

Пирамида. Решение задач.

Выполнил: Выходцев Денис

302

Дано:

ABCD- пирамида

O – точка пересечения диагоналей параллелограмма

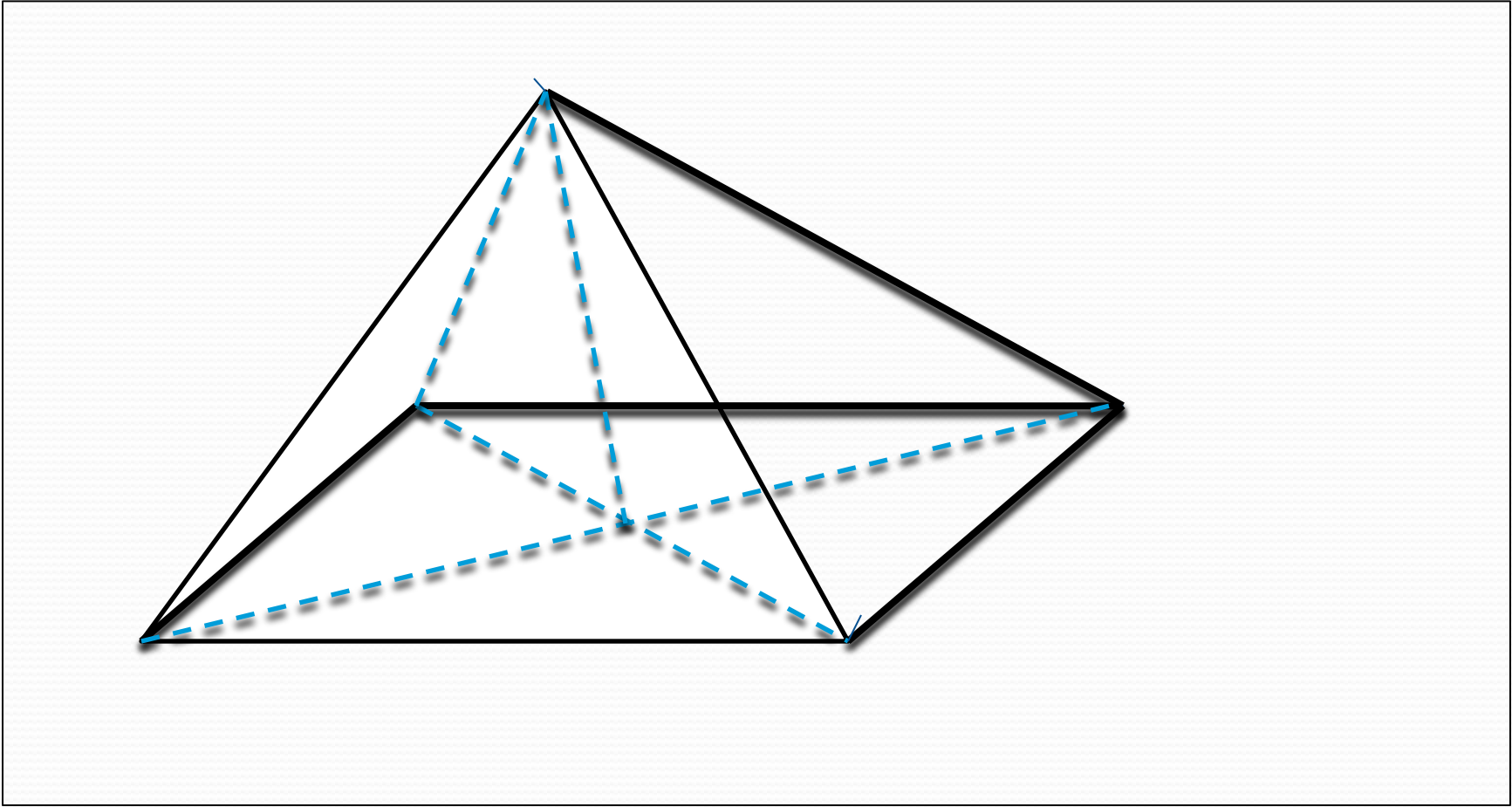
$$AB = 3 \text{ см}$$

$$AD = 7 \text{ см}$$

$$AC = 6 \text{ см}$$

$$\underline{SO = 4 \text{ см}}$$

Найдите боковые ребра пирамиды.



Решение:

По свойству параллелограмма найдем:

$$BO = OD \text{ и } AO = OC$$

$$BO \perp \text{пл.} ABC, SO = 4 \text{ см}$$

$$\triangle OSB = \triangle OSD \text{ (по двум катетам), тогда } SB = SD;$$

$$\triangle AOS = \triangle COS \text{ (по двум катетам), тогда } SB = SC;$$

$$\text{Пусть } AO = OC = \frac{1}{2} AC = 3 \text{ см, } BO = OD = x$$

Из $\triangle ACD$ по теореме косинусов имеем:

$$AD^2 = AC^2 + CD^2 - 2 AC * CD * \cos A$$

$$7^2 = 6^2 + 3^2 - 2 * 6 * 3 * \cos A, 49 = 36 + 9 - 36 * \cos A, 36 \cos A = -4;$$

$$\cos A = -4/36 = -1/9$$

Из $\triangle COD$ по теореме косинусов имеем:

$$x^2 = 9 + 9 + 2 * 9 * 1/9 = 18 + 2 = 20, x = 2\sqrt{5} \text{ (см)}$$

Из прямоугольного $\triangle SOB$ по теореме Пифагора имеем:

$$SD = \sqrt{SO^2 + OD^2} = \sqrt{4^2 + 20} = \sqrt{36} = 6 \text{ (см)}$$

Из прямоугольного $\triangle SOC$ по теореме Пифагора имеем:

$$SC = \sqrt{SO^2 + OC^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5 \text{ (см) , } SC = SA = 5 \text{ (см)}$$

Ответ: 5 см 5 см 6 см 6 см

Дано:

$DABC$ – пирамида,

$DA \perp ABC$,

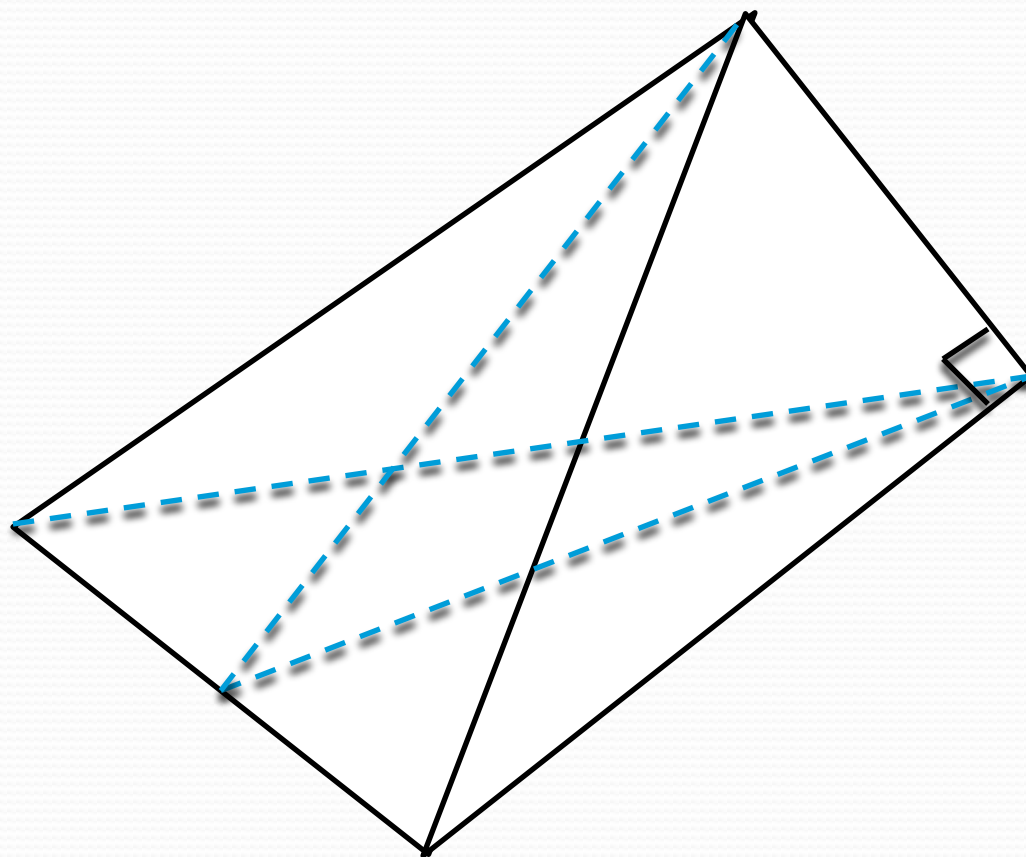
$AB = AC = 25 \text{ см}$,

$BC = 40 \text{ см}$,

$DA = 8 \text{ см}$.

Найти $S_{\text{бок}}$

/



Решение:

$$S_{\text{бок}} = S_{ABD} + S_{ADC} + S_{BDC};$$
$$S_{\text{бок}} = S_{ADC} = DH \cdot AC / 2 = 8 \cdot 25 / 2 = 100 (\text{см}^2)$$

Из $\triangle ABD$ по т. Пифагора имеем:

$$BD = \sqrt{AB^2 + DA^2} = \sqrt{25^2 + 8^2} = \sqrt{689} (\text{см}).$$

Из $\triangle BDM$ по т. Пифагора имеем:

$$AB^2 + DA^2 = \sqrt{25^2 + 8^2} = \sqrt{689} (\text{см}).$$

$$DM^2 = BD^2 - BM^2 = 689 - 400 = 289,$$

$$DM = 17$$

$$S_{BDC} = (DM \cdot BM) \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 = 17 \cdot 20 = 340 (\text{см}^2)$$

$$S_{\text{бок}} = 100 + 100 + 340 = 540 (\text{см}^2)$$

Ответ: 540 см^2

311

Дано:

