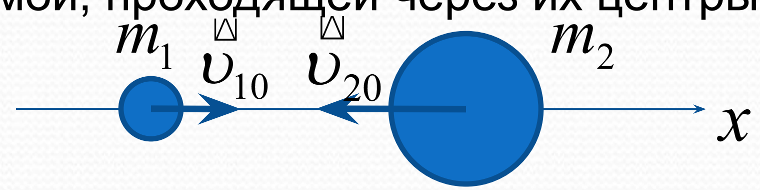
2. При абсолютно неупругом ударе кинетическая энергия тел полностью или частично превращается во внутреннюю.

При абсолютно упругом ударе выполняются закон сохранения импульса и закон сохранения энергии.

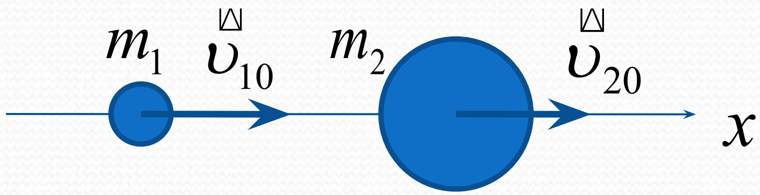
При абсолютно неупругом ударе выполнятся лишь закон сохранения импульса, закон сохранения механической энергии не соблюдается.

Удар называется центральным, если шары до удара движутся вдоль прямой, проходящей через их центры.

а)



б)



Рассмотрим абсолютно неупругий удар:

Пусть m_1 и m_2 - массы шаров

$\vec{\upsilon}_{10}$ и $\vec{\upsilon}_{20}$ - скорости шаров до удара

Закон сохранения количества движения:

$$m_1\vec{\upsilon}_{10} + m_2\vec{\upsilon}_{20} = m_1\vec{\upsilon} + m_2\vec{\upsilon} = (m_1 + m_2)\vec{\upsilon}$$

$\vec{\upsilon}$ - одинаковая для обоих шаров скорость после удара

$$\vec{\upsilon} = \frac{m_1\vec{\upsilon}_{10} + m_2\vec{\upsilon}_{20}}{m_1 + m_2} \qquad \upsilon = \left|\frac{m_1\upsilon_{10} \pm m_2\upsilon_{20}}{m_1 + m_2}\right|$$

Знак «-» соответствует случаю а)

Знак «+» соответствует случаю б)

Абсолютно упругий удар

m_1, m_2 - массы шаров; $\vec{\upsilon}_{10}, \vec{\upsilon}_{20}$ - скорости шаров до удара

$\vec{\upsilon}_1, \vec{\upsilon}_2$ - скорости шаров после удара

Уравнение закона сохранения импульса:

$$m_1\vec{\upsilon}_{10} + m_2\vec{\upsilon}_{20} = m_1\vec{\upsilon}_1 + m_2\vec{\upsilon}_2 \qquad (1)$$

Закон сохранения энергии:

$$\frac{m_1\vec{\upsilon}_{10}^{\,2}}{2} + \frac{m_2\vec{\upsilon}_{20}^{\,2}}{2} = \frac{m_1\vec{\upsilon}_1^{\,2}}{2} + \frac{m_2\vec{\upsilon}_2^{\,2}}{2} \qquad (2)$$

$$\begin{cases} \vec{\upsilon}_1 = \dfrac{2m_2\vec{\upsilon}_{20} + (m_1 - m_2)\vec{\upsilon}_{10}}{m_1 + m_2} \\ \vec{\upsilon}_2 = \dfrac{2m_1\vec{\upsilon}_{10} + (m_2 - m_1)\vec{\upsilon}_{20}}{m_1 + m_2} \end{cases}$$