

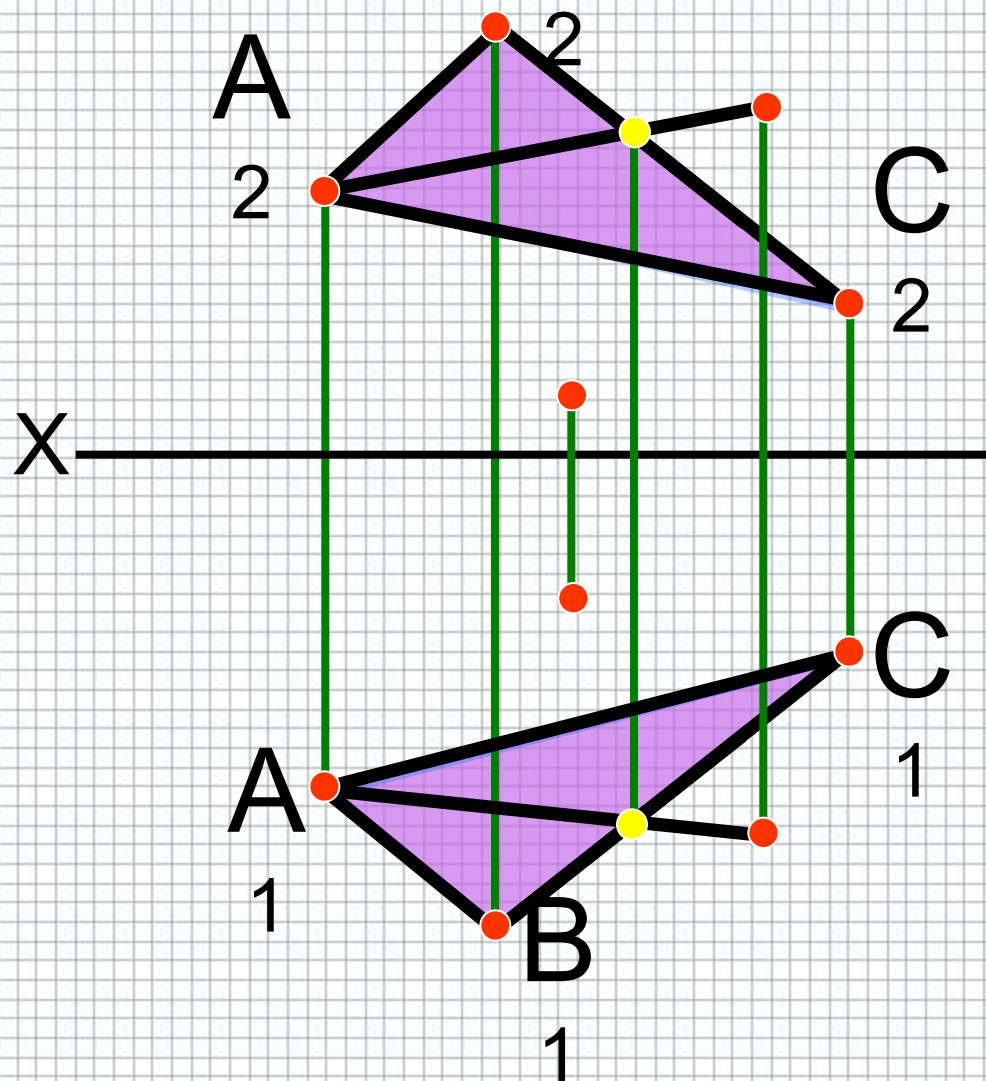
Плоскость

Лекция № 2

План лекции

- 1 Задание плоскости на чертеже
- 2 Точка и прямая в плоскости
- 3 Положение плоскости в пространстве
- 4 Главные линии плоскости
- 5 Преобразование чертежа плоскости

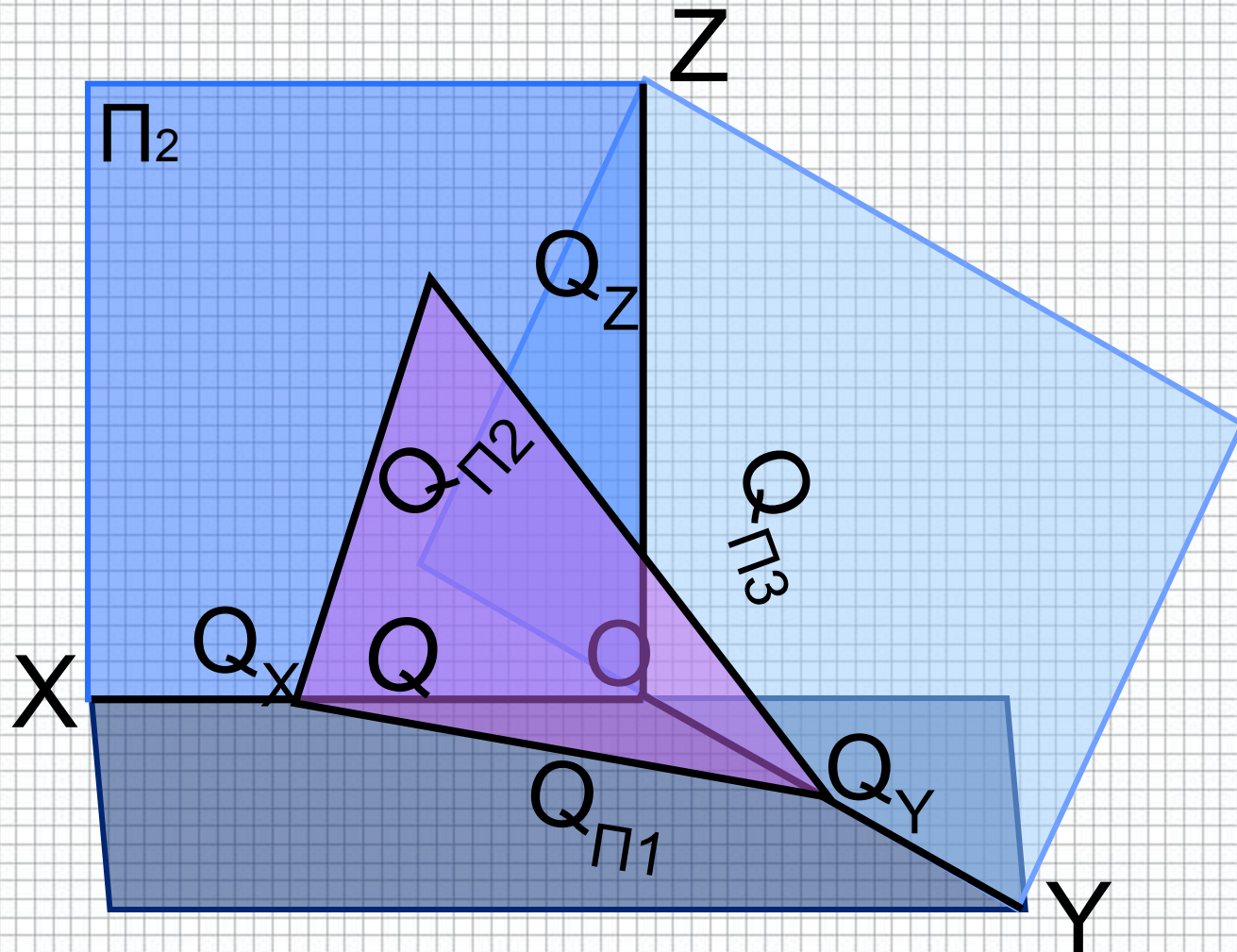
1. Задание плоскости на чертеже



- На чертеже плоскость может быть задана:
1. Тремя точками;
 2. Прямой и точкой вне ее;
 3. Пересекающимися прямыми;
 4. Параллельными прямыми;
 5. Плоской фигурой (в частности треугольником);
 6. Следом плоскости.

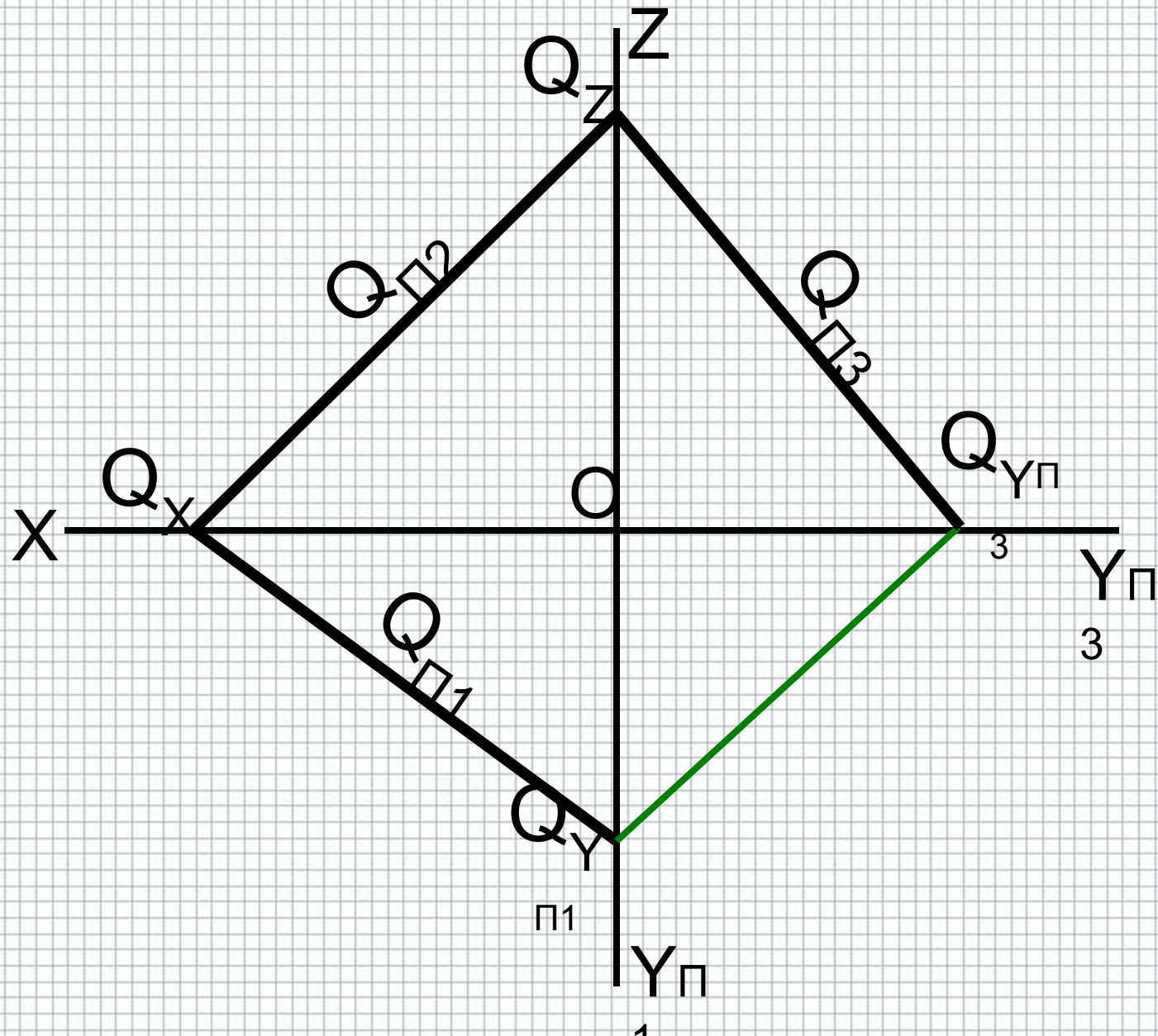
1. Задание плоскости на чертеже

Определение: **След плоскости** – линии пересечения плоскости с плоскостями проекций.



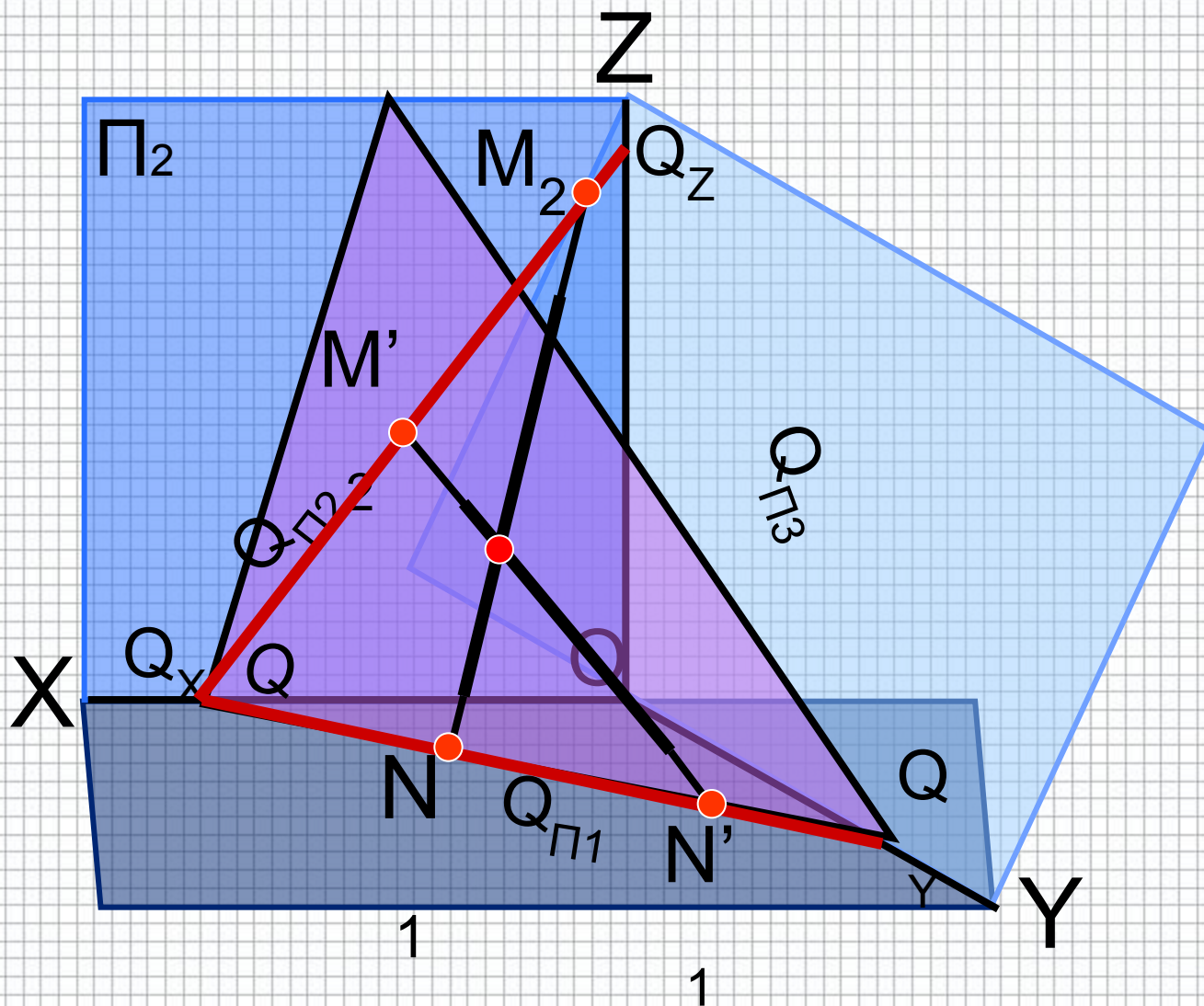
1. Задание плоскости на чертеже

Чертеж плоскости заданной следами



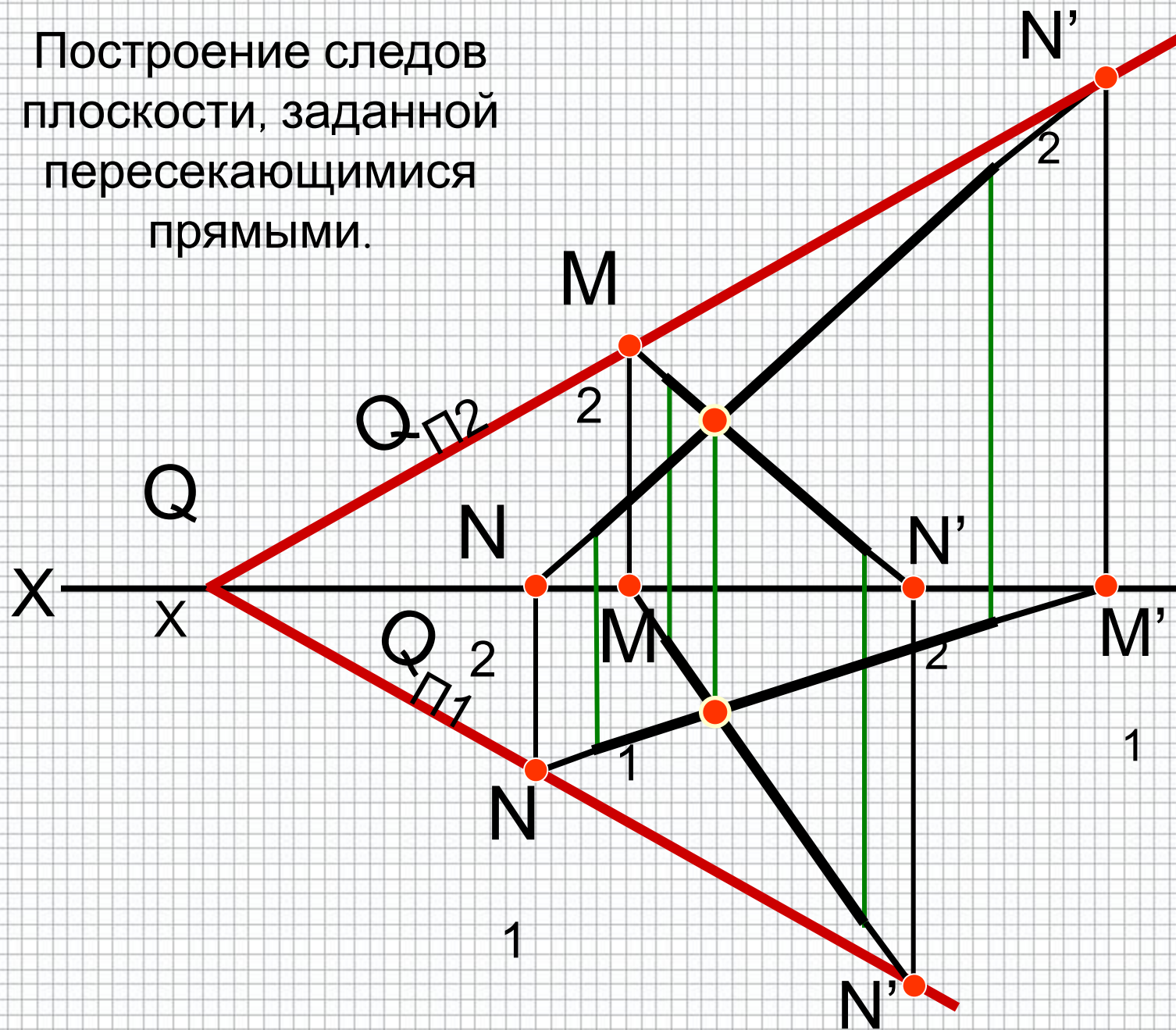
1. Задание плоскости на чертеже

Построение следов плоскости, заданной пересекающимися
прямыми.



1. Задание плоскости на чертеже

Построение следов плоскости, заданной пересекающимися прямыми.



2. Точка и прямая в

Точка принадлежит плоскости, если она принадлежит какой-либо прямой, лежащей в этой плоскости:
$$т. K \in (AB) \subset Q \Rightarrow т. K \in Q.$$

Прямая принадлежит плоскости, если:

1) она проходит через две точки, лежащие в данной плоскости:
$$т. A \in Q \wedge т. B \in Q \Rightarrow (AB) \subset Q$$

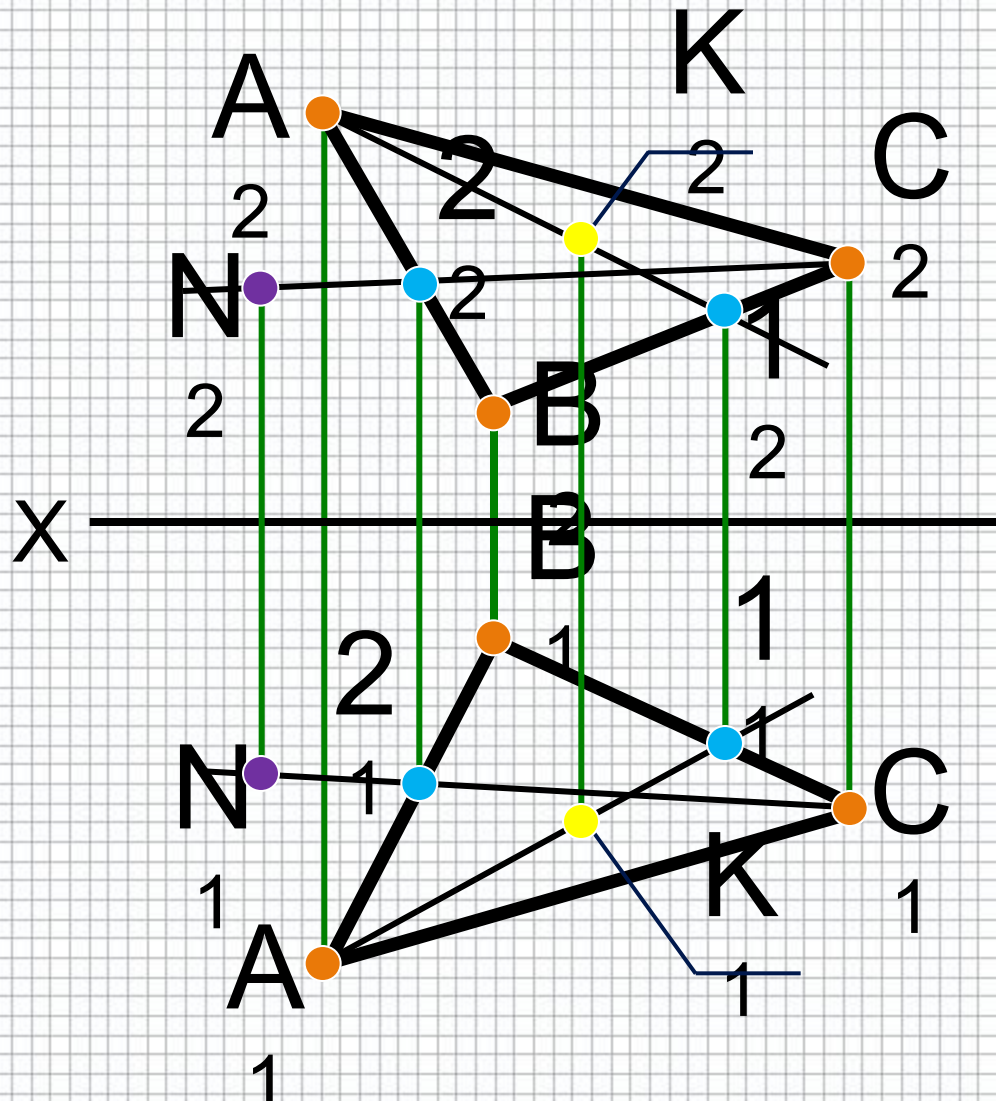
или

2) она проходит через точку, принадлежащую плоскости, параллельно какой-нибудь прямой, лежащей в этой плоскости:

$$т. A \in Q \wedge (AB // CD) (CD \subset Q) \Rightarrow (AB) \subset Q.$$

2. Точка и прямая в плоскости

Построение недостающих проекций точек, принадлежащих плоскости.



Дано: $\triangle ABC$, K_2 , N_1

Найти: K_1 , N_2

Решение:

1. (A1): $K_2 \in A_2 1_2$;

2. (C2): $N_1 \in C_1 2_1$;

3. Положение плоскости в пространстве

Плоскость, не параллельная и не перпендикулярная ни одной из плоскостей проекций, называется **плоскостью общего положения**.

Плоскости, параллельные или перпендикулярные плоскостям проекций, называются **плоскостями частного положения**.

3. Положение плоскости в пространстве

Плоскости частного положения

Проецирующие –
это плоскости
перпендикулярные
плоскости проекций

Уровня –
это плоскости
параллельные
плоскости проекций

Фронтально-проецирующие –
это плоскости
перпендикулярные
горизонтальной
плоскости проекций P_1

Профильно-проецирующие –
это плоскости
перпендикулярные
профильной
плоскости проекций P_3

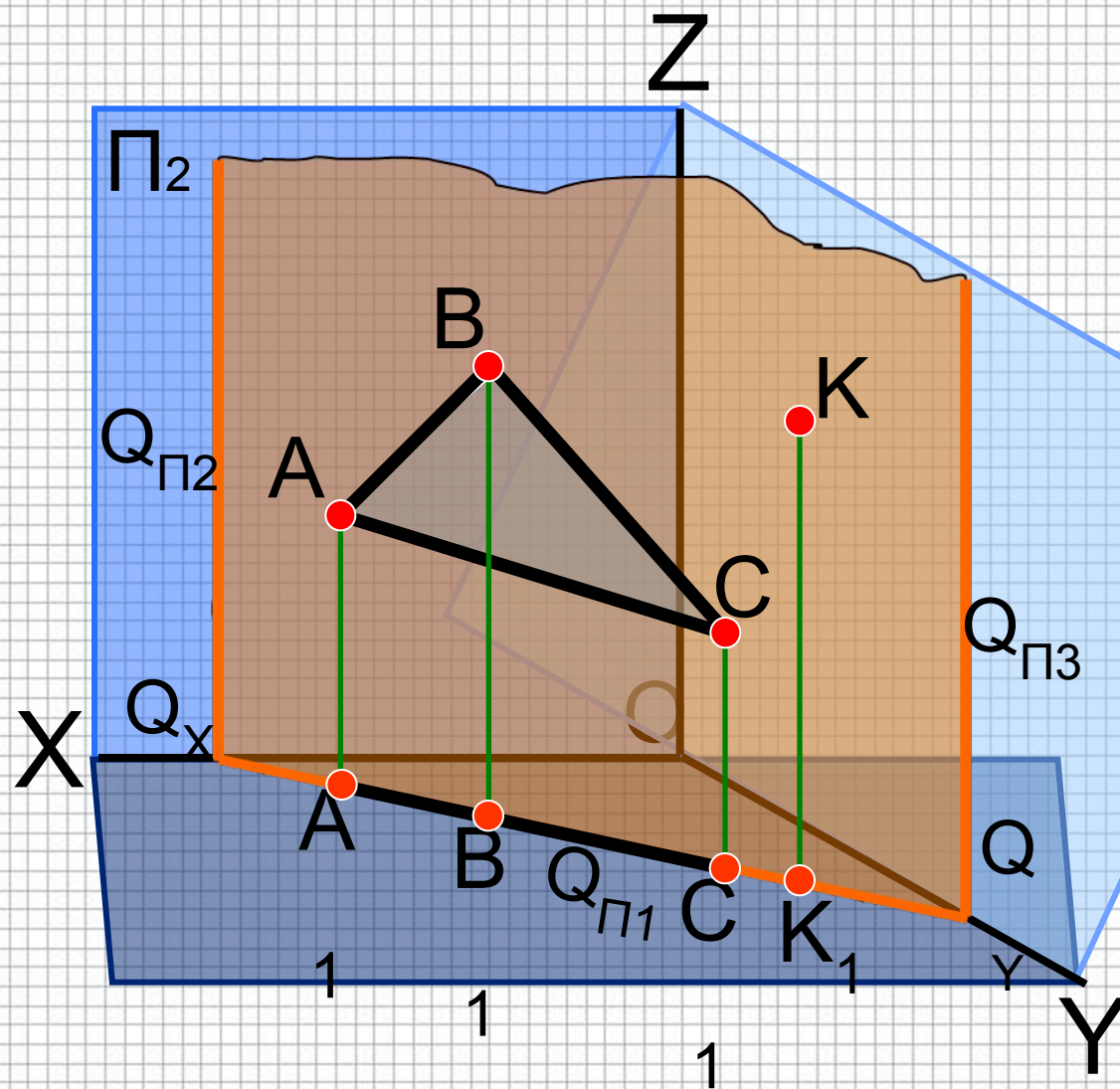
Фронтально-проецирующие –
это плоскости
перпендикулярные
фронтальной
плоскости проекций P_2

Горизонтальные –
это плоскости
параллельные
горизонтальной
плоскости проекций P_1

Профильные –
это плоскости
параллельные
профильной
плоскости проекций P_3

Фронтальные –
это плоскости
параллельные
фронтальной
плоскости проекций P_2

Проецирующие плоскости



1. Если фигура перпендикулярна плоскости проекций, то на эту плоскость она проецируется в прямую линию,
2. Углы наклона плоскости к двум другим плоскостям проекций проецируются на эту плоскость в натуральную

Горизонтально-проецирующая

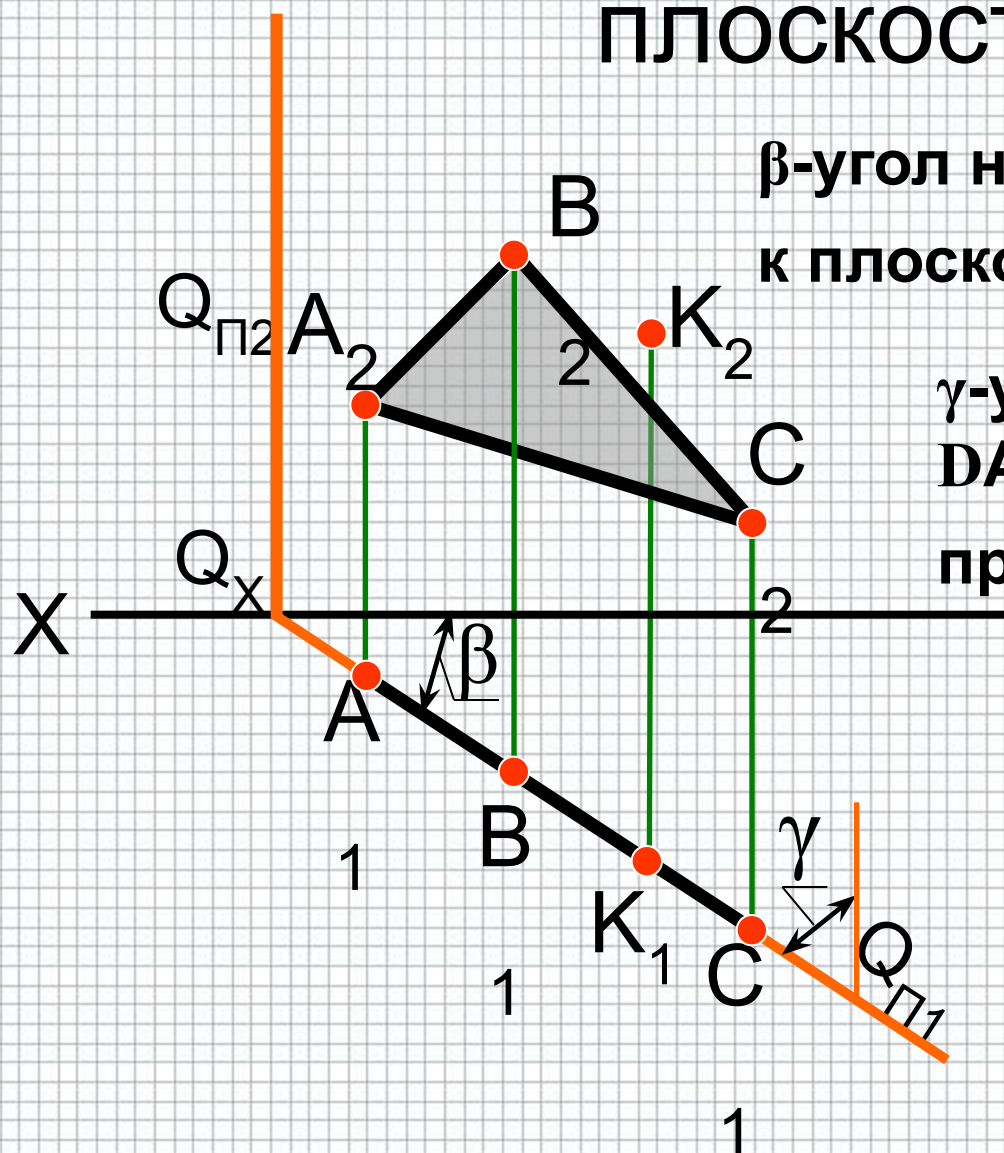
плоскость

$Q \perp$

β -угол наклона плоскости DABC к плоскости проекций Π_2 ;

γ -угол наклона плоскости DABC к плоскости проекций Π_3 .

т. $K \in$
 $\{DABC\}$.



Фронтально-проецирующая

плоскость

$P \perp$

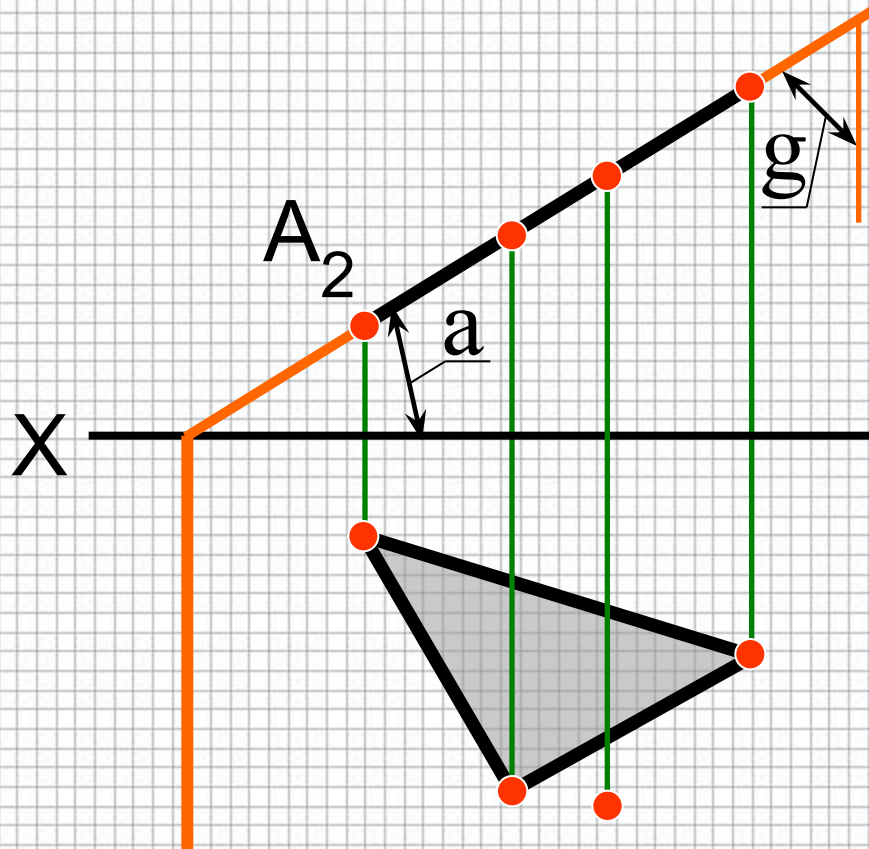
P_2

α -угол наклона плоскости $\triangle ABC$ к плоскости

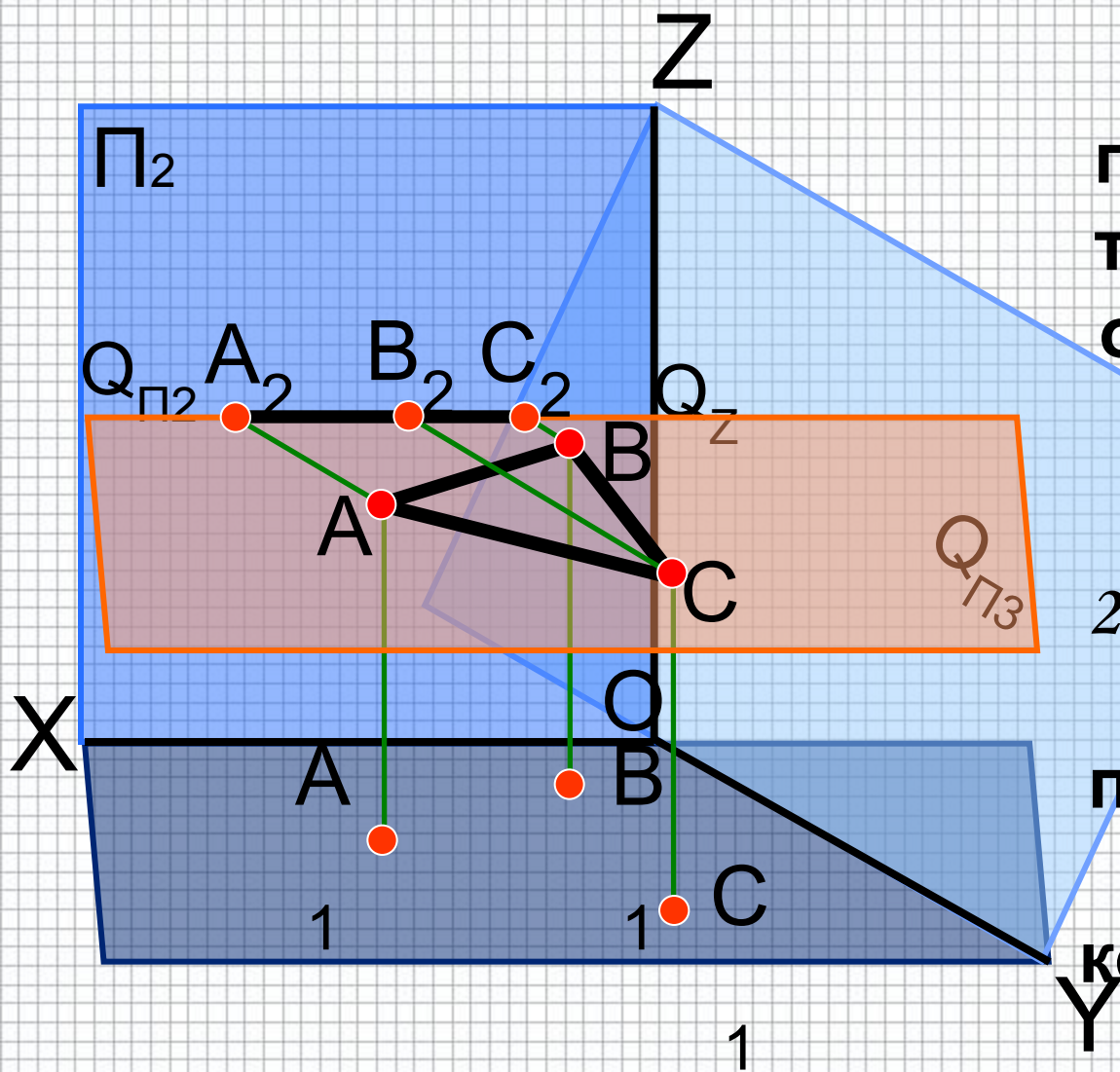
проекций P_1 ;
 g -угол наклона плоскости $\triangle ABC$ к плоскости

проекций P_3 .

т. $K \in \{\triangle ABC\}$.



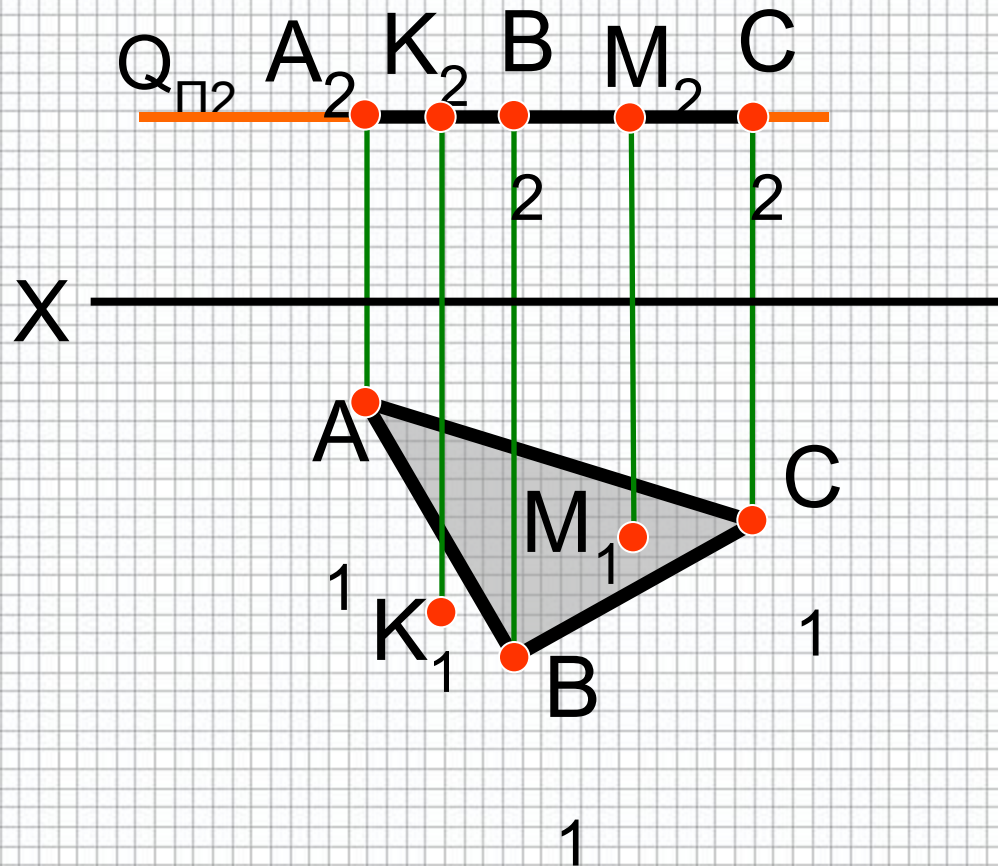
Плоскости уровня



1. Если плоскость параллельна плоскости проекций, то на эту плоскость она проецируется в натуральную величину;
2. Проекции фигуры на две другие плоскости проекций параллельны координатным осям.

Горизонтальная плоскость

$$Q // \Pi_1$$

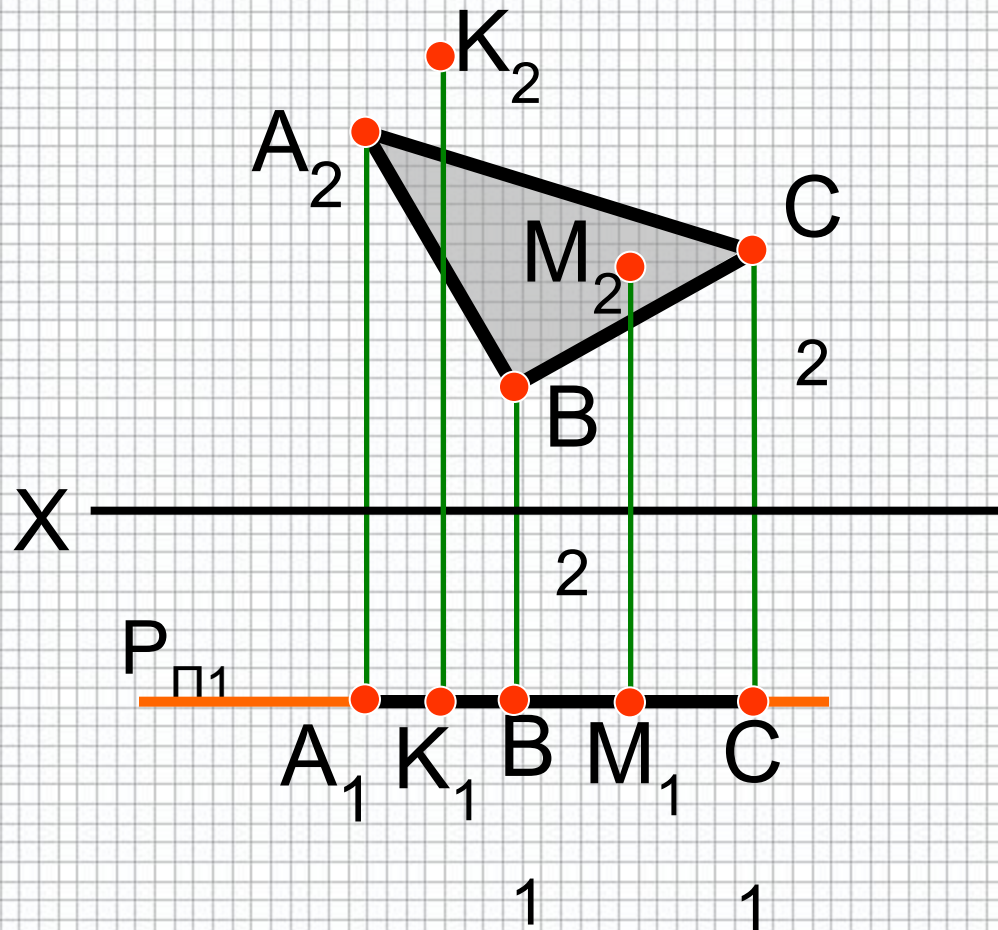


т. $K \in \{\Delta ABC\}$.

т. $M \in \{\Delta ABC\}$.

Фронтальная плоскость

$$P // \Pi_2$$



т. $K \in \{\Delta ABC\}$.

т. $M \in \{\Delta ABC\}$.

4. Главные линии плоскости

Линии уровня –
это линии плоскости
параллельные
плоскостям проекций

Горизонталь

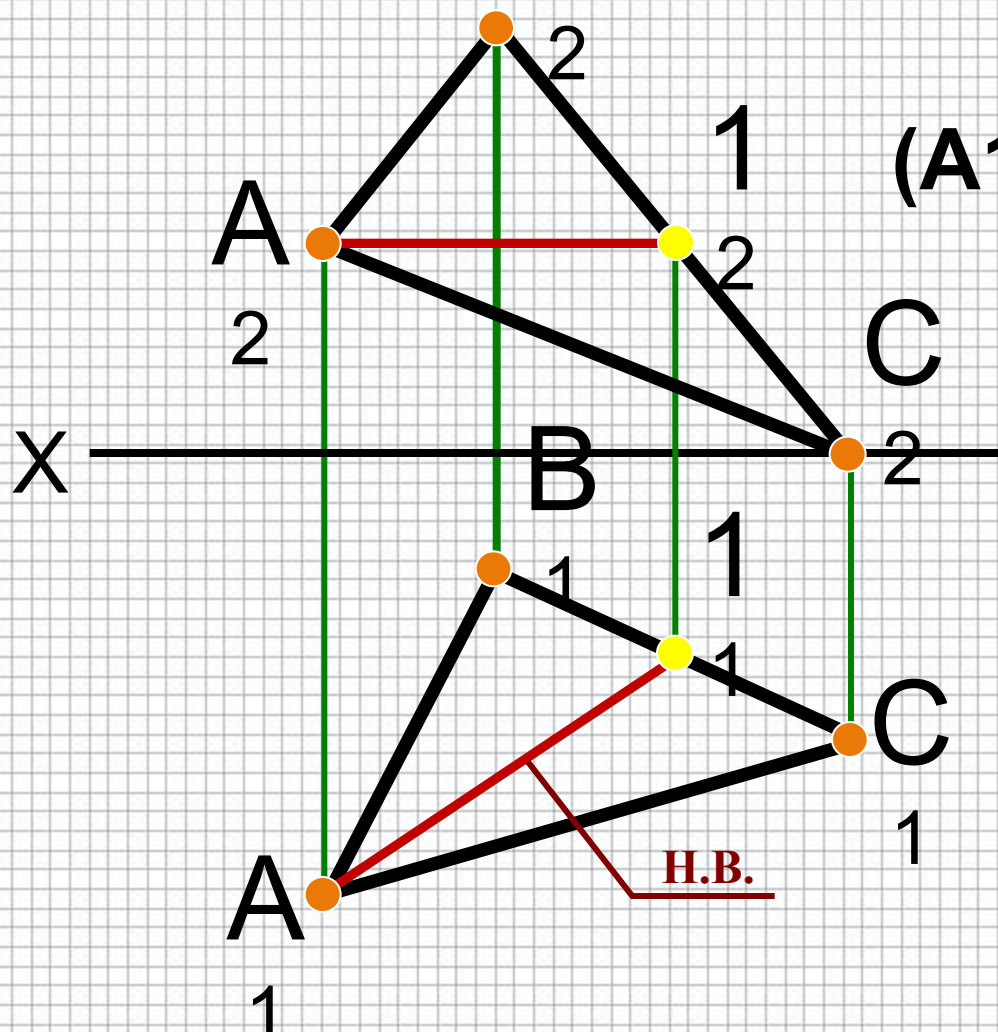
Профильная
прямая

Фронталь

**Линии наибольшего
наклона** –
это линии плоскости
определяющие угол
наклона плоскости к
плоскостям проекций

4. Главные линии плоскости

Горизонталь плоскости - прямая, лежащая в плоскости и параллельная горизонтальной плоскости проекций P_1 .



Построить:
 $(A1) \parallel P_1$ – горизонталь.

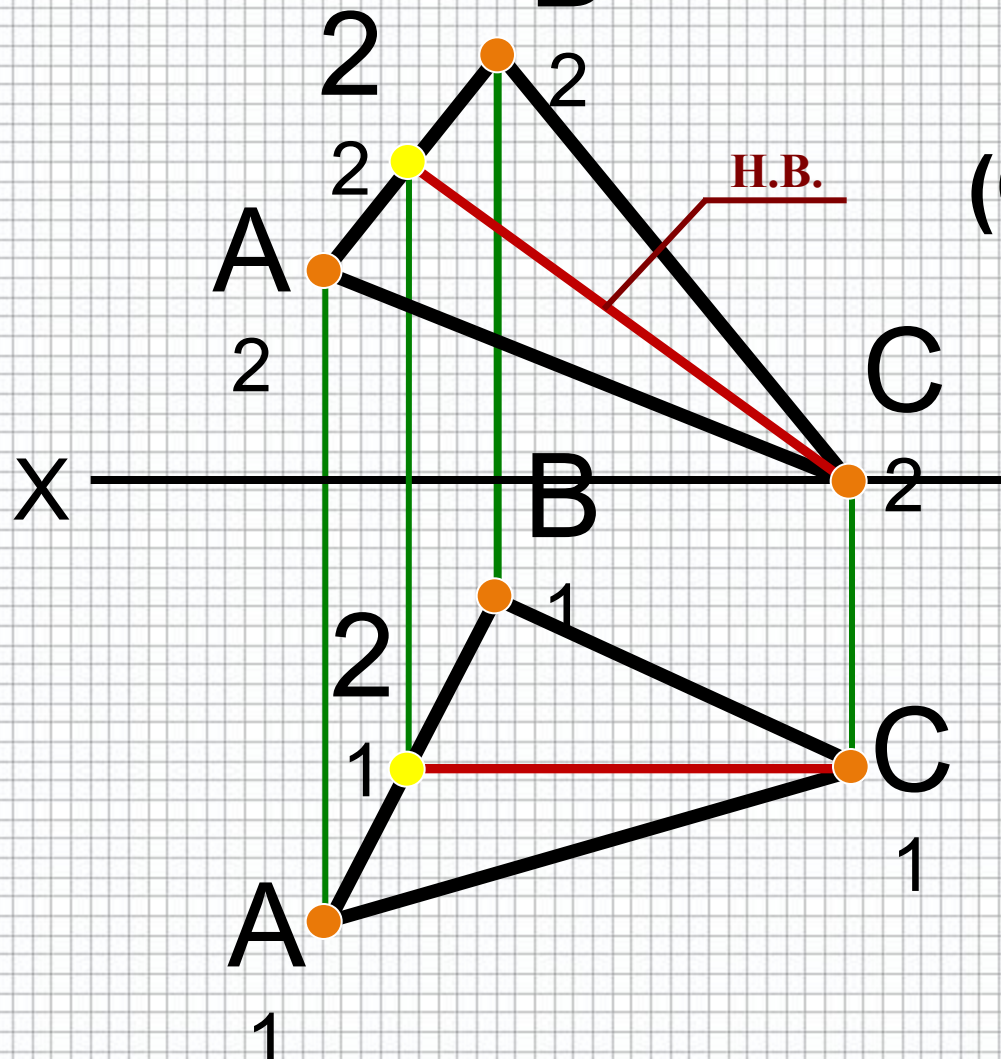
Решение:

1. $(A212) \parallel OX$;
2. $(A111): 11 \in B1C1$;

$(A111)$ – натуральная величина отрезка горизонтали $(A1)$.

4. Главные линии плоскости

Фронталь плоскости - прямая, лежащая в плоскости и параллельная фронтальной плоскости проекций Π_2 .

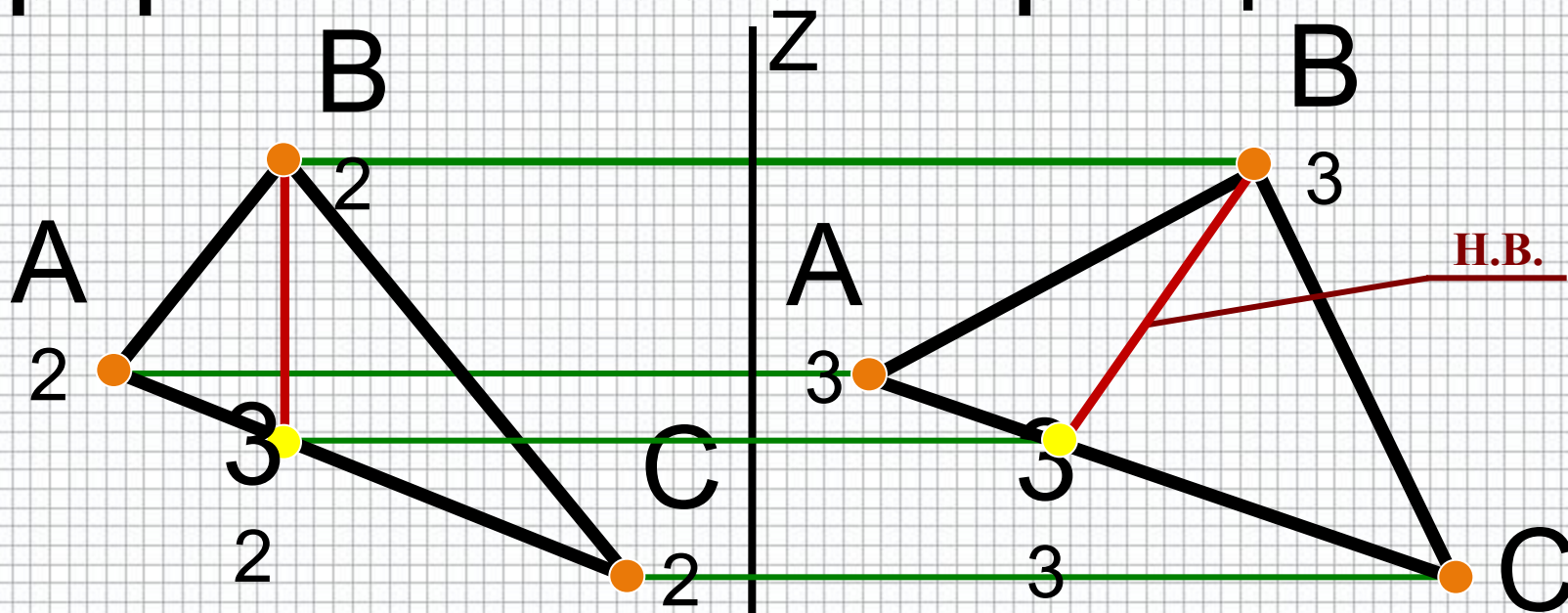


**Построить:
(C2) // Π_2 – фронталь.**

Решение:

1. (C₁B₁) // OX;
2. (C₂B₂): B₂ ∈ A₂B₂;
(C₂B₂) –
натуральная
величина отрезка
фронталей (C₂).

Профильная прямая плоскости - прямая, лежащая в плоскости и параллельная профильной плоскости проекций Π_3 .

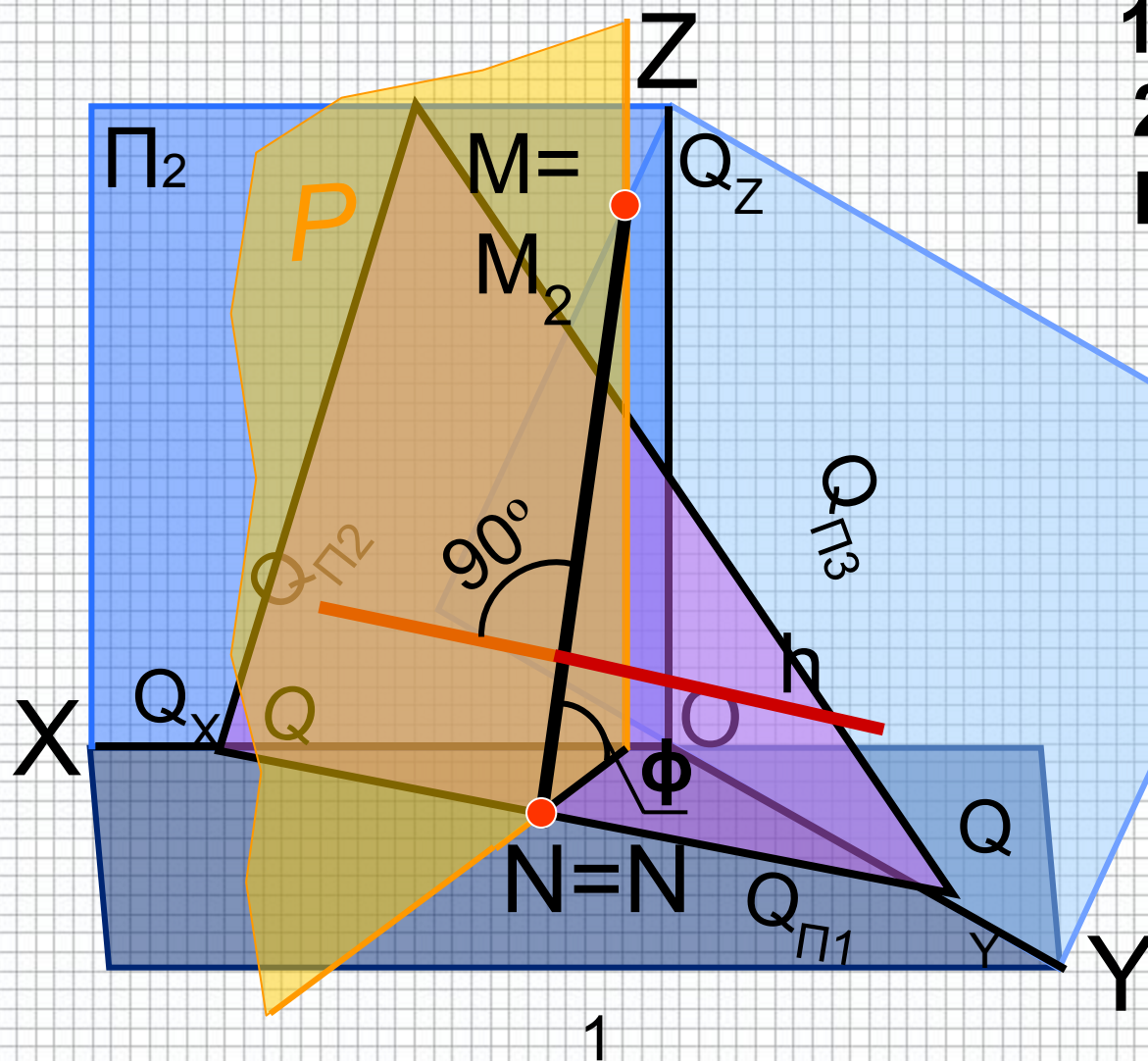


Построить:
(V3) // Π_3 –
профильную
прямую.

Решение:
 1. $(V_2 3_2) // OZ$;
 2. $(V_3 3_3): 3_3 \in$
 $A_3 C_3$;
(V3 33) – натуральная величина
отрезка профильной прямой (V3).

4. Главные линии плоскости

Линия ската – прямая линия наибольшего наклона плоскости к горизонтальной плоскости проекций Π_1 , лежащая в плоскости и перпендикулярная горизонтали этой плоскости.



1. $h: h \in Q; h \parallel \Pi_1$

2. $P: P \perp Q;$

$P \perp NM = P \cap Q$

$NM \perp h$, т.к.

$\phi = \angle h\phi$ - угол
наклона плоскости
 Q к плоскости
проекций Π_1

NM – линия
ската

5. Преобразование чертежа плоскости

***Плоскость общего положения
может быть преобразована в:***

**1. Проецирующую
плоскость**

2. Плоскость уровня

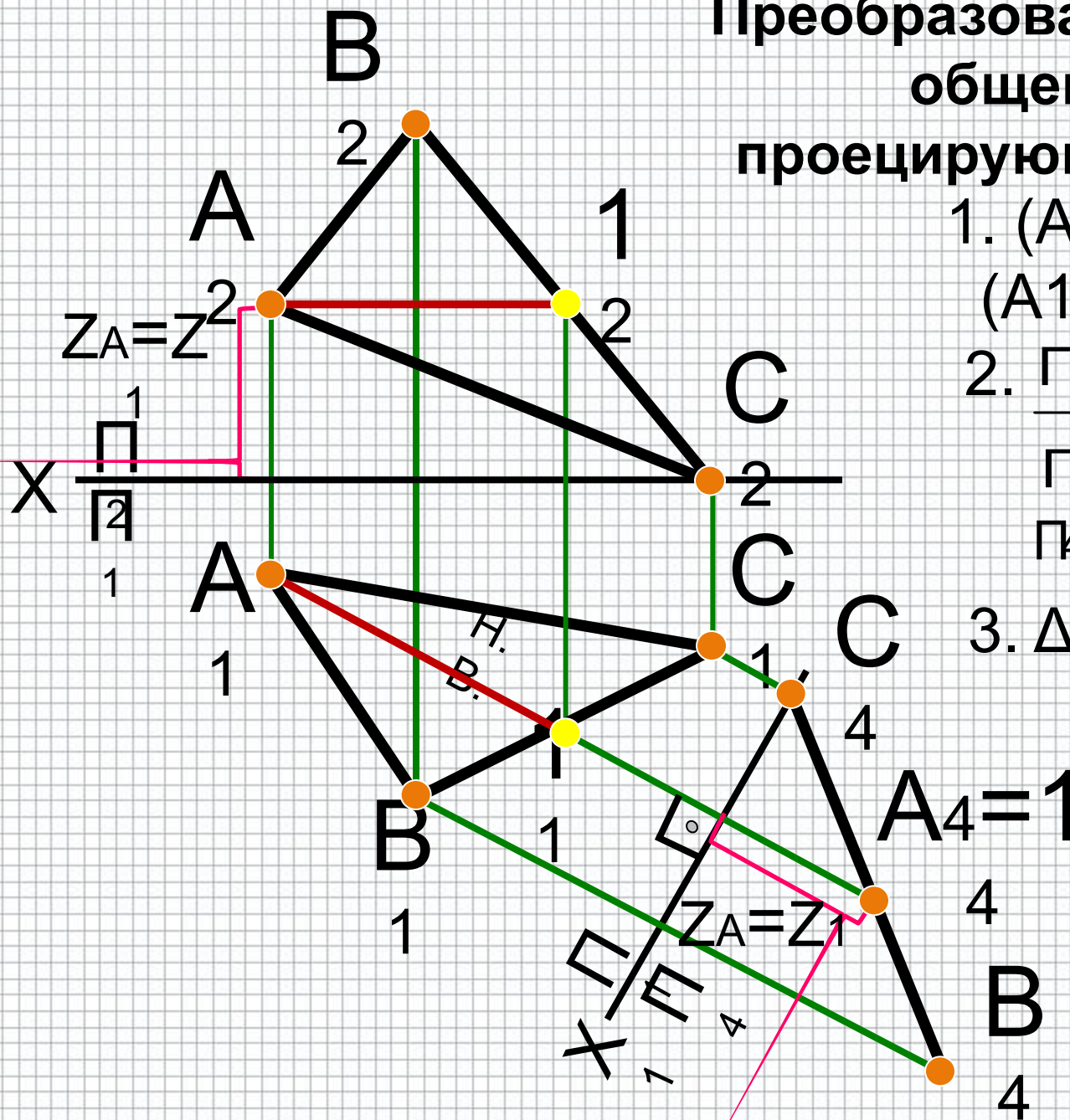
5. Преобразование чертежа плоскости

Преобразование плоскости общего положения в проецирующую плоскость

1. $(A1): (A1) \in \{\Delta ABC\};$
 $(A1)$ -горизонталь

2. $\frac{\Pi_2}{\Pi_1} \rightarrow \frac{\Pi_1}{\Pi_4} : \Pi_4 \perp \Pi_1,$
 $\Pi_4 \perp (A1), X_1 \perp (A1h)$

3. $\Delta A_4 B_4 C_4$



5. Преобразование чертежа плоскости

Преобразование проецирующей плоскости в плоскость уровня

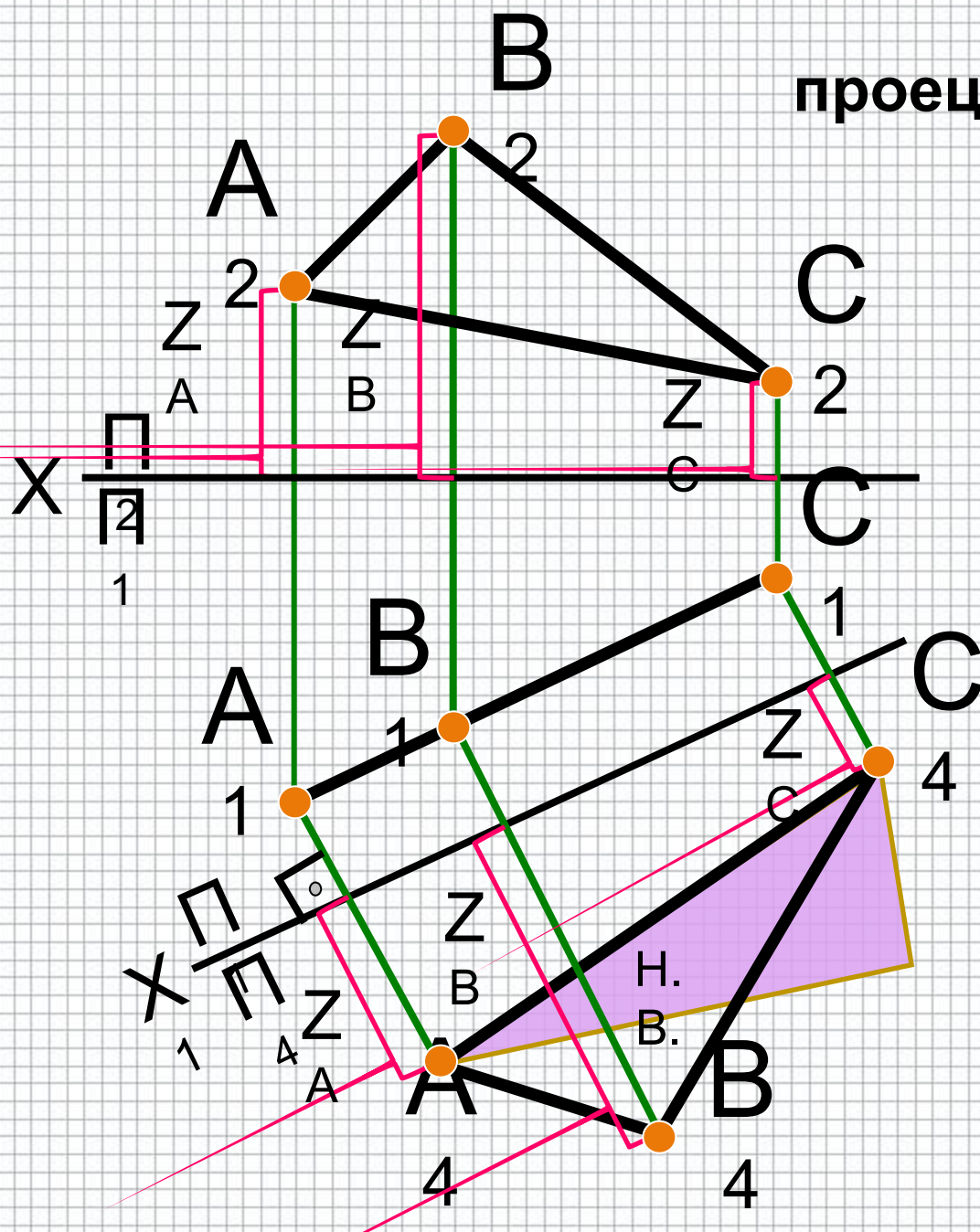
$$1. \frac{\Pi_2}{\Pi_1} \rightarrow \frac{\Pi_1}{\Pi_4} : \Pi_4 \perp \Pi_1,$$

$$\Pi_4 // \{\Delta A_1 B_1 C_1\},$$

$$X_1 // \{\Delta A_1 B_1 C_1\}$$

2.

$$|\Delta A_4 B_4 C_4| = |\Delta ABC|$$



5. Преобразование чертежа плоскости

Преобразование плоскости общего положения в плоскость

$$1. \frac{\Pi_2}{\Pi_1} \rightarrow \frac{\Pi_1}{\Pi_4} : \Pi_4 \perp h \quad \text{уровня}$$

$$2. \frac{\Pi_1}{\Pi_4} \rightarrow \frac{\Pi_4}{\Pi_5} : \Pi_5 // (A_4B_4C_4)$$

