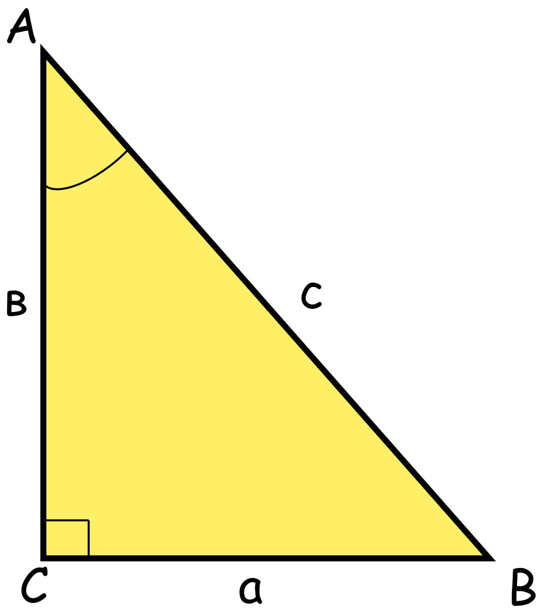
Соотношения
между сторонами и углами
в прямоугольном треугольнике

Определения:



1. Синусом острого угла прямоугольного треугольника называется отношение противолежащего катета к гипотенузе.

$$\text{Sin } A = \frac{BC}{AB} \qquad \text{Sin } A = \frac{a}{c}$$

2. Косинусом острого угла прямоугольного треугольника называется отношение прилежащего катета к гипотенузе.

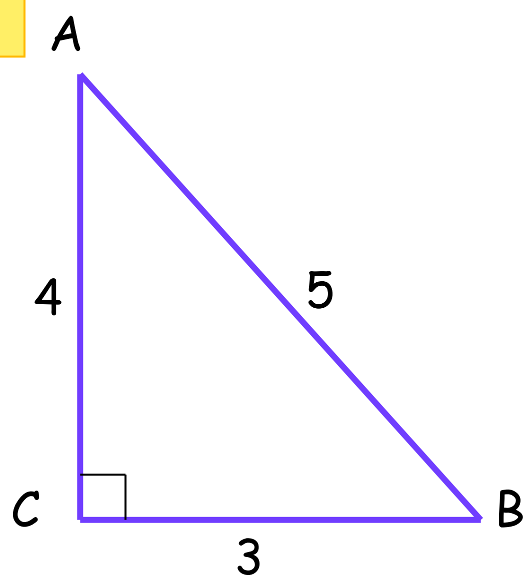
$$\text{Cos } A = \frac{AC}{AB} \qquad \text{Cos } A = \frac{b}{c}$$

3. Тангенсом острого угла прямоугольного треугольника называется отношение противолежащего катета к прилежащему катету.

$$\text{tg } A = \frac{BC}{AC}$$

$$\text{tg } A = \frac{a}{b}$$

1.



Найти:

Sin A; Cos A; tg A;

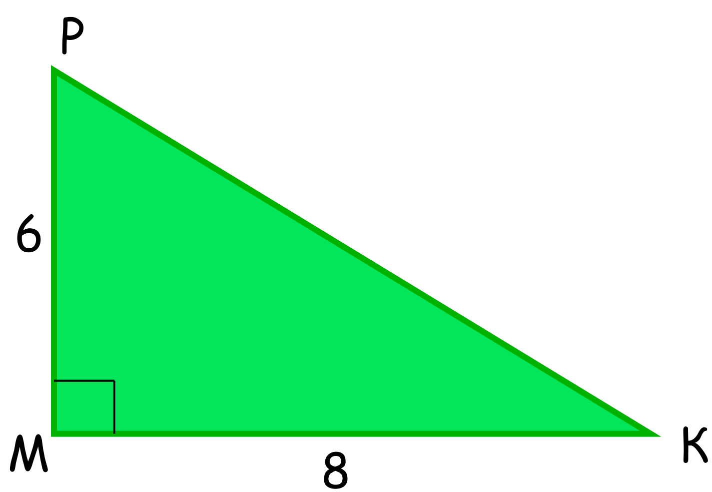
Sin B; Cos B; tg B.

Ответ:

Sin A = $\frac{3}{5}$; Cos A = $\frac{4}{5}$; tg A = $\frac{3}{4}$

Sin B = $\frac{4}{5}$; Cos B = $\frac{3}{5}$; tg B = $\frac{4}{3}$

2.