$DABC$ = пирамида,

ADC – основание,

$AC=13$ см,

$AB=15$ см,

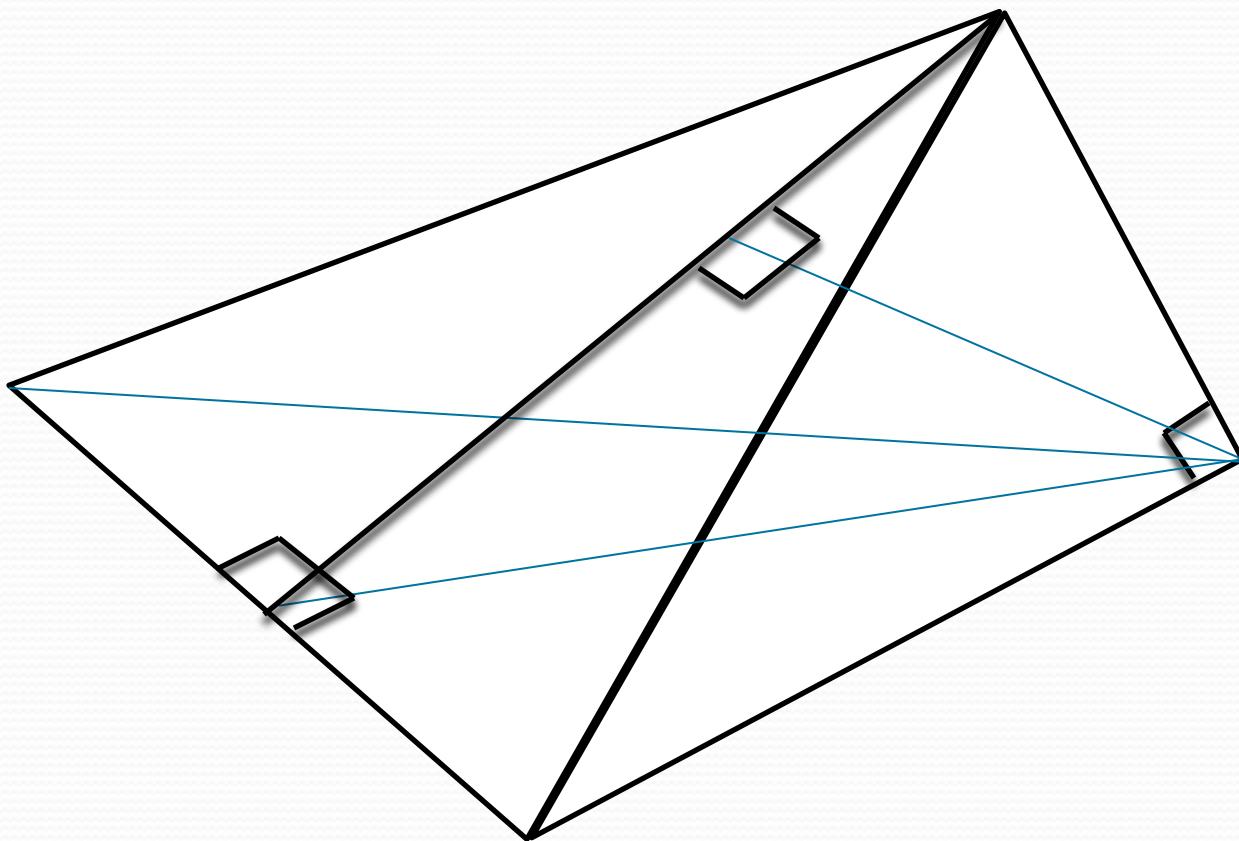
$CB=14$ см,

$AD \perp ABC$,

$AD=9$ см.

a) найти $S_{\text{п.п.}}$

b) AK



Решение:

$\triangle DAB$ и $\triangle DAC$ – прямоугольники;

$$S_{BDA} = \frac{1}{2} DA * BA = \frac{1}{2} * 9 * 15 \text{ (см}^2\text{)}, S_{CDA} = \frac{1}{2} DA * CA = \frac{1}{2} * 9 * 13 \text{ (см}^2\text{)}.$$

По формуле Герона имеем:

$$S_{ABC} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}, \text{ где } a = 14, b = 15, c = 13, \text{ а } p = (AB + AC + CB) / 2 = (13 + 14 + 15) / 2 = 21 \text{ (см);}$$

Построим $AK \perp BC$ и отрезок DK . По теореме о 3-х перпендикулярах имеем $DK \perp BC$. Проведем в плоскости ADK отрезок $AN \perp DK$

$AN \perp DK$ – по построению, и $AN \perp BC$, т.к. AN принадлежит пл. ADK то пл. $ADK \perp BC$.

AN перпендикулярна двум пересекающимся прямым плоскости BKD , а значит $AN \perp$ пл. BKD .

Итак, точка Н принадлежит, а DK - высота грани DBC.

$$S_{DBC} = \frac{1}{2} BC * DK.$$

Из $\triangle ADK$ по т. Пифагора имеем $DK = \sqrt{DA^2 + AK^2} = \sqrt{81 + AK^2}$

$S_{ABC} = \frac{1}{2} AK * BC = \frac{1}{2} AK * 14$, следовательно, $\frac{1}{2} AK * 14 = 84$, $AK = 12$ (см), тогда $DK = \sqrt{81 + 144} = \sqrt{225} = 15$ (см),

$$S_{DBC} = \frac{1}{2} * 14 * 15 = 7 * 15 = 105 \text{ (см}^2\text{)}.$$

Итак, $S_{\text{п.п.}} = 9 * 15 / 2 + 9 * 13 / 2 + 84 + 105 = 9 * 28 / 2 + 189 = 315 \text{ (см}^2\text{)}.$

$$KD = \sqrt{AK^2 + DA^2} = \sqrt{144 + 81} = \sqrt{225} = 15 \text{ (cm)}, \sin A = DA/KD = 9/15 = 3/5$$

Из $\triangle KHA$ $AH = KA \cdot \sin A = 12 \cdot 3/5 = 36/5 = 7,2 \text{ (cm)}$

Ответ: а) 315 cm^2 ; б) 7.2 (cm) ;