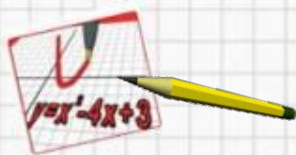


**МБОУ СОШ с. Восток**

# Справочник

**Алгебра**



# Степень с натуральным показателем

$$\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ множителей}} = a^n$$

$a^n$  – степень с натуральным показателем;

$a$  – основание степени;

$n$  – показатель степени.

$$a^1 = a$$



# Таблица степеней

$$2^1 = 2$$

$$2^2 = 4$$

$$2^3 = 8$$

$$2^4 = 16$$

$$2^5 = 32$$

$$2^6 = 64$$

$$2^7 = 128$$

$$2^8 = 256$$

$$2^9 = 512$$

$$2^{10} = 1024$$

$$3^1 = 3$$

$$3^2 = 9$$

$$3^3 = 27$$

$$3^4 = 81$$

$$3^5 = 243$$

$$3^6 = 729$$

$$5^1 = 5$$

$$5^2 = 25$$

$$5^3 = 125$$

$$5^4 = 625$$

$$7^1 = 7$$

$$7^2 = 49$$

$$7^3 = 343$$

$$1^n = 1 \quad \text{для любого } n$$

$$0^n = 0 \quad \text{для любого } n$$

$$(-1)^n = 1 \quad \text{для четных } n$$

$$(-1)^n = -1 \quad \text{для нечетных } n$$



# Свойства степеней

1.  $a^1 = a;$

2.  $a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ раз}};$

3.  $a^0 = 1$ , где  $a \neq 0;$

4.  $1^n = 1;$

5.  $0^n = 0;$

6.  $(-1)^{2n} = 1;$

7.  $(-1)^{2n-1} = -1;$

8.   $10^n = \underbrace{100 \dots 0}_{n \text{ раз}};$

9.  $a^m \cdot a^n = a^{m+n};$

10.  $a^m : a^n = a^{m-n},$   
где  $m \geq n;$

11.  $(a^n)^k = a^{nk};$

12.  $a^n b^n = (ab)^n;$

13.  $\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n,$   
где  $b \neq 0.$



# Формулы сокращённого умножения

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$


$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

# Свойства неравенств

$$1). a > b, a + c > b + c$$

$$2). a > b, c > 0, ac > bc$$

$$3). a > b, c < 0, ac < bc$$

$$4). a > b, c > d, a + c > b + d,$$


$$5). a > 0, b > 0, \frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$$

# Квадратные корни

$$a \geq 0, \text{ то } \sqrt{a} \geq 0;$$

$$(\sqrt{a})^2 = a; \sqrt{a^2} = |a|$$

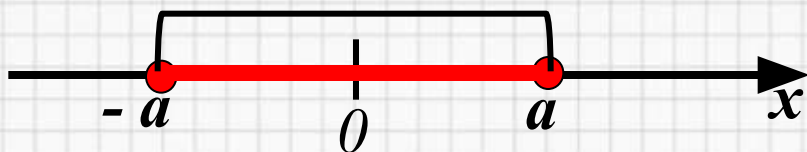
$$a \geq 0, b \geq 0, \text{ то } \sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b},$$

$$a \geq 0, b > 0, \text{ то } \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}};$$



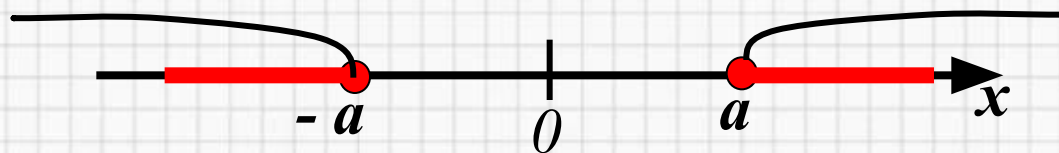
# Модуль числа

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{если } a \geq 0; \\ -a, & \text{если } a < 0 \end{cases}$$

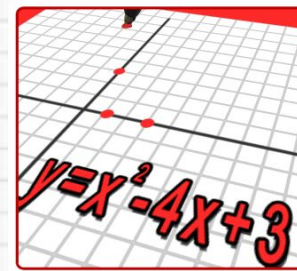
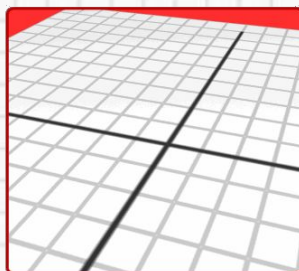
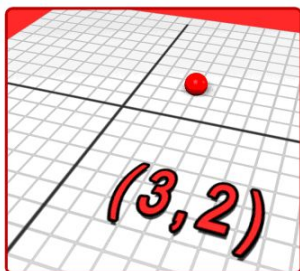


$$|x| \leq a$$

$$|x| \geq a$$







# Квадратные уравнения



# Классификация квадратных уравнений .

Квадратное уравнение

$$ax^2 + bx + c = 0,$$

$a \neq 0$ ,  $b, c$ -любые числа,  $x$ - переменная

*неполное*

$$b = 0;$$

$$ax^2 + c = 0$$

$$c = 0;$$

$$ax^2 + bx = 0$$

$$b = 0; c = 0;$$

$$ax^2 = 0$$



# Решение

## неполных квадратных уравнений

$$1. ax^2 = 0;$$

$$x = 0$$

$$2. ax^2 = c = 0$$

$$x_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{-c}{a}}$$

*Если числа  $a$  и  $c$  одного знака, то уравнение имеет корни, если разных знаков, то уравнение не имеет корней*

$$3. ax^2 + bx = 0$$

$$x_1 = 0,$$

$$x_2 = -\frac{b}{a};$$



$$ax^2 + bx + c = 0$$

*полное квадратное уравнение*

$$D = b^2 - 4ac$$

*дискриминант – «различитель»*

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$





# Количество корней квадратного уравнения

$$D > 0$$

*2 корня*

$$D < 0$$

*корней  
нет*

$$D = 0$$

*1  
корень*



$$ax^2 + bx + c = 0$$

*чётное квадратное уравнение, если*

$$b - \text{чётное} \Rightarrow \kappa = \frac{b}{2}$$

$$D = \kappa^2 - ac$$

$$x_{1,2} = \frac{-\kappa \pm \sqrt{D}}{a}$$



$$x^2 + px + q = 0 -$$

*- приведённое квадратное уравнение*

$$a = 1,$$

*p – второй коэффициент,*

*q – свободный член.*

$$D = p^2 - 4q$$

$$x_{1,2} = \frac{-p \pm \sqrt{D}}{2}$$



## Теорема Виета:

$$x^2 + px + q = 0,$$

$$x_1 + x_2 = -p,$$

$$x_1 \cdot x_2 = q.$$

Сумма корней приведенного квадратного уравнения равна второму коэффициенту, взятому с противоположным знаком, а произведение корней равно свободному члену

## Теорема обратная теореме Виета:

Если  $x_1 + x_2 = -p$ , и  $x_1 \cdot x_2 = q$ , то  $x_1, x_2$  - корни уравнения

$$x^2 + px + q = 0$$

Если  $p, q, x_1, x_2$  таковы, что  $x_1 + x_2 = -p, x_1 \cdot x_2 = q$ , то

$x_1, x_2$  - корни уравнения

$$x^2 + px + q = 0$$



# Разложение квадратного трёхчлена на множители

Если  $x_1, x_2$ -корни уравнения

$ax^2 + bx + c = 0$ , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1) \cdot (x - x_2)$$

Если  $x_1, x_2$  – корни квадратного уравнения

$ax^2 + bx + c = 0$ , то при всех  $x$  справедливо равенство

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1) \cdot (x - x_2)$$

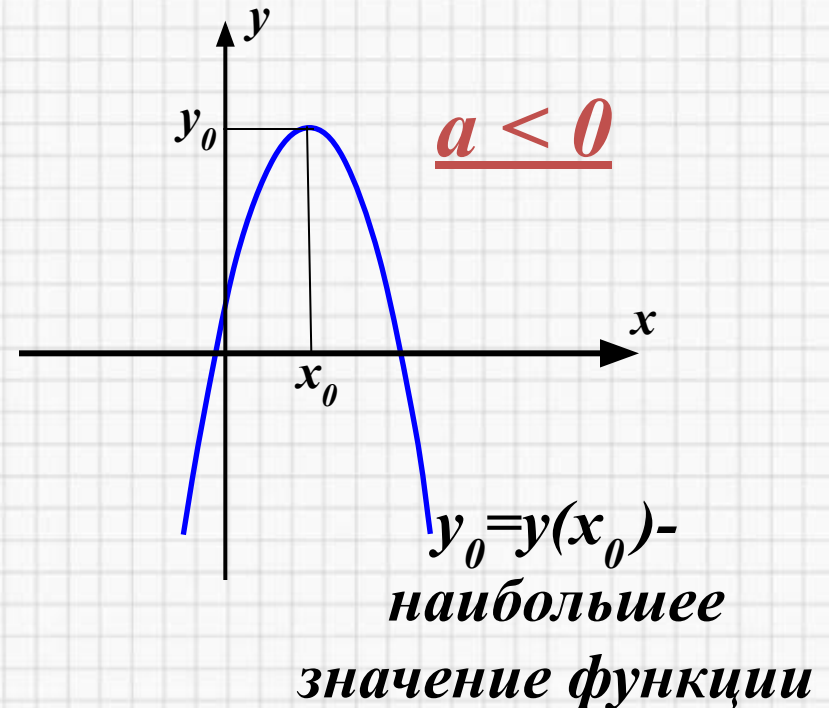
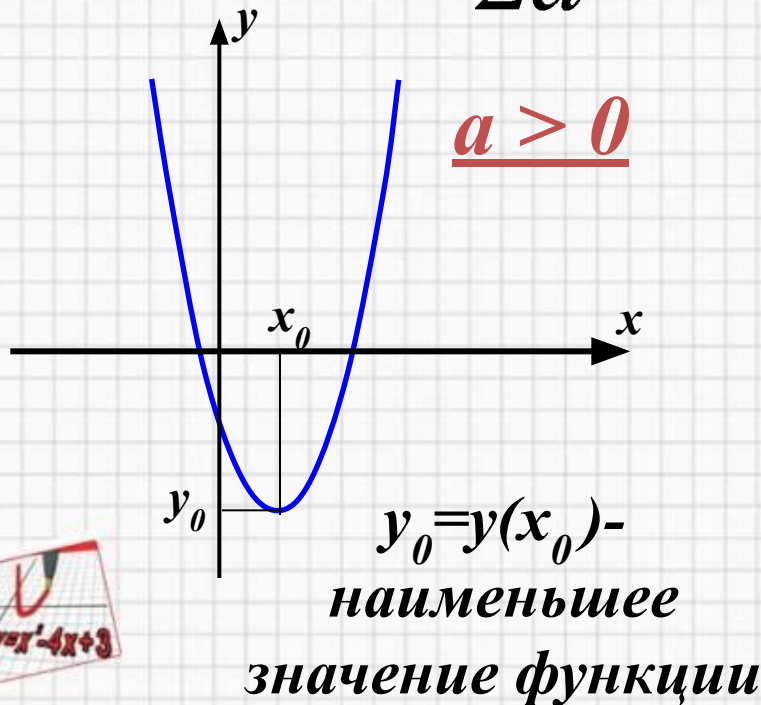


# Квадратичная функция

$$y = ax^2 + bx + c, a \neq 0$$

$$y = ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2 + y_0$$

$$x_0 = -\frac{b}{2a}; y = ax_0^2 + bx_0 + c$$



# Схема построения графика квадратичной функции $y = ax^2 + bx + c$

1. Построить вершину параболы  $(x_0, y_0)$ :  
$$[x_0 = -\frac{b}{2a}; y_0 = (x_0)]$$
2. Провести через вершину параболы прямую, параллельную оси ординат, - ось симметрии параболы.
3. Найти нули функции, если они есть, и построить на оси абсцисс соответствующие точки параболы.
4. Построить две какие-нибудь точки параболы, симметричные её оси.
5. Провести через построенные точки параболу



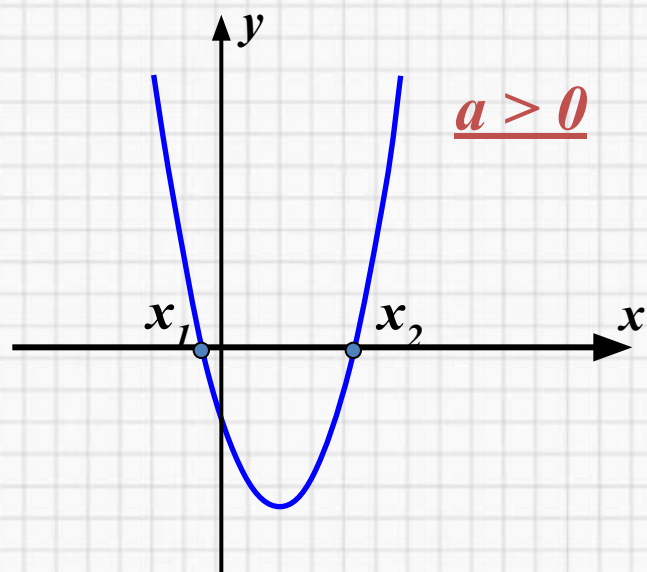


# Квадратные неравенства

$$\underline{a > 0}$$

$$1) ax^2 + bx + c \leq 0,$$

$$x_1 \leq x \leq x_2$$



$$2) ax^2 + bx + c > 0,$$

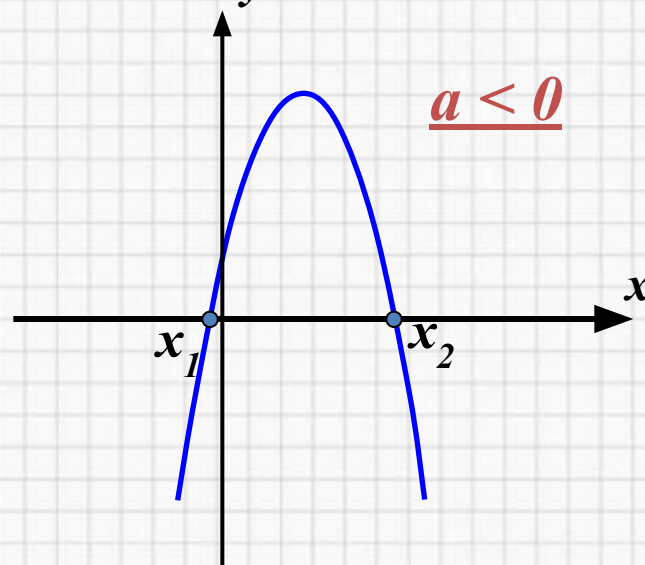
$$x < x_1, x > x_2$$



$$\underline{a < 0}$$

$$1) ax^2 + bx + c \leq 0,$$

$$x \leq x_1, x \geq x_2$$



$$2) ax^2 + bx + c > 0,$$

$$x_1 < x < x_2$$



# Решение квадратного неравенства с помощью графика

1. *Определить направление ветвей параболы по знаку первого коэффициента квадратичной функции;*
2. *Найти корни соответствующего квадратного уравнения или установить, что их нет;*
3. *Построить эскиз графика квадратичной функции, используя точки пересечения (или касания) с осью  $Ox$ , если они есть;*
4. *По графику определить промежутки, на которых функция принимает нужные значения*



# Метод интервалов

## (для решения квадратного неравенства)

$$ax^2+bx+c>0$$

$$[ax^2+bx+c\geq 0]$$

$$ax^2+bx+c<0$$

$$[ax^2+bx+c\leq 0]$$

1) Разложить данный многочлен на множители, т.е. представить его в виде

$$a(x-x_1)(x-x_2)>0 \quad [a(x-x_1)(x-x_2)\geq 0]$$

$$a(x-x_1)(x-x_2)<0 \quad [a(x-x_1)(x-x_2)\leq 0]$$

2) Корни многочлена нанести на числовую ось;

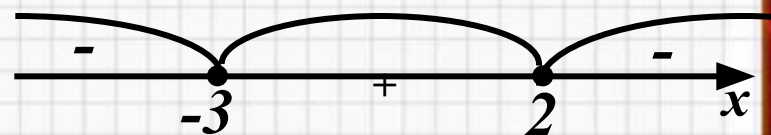
3) Определить знак функции в каждом из промежутков;

4) Выбрать подходящие промежутки и записать ответ

$$x^2 + x - 6 \leq 0$$
$$x^2 + x - 6 = 0;$$

$$(x-2)(x+3)=0;$$

$$x_1 = -3; x_2 = 2.$$



Ответ:

$$x \in (-\infty; -3] \cup [2; +\infty).$$

# Арифметическая прогрессия

Числовая последовательность  $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$  - арифметическая прогрессия, если для всех натуральных  $n$  выполняется равенство

$$a_{n+1} = a_n + d, \text{ где } d - \text{некоторое число}$$

$$a_{n+1} = a_n + d \quad \text{-определение арифметической прогрессии}$$

$$d = a_{n+1} - a_n \quad \text{-разность арифметической прогрессии}$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

формула  $n$ -го члена арифметической прогрессии

$$a_n = \frac{a_{n+1} + a_{n-1}}{2}, n > 1$$



$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

-сумма  $n$  первых членов арифметической прогрессии



# Геометрическая прогрессия

Числовая последовательность  $b_1, b_2, \dots, b_n, \dots$

-геометрическая прогрессия, если для всех натуральных  $n$  выполняется равенство  $b_{n+1} = b_n \cdot q$ ,

где  $b_1 \neq 0$ ,  $q$  – число не равное 0

-определение геометрической прогрессии

$$b_{n+1} = b_n \cdot q$$

$$q = \frac{b_{n+1}}{b_n}$$

-знаменатель геометрической прогрессии

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

$$b_n = \sqrt{b_{n-1} \cdot b_{n+1}}$$

формула  $n$ -го члена  
геометрической  
прогрессии

$$S_n = \frac{b_1(1 - q^n)}{1 - q}; S_n = \frac{b_n q - b_1}{q - 1}$$

где  $q \neq 1$

где  $q \neq 1$

сумма  $n$  первых  
членов

геометрической  
прогрессии





# Литература:

- *Алимов Ш.А. Алгебра. Учебник для 7, 8, 9 классов общеобразовательных учреждений. М.: Просвещение, 2008.*
- *Бурмистрова Т.А. Алгебра 7 - 9 классы. Программы общеобразовательных учреждений. М.: Просвещение, 2009.*
- *Стандарт основного общего образования по математике//«Вестник образования» -2004 - № 12 - с.107-119.*
- *Электронные учебные пособия*
  - *Интерактивная математика. 5-9 класс. Электронное учебное пособие для основной школы. М., ООО «Дрофа», ООО «ДОС», 2002.*
  - *Математика. Практикум. 5-11 классы. Электронное учебное издание. М., ООО «Дрофа», ООО «ДОС», 2003.*