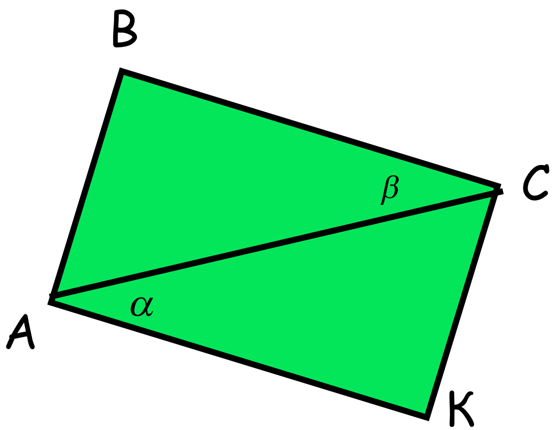
Найти:

Sin P; Cos P; tg P;

Sin K; Cos K; tg K.

Тест

1.



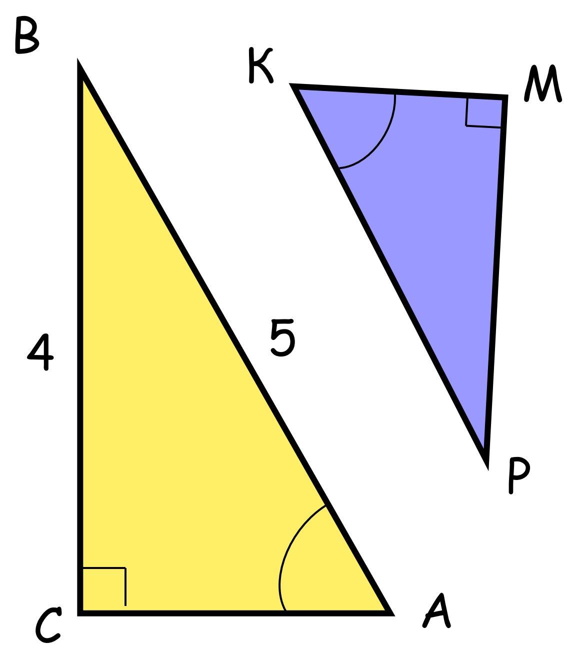
Дано: ABCK – прямоугольник,

$\cos\alpha$ = 0.5, тогда $\cos\beta$ = ...

Ответ: а) $\frac{1}{2}$ б) 2 в) 0,25

а) $\frac{1}{2}$

2.



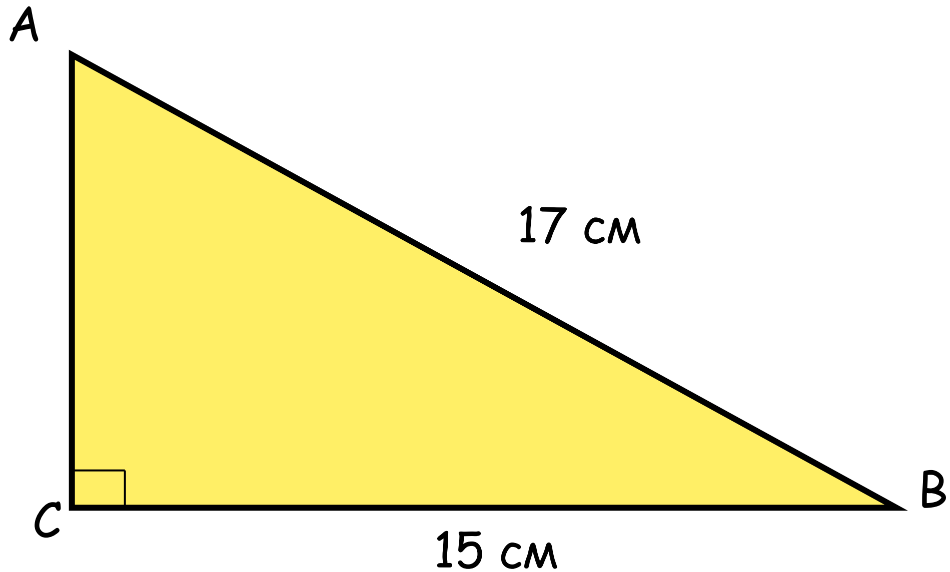
Найти: Sin P.

Ответ: а) 0,8 б) 0,6 в) 0,75

б) 0,6

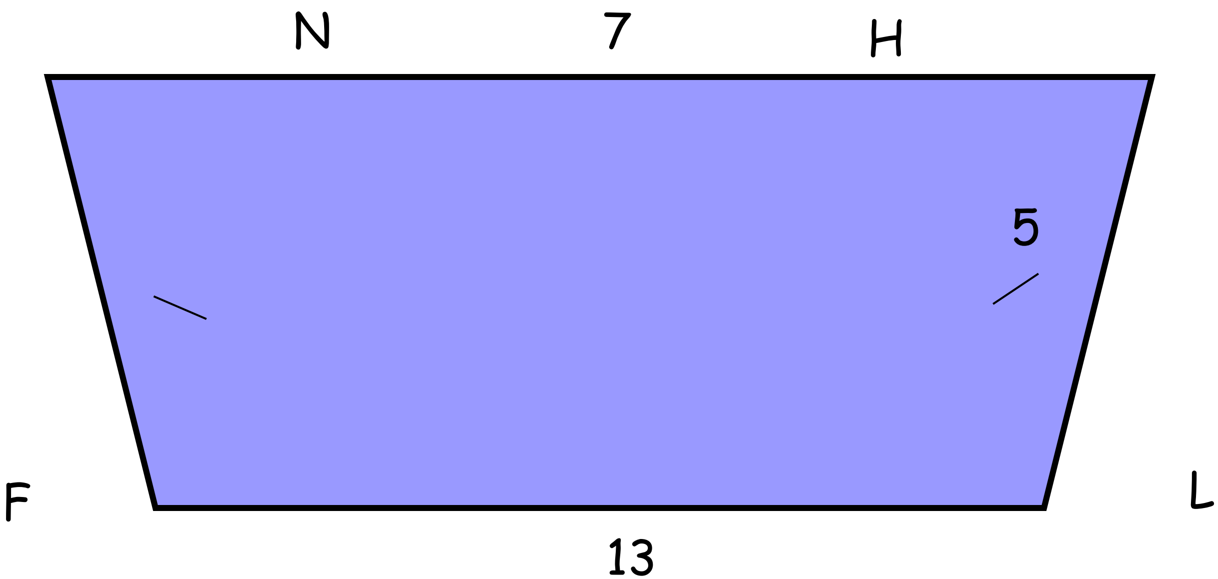
3.

Найти синус, косинус и тангенс острых углов по данным на чертеже:

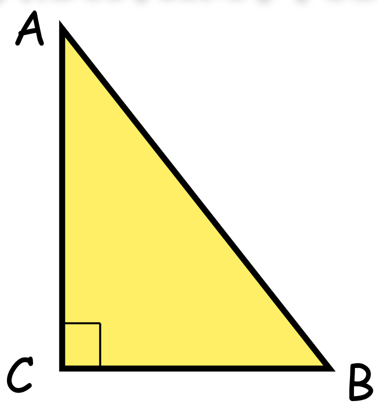


4.

Найти синус, косинус и тангенс острого угла трапеции:



Зависимость между sin, cos одного и того же угла



Дано: $\triangle ABC$, $\angle C = 90^0$.

Доказать: $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$

Доказательство:

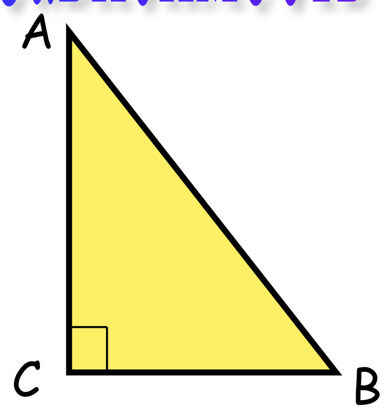
По определению $\sin A = \dfrac{BC}{AB}$, значит, $\sin^2 A = \dfrac{BC^2}{AB^2}$

По определению $\cos A = \dfrac{AC}{AB}$, значит, $\cos^2 A = \dfrac{AC^2}{AB^2}$

$$\sin^2 A + \cos^2 A = \frac{BC^2}{AB^2} + \frac{AC^2}{AB^2} = \frac{BC^2 + AC^2}{AB^2} = \frac{AB^2}{AB^2} = 1$$

Следовательно, $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$

Зависимость между sin, cos и tg одного и того же угла



Дано: $\triangle ABC$, $\angle C = 90^0$.

Доказать: $$tg\ A = \frac{SinA}{CosA}$$

Доказательство:

По определению: $Sin\ A = \frac{BC}{AB}$, $Cos\ A = \frac{AC}{AB}$, $tg\ A = \frac{BC}{AC}$

$$\frac{SinA}{CosA} = \frac{BC}{AB} : \frac{AC}{AB} = \frac{BC}{AC} = tg\ A$$

Зависимость между sin, cos и tg одного и того же угла

$$\sin^2 a + \cos^2 a = 1$$

$$\sin^2 a = 1 - \cos^2 a$$

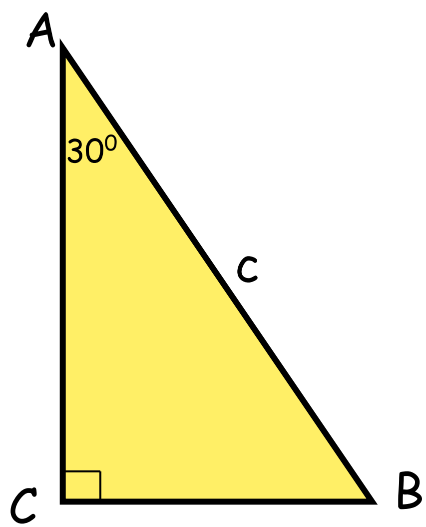
$$\sin a = \sqrt{1 - \cos^2 a}$$

$$\cos^2 a = 1 - \sin^2 a$$

$$\cos a = \sqrt{1 - \sin^2 a}$$

$$\mathrm{tg}\, A = \frac{\sin A}{\cos A}$$

Значения тригонометрических функций для угла 30^0.



Дано: $\triangle ABC$, $\angle C = 90^0$, $\angle A = 30^0$,
$AB = c$.

Решение:

$\angle A = 30^0$, $AB = c$, $BC = \frac{1}{2} AB$, $BC = \frac{1}{2} c$.
По теореме Пифагора

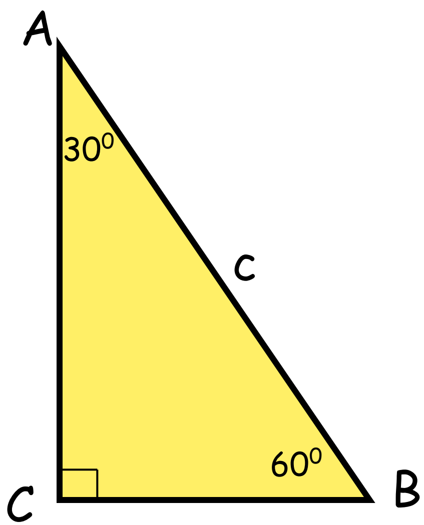
$$AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = \sqrt{c^2 - \frac{c^2}{4}} = \sqrt{\frac{3c^2}{4}} = \frac{c\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin A = \frac{BC}{AB} \qquad \sin 30^0 = \frac{\frac{c}{2}}{c} = \frac{1}{2}$$

$$\cos A = \frac{AC}{AB} \qquad \cos 30^0 = \frac{\frac{c\sqrt{3}}{2}}{c} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\mathrm{tg}\, A = \frac{BC}{AC} \qquad \mathrm{tg}\, 30^0 = \frac{\frac{c}{2}}{\frac{c\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

Значения тригонометрических функций для угла 60^0.



Дано: $\triangle ABC$, $\angle C = 90^0$, $\angle B = 60^0$, $AB = c$.

Решение:

Т. к. $\angle B = 60^0$, то $\angle A = 30^0$.

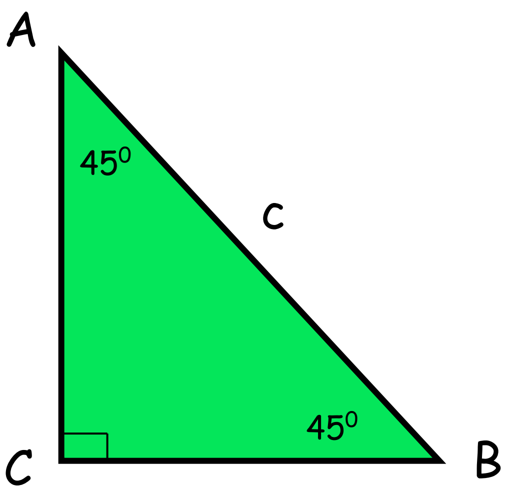
$AB = c$, $BC = \dfrac{c}{2}$, $AC = \dfrac{c\sqrt{3}}{2}$

$\sin B = \dfrac{AC}{AB}$ $\sin 60^0 = \dfrac{\frac{c\sqrt{3}}{2}}{c} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\cos B = \dfrac{BC}{AB}$ $\cos 60^0 = \dfrac{\frac{c}{2}}{c} = \dfrac{1}{2}$

$\operatorname{tg} B = \dfrac{AC}{BC}$ $\operatorname{tg} 60^0 = \dfrac{\frac{c\sqrt{3}}{2}}{\frac{c}{2}} = \dfrac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3}$

Значения тригонометрических функций для угла 45^0.



Дано: $\triangle ABC$, $\angle C = 90^0$, $\angle A = 45^0$,
$AB = c$.

Решение:

Т. к. $\angle A = 45^0$, то $\angle B = 45^0$.

Значит, $\triangle ABC$ – равнобедренный, следовательно, $AC = BC = x$.

По теореме Пифагора: $x^2 + x^2 = c^2$, $2x^2 = c^2$,

$$x^2 = \frac{c^2}{2}, \quad x = \frac{c\sqrt{2}}{2}, \quad AC = BC = \frac{c\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin A = \frac{BC}{AB} \qquad \sin 45^0 = \frac{\frac{c\sqrt{2}}{2}}{c} = \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad \cos 45^0 = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$\mathrm{tg}\, 45^0 = 1$

Таблица значений тригонометрических функций для углов 30^0, 45^0, 60^0.

a	30^0	45^0	60^0
Sin a	$\boxed{\frac{1}{2}}$	$\boxed{\frac{\sqrt{2}}{2}}$	$\boxed{\frac{\sqrt{3}}{2}}$
Cos a	$\boxed{\frac{\sqrt{3}}{2}}$	$\boxed{\frac{\sqrt{2}}{2}}$	$\boxed{\frac{1}{2}}$
tg a	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

$\text{Sin}\,(90^0 - a) = \text{Cos}\,a$

$\text{Cos}\,(90^0 - a) = \text{Sin}\,a$

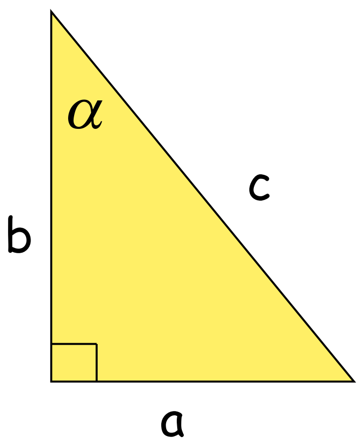
Проверь своё внимание и память :

Для какого из углов неправильно указано в таблице значение одной из тригонометрических функций? И какой ?

a	Sin a	Cos a	tg a
30^0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\sqrt{3}$
45^0	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
60^0	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$

Неправильно указан $tg30^0$

Решение прямоугольных треугольников



$$Sin\alpha = \frac{a}{c}$$

$$a = c \cdot Sin\alpha$$

$$c = \frac{a}{Sin\alpha}$$

$$Cos\alpha = \frac{b}{c}$$

$$b = c \cdot Cos\alpha$$

$$c = \frac{b}{Cos\alpha}$$

$$tg\alpha = \frac{a}{b}$$

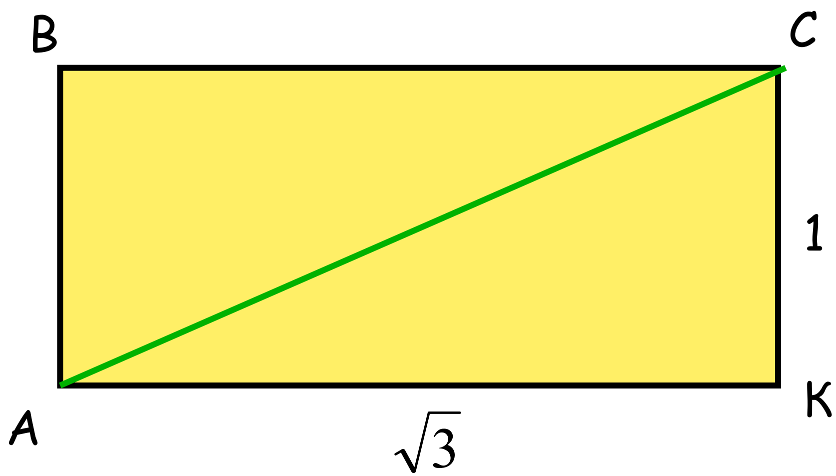
$$a = b \cdot tg\alpha$$

$$b = \frac{a}{tg\alpha}$$

Реши задачу

1.

Найти углы, которые образует диагональ прямоугольника с его сторонами, если стороны прямоугольника равны $\sqrt{3}$ дм и 1 дм.

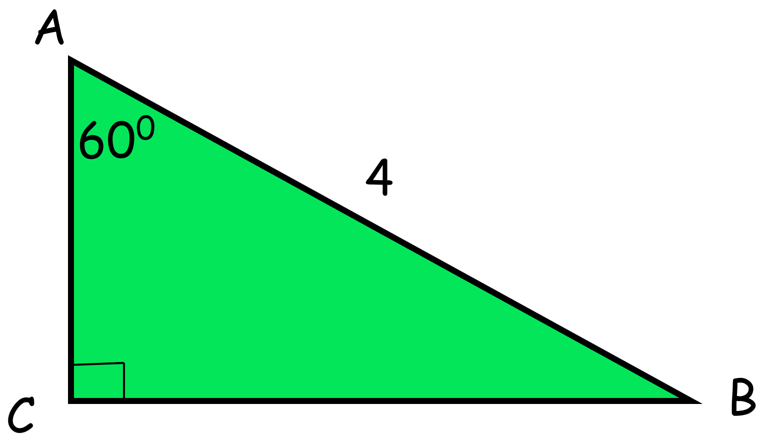


30^0, 60^0.

Реши задачу

2.

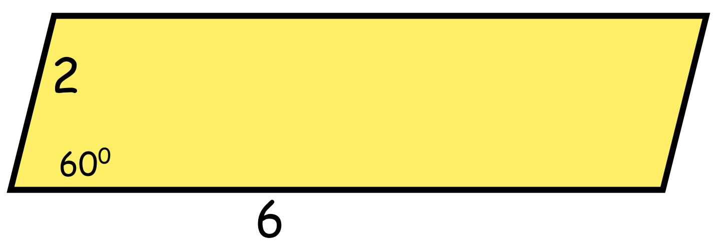
Найти катеты прямоугольного треугольника:



$$AC = 2, BC = 2\sqrt{3}$$

3.

Найти площадь параллелограмма:



$$6\sqrt{3}$$

История названий

Линия синуса у индийских математиков первоначально называлась *«арха-джива»* («полутетива», то есть половина хорды), затем слово *«арха»* было отброшено и линию синуса стали называть просто *«джива»*.

Арабские переводчики стали называть линию синуса *«джиба»*.

Затем арабы стали произносить название линии синуса *«джайб»*, что буквально обозначает «впадина», «пазуха».

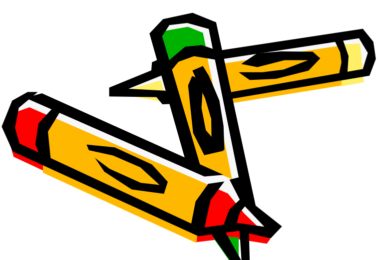
При переводе арабских сочинений на латынь европейские переводчики перевели слово *«джайб»* латинским словом *sinus*, имеющим то же значение.

Современные краткие обозначения *sin* и *cos* введены Уильямом Отредом и закреплены в трудах Эйлера.

Термин «тангенс» (от лат. *tangens* — касающийся) введен датским математиком Томасом Финке (1561—1656) в его книге «Геометрия круглого» (Geometria rotundi, 1583)

Сам термин *тригонометрические ф ункции* введён Клюгелем введён Клюгелем в 1770.

Желаю успехов в учёбе!



Михайлова Л. П.
ГОУ ЦО № 173.