

Элементы комбинаторики в школьном курсе математики

Подготовила
учитель математики
МОУ СОШ №7 п.Майский
Саларова Е.В.

СОДЕРЖАНИЕ



1. Цели урока.
2. Дерево возможностей.
3. Немного истории.
4. Виды соединений, определение факториала.
5. Перестановки.
6. Размещения.
7. Сочетания.
8. Существенные признаки соединений.
9. Различия и сходства соединений.
10. Решение задач.
11. Используемая литература



ЦЕЛИ УРОКА:

Образовательные

- выявить, обобщить и расширить математические знания в области комбинаторики
- ввести понятия: факториал, перестановки, сочетания, размещения
- формирование умений по применению знаний в решении задач

Воспитательные

- воспитывать усидчивость, инициативность

Развивающие

- развивать логическое мышление, внимательность, память
- Развивать умение рассуждать, обобщать, делать выводы



ДЕРЕВО ВОЗМОЖНОСТЕЙ



Задача

В кафе предлагают два первых блюда: борщ и рассольник, а также четыре вторых блюда: гуляш, котлеты, сосиски, пельмени. Укажите все обеды из двух блюд, которые может заказать посетитель.

25.09.2010 Кошехабльский район



Дерево возможностей помогает решать разнообразные задачи, касающиеся перебора вариантов происходящих событий.

Немного истории



Комбинаторика — ветвь математики , изучающая комбинации перестановки предметов .Еще комбинаторику можно понимать как перебор возможных вариантов.

Комбинаторика возникла в 17 веке. Комбинаторные навыки оказались полезными в часы досуга. В таких играх как нарды, карты, шашки, шахматы приходилось рассматривать различные сочетания фигур и выигрывал тот, кто их лучше изучил, знал выигрышные комбинации и умел избегать проигрышные.

Еще с давних пор дипломаты стремясь к тайне переписке, изобретали сложные шифры, а секретные службы пытались эти шифры разгадать.

Методы комбинаторики находят широкое применение в физике, химии, биологии, экономике и др. областях.

В науке и практике часто встречаются задачи, решая которые приходится составлять различные комбинации из конечного числа элементов и подсчитывать число комбинаций. Такие задачи получили название комбинаторных задач.

В частности, одним из видов комбинаторных задач являются задачи на соединения



В задачах по комбинаторике часто применяется такое понятие как факториал (в переводе с английского « factor» – множитель)

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n - 1)n$$

Перестановки.

Опр. Перестановкой из n элементов называется последовательность, состоящая из всех элементов некоторого n -элементного множества, причем число элементов этой последовательности равно n .

Формула (число размещений «из n по m »):

$$P_n = n!$$

Задача: В расписании сессии 3 экзамена (история, геометрия, алгебра).
Сколько может быть вариантов расписаний?

Решение. (обратить внимание на его оформление!)

Основное множество: {история, геометрия, алгебра} $\Rightarrow$

$$n = 3$$

Соединение – вариант расписания сессии

Проверим, важен ли порядок:

{история, геометрия, алгебра} и {геометрия, история, алгебра} –
варианты расписания сессии для разных групп $\Rightarrow$ порядок важен $\Rightarrow$ это
последовательность $\Rightarrow$ это перестановка из трех элементов.

$$P_3 = 3! = 6$$

Ответ: 6 вариантов

Размещения

Опр. Размещением из n элементов по m ($m \leq n$) называется последовательность, состоящая из m различных элементов некоторого n элементного множества.

Формула (число размещений «из n по m »):

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$$

Задача: Сколько существует двузначных чисел, в которых цифра десятков и цифра единиц различны и нечетны?

Решение (*обратить внимание на его оформление!*)

Основное множество: $\{1, 3, 5, 7, 9\}$ – нечетные цифры $\Rightarrow n = 5$

Соединение – двузначное число $\Rightarrow m = 2$

Проверим, важен ли порядок: $13 \neq 31$ -разные двузначные числа $\Rightarrow$
-порядок важен $\Rightarrow$ это последовательность $\Rightarrow$ это размещение «из пяти по два».

$$A_5^2 = \frac{5!}{(5-2)!} = 4 \cdot 5 = 20 \quad \text{двузначных чисел}$$

Ответ: 20 чисел.

Сочетания

Опр. Сочетанием из n элементов по m ($m \leq n$) называется m -элементное подмножество некоторого n -элементного множества.

Формула (число размещений «из n по m »):

$$C_n^m = \frac{n!}{(n-m)! m!}$$

Задача: Сколькими способами можно составить букет из 3 цветов, если в вашем распоряжении 5 цветов: мак, роза, тюльпан, лилия, гвоздика?

Решение. (обратить внимание на его оформление!)

Основное множество: {мак, роза, тюльпан, лилия, гвоздика} $\Rightarrow n = 5$

Соединение – букет из трех цветков $\Rightarrow m = 3$

Проверим, важен ли порядок:

{тюльпан, лилия, гвоздика} и {лилия, тюльпан, гвоздика} – один и тот же букет $\Rightarrow$ порядок неважен $\Rightarrow$ это подмножество $\Rightarrow$ это сочетание «из пяти по три».

$$C_5^3 = \frac{5!}{(5-3)! 3!} = \frac{4 \cdot 5}{2} = 10$$

Ответ: 10 букетов

Существенные признаки понятия

Перестановки	Размещения	Сочетания
1. Задано некоторое множество из n элементов. 2. Составляется последовательность из всех элементов этого множества. 3. Эта последовательность содержит n элементов.	1. Задано некоторое множество из n элементов. 2. Выделена последовательность элементов из этого множества. 3. Эта последовательность содержит m элементов. 4. Эти элементы различны.	1. Заданы два множества. 2. Одно из множеств является подмножеством другого. 3. Основное множество содержит n элементов. 4. Подмножество содержит m элементов.

Перестановки

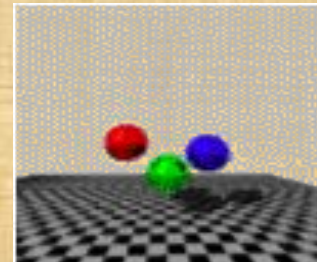
Размещения

Сходства - это последовательности элементов n - элементного подмножества. В них имеет значение порядок следования элементов последовательности.

Различия - в размещении могут участвовать не все элементы исходного множества. В перестановке участвуют все элементы исходного множества.

Сочетания

Размещения



Различия - сочетание — это подмножество, содержащее m элементов из n . Размещение — это последовательность, содержащая m элементов из n .

При формировании последовательности важен порядок следования Элементов, а при формировании подмножества порядок не важен.

Решение задач

1. Пять мальчиков и четыре девочки хотят сесть на девятиместную скамейку так, чтобы каждая девочка сидела между двумя мальчиками. Сколькими способами они могут это сделать?
2. В библиотеке читателю предложили на выбор из новых поступлений 10 книг и 4 журнала. Сколькими способами он может выбрать из них 3 книги и 2 журнала?
3. Сколько существует семизначных телефонных номеров, в которых все цифры различные и первая цифра отлична от нуля?
4. Сколько различных трехзначных чисел (без повторения цифр) можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5, таких, которые являются: а) четными; б) кратными 5 ?



- Что мы сегодня усвоили на уроке?
- Что такое комбинаторика?
- Что называют размещением?
Запишите формулу.
- Что называют сочетанием ?
Запишите формулу.
- Что называют перестановкой?
Запишите формулу.
- В чем различие между перестановками, размещениями, сочетаниями?



ЛИТЕРАТУРА

- Макарычев Ю.Н. и др. Алгебра. 9 кл.: Учеб. для шк. и кл. с углубл. изуч. математики. – М.: Мнемозина, 2010. – 439с.
- Макарычев Ю.Н., Миндюк Н.Г. Алгебра: Элементы статистики и теории вероятностей: Учеб. пособие для учащихся 7-9 кл. общеобразоват. учреждений / Под. ред. С.А.Теляковского. – М.: Просвещение, 2003. – 78с.
- Алгебра и начала математического анализа: учебник для 10 кл. общеобраз. учреждений базовый и профильный уровни/С.М. Никольский и др. М: Просвещение, 2008 - 430с.