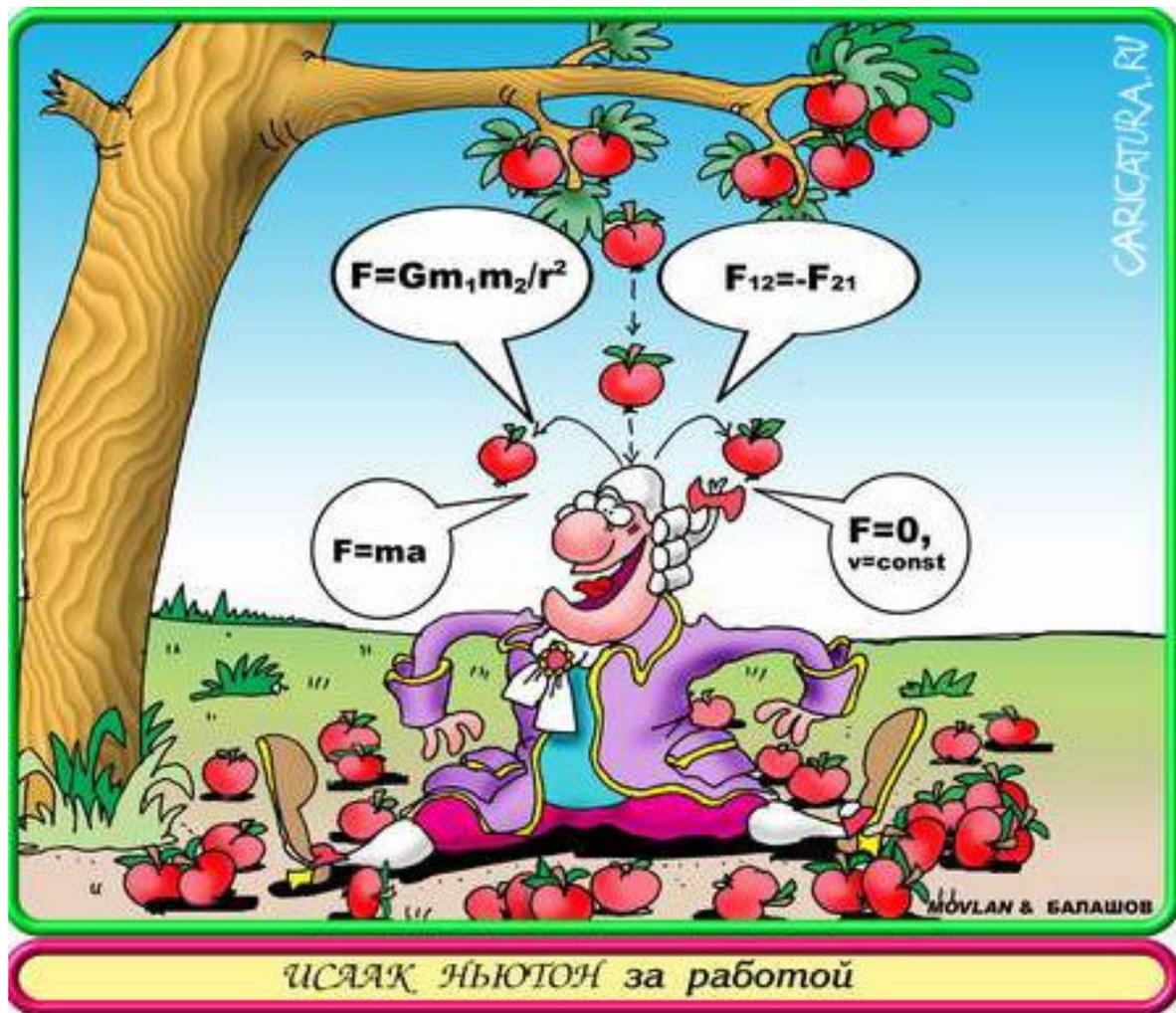


Гравиметрия

Лекция 5.

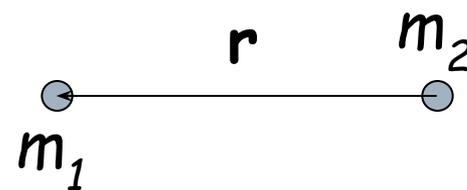
-
- Гравиметрия, или гравиразведка – метод геофизики, изучающий пространственные изменения силы тяжести.
 - Последние обусловлены многими факторами, но геологов интересуют в основном те, которые связаны с неодинаковой плотностью горных пород.
 - Гравиметрия изучает очень слабые вариации ускорения свободного падения g (миллионные доли его полной величины)
-

5.1 Закон всемирного тяготения



$$\mathbf{F} = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \frac{\mathbf{r}}{r}$$

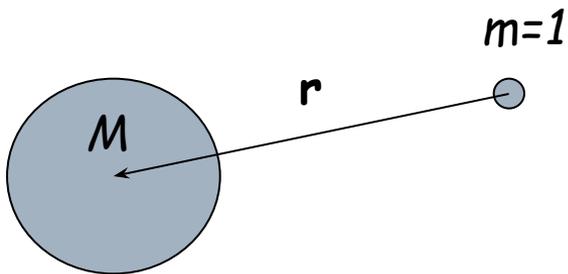
$$G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3 \text{ кг}^{-2} \text{ с}^{-2}$$



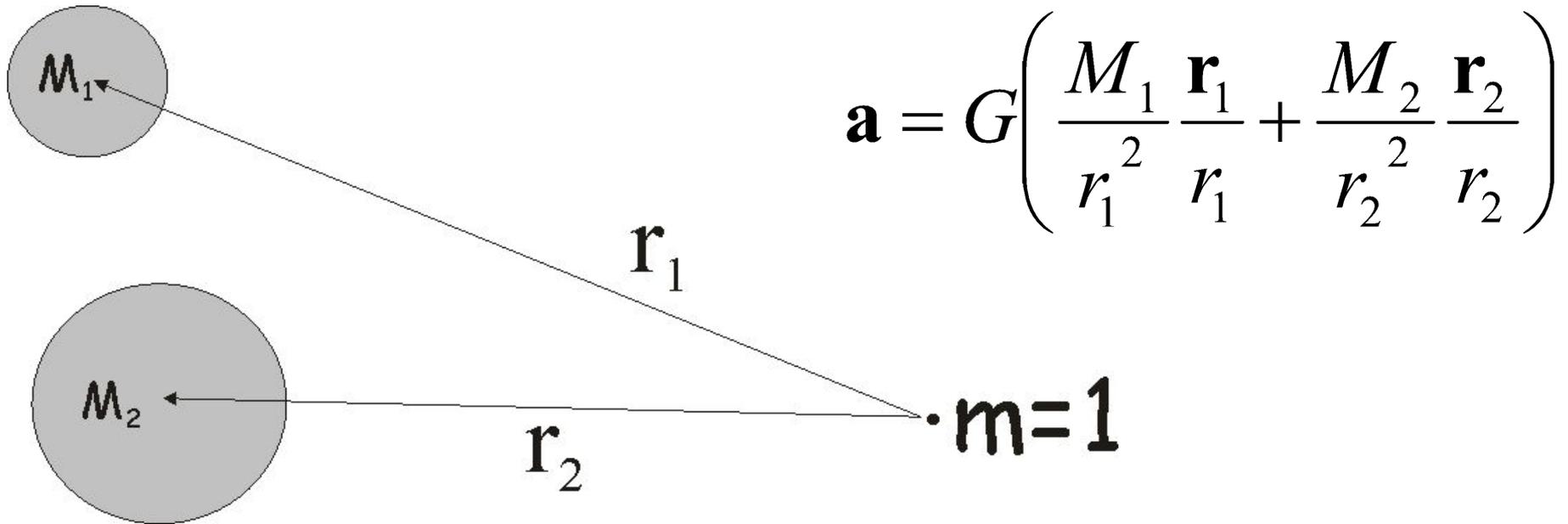
Если одна из масс - большая

$$\mathbf{a} = G \frac{M}{r^2} \frac{\mathbf{r}}{r} \quad \text{ускорение}$$

$$(\mathbf{F} = m\mathbf{a})$$

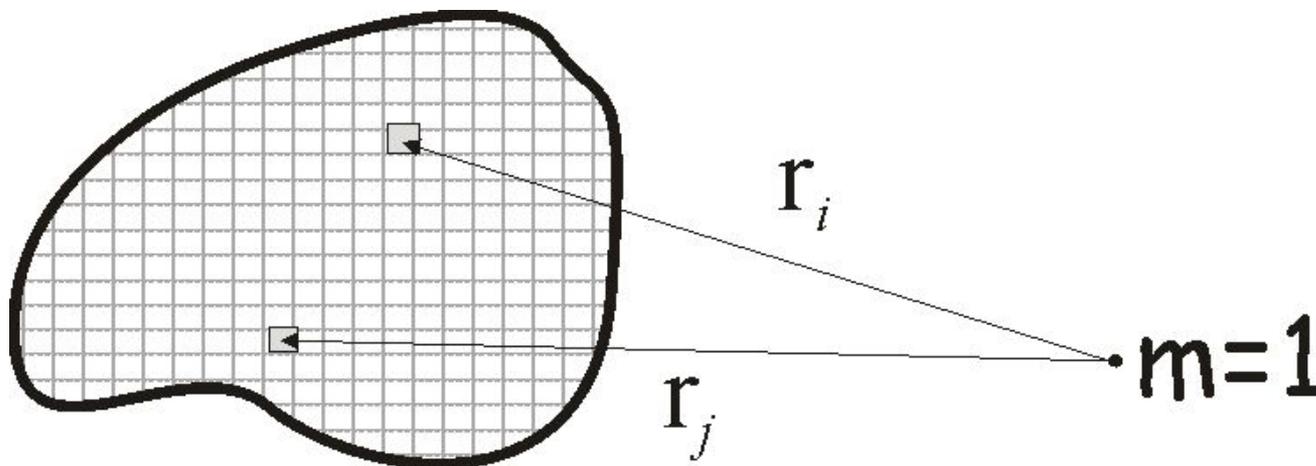


Если масс (источников гравитационного поля) несколько



Вновь принцип суперпозиции: действие каждого источника - независимо

Если тело не точка и не шарик?



$$\mathbf{a} = G \left(\frac{M_1}{r_1^2} \frac{\mathbf{r}_1}{r_1} + \dots + \frac{M_i}{r_i^2} \frac{\mathbf{r}_i}{r_i} + \dots + \frac{M_j}{r_j^2} \frac{\mathbf{r}_j}{r_j} + \dots \right)$$

Разделим тело на маленькие области (почти шарики) и просуммируем гравитационный эффект от каждого из них

Гравитационный потенциал: скаляр вместо вектора

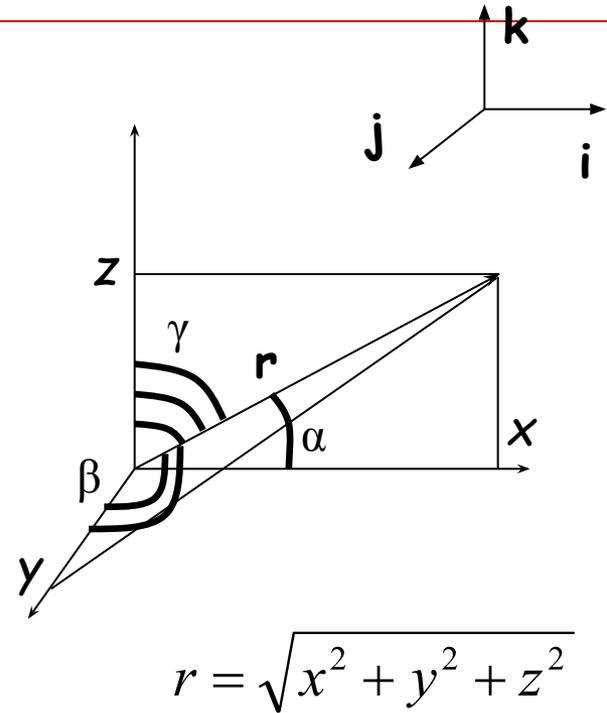
$$V = G \frac{M}{r}$$

$$-\frac{dV}{dr} = G \frac{M}{r^2}$$

$$-\frac{\partial V}{\partial x} = -\frac{\partial V}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial x} = G \frac{M}{r^2} \frac{x}{r} = a \cos \alpha = a_x$$

$$-\frac{\partial V}{\partial y} = G \frac{M}{r^2} \frac{y}{r} = a \cos \beta = a_y$$

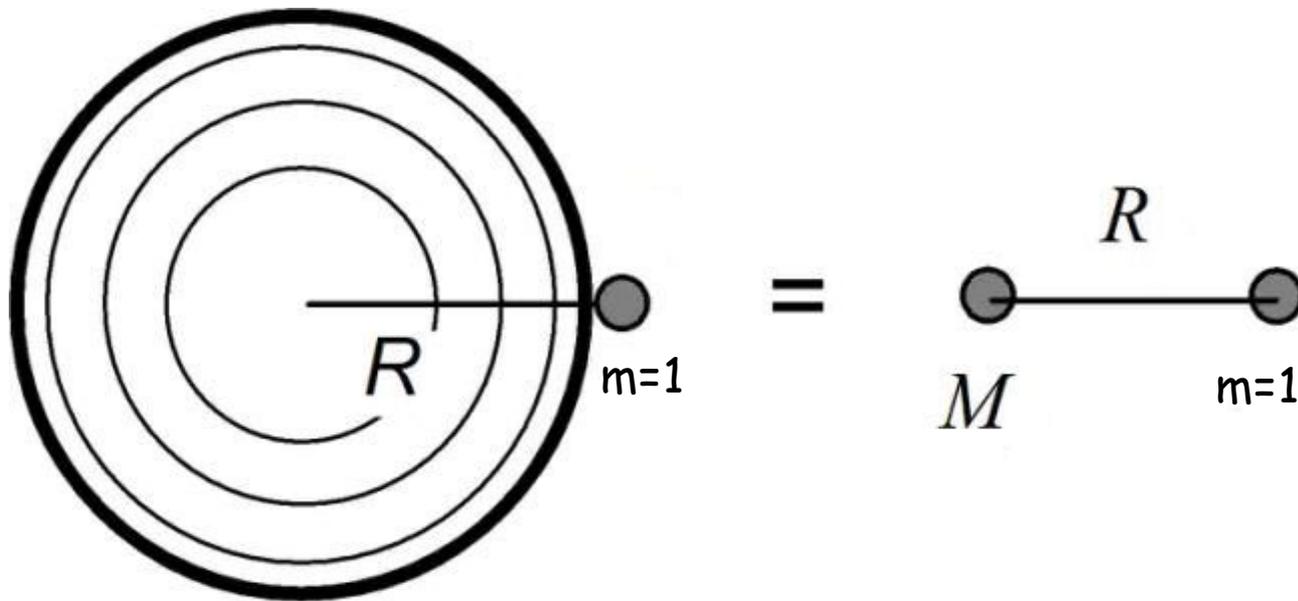
$$-\frac{\partial V}{\partial z} = G \frac{M}{r^2} \frac{z}{r} = a \cos \gamma = a_z = g \quad \mathbf{a} = -\left(\frac{\partial V}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial V}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial V}{\partial z} \mathbf{k} \right) = -\mathit{grad}(V)$$



Скалярный потенциал удобнее суммировать, чем векторное ускорение

Притяжение слоистой сферической Земли

$$g = G \frac{M}{R^2}$$



5.2 Плотность минералов и горных пород

$$\sigma = \frac{m}{V} = \frac{m_T + m_{Ж} + m_{Г}}{V} = \frac{\sigma_T V_T + \sigma_{Ж} V_{Ж} + \cancel{\sigma_{Г} V_{Г}}}{V}$$

$$n = \frac{V_{пор}}{V}, S = \frac{V_{Ж}}{V_{пор}} \quad n - \text{пористость, } S - \text{насыщенность}$$

$$\sigma = (1 - n)\sigma_T + \sigma_{Ж} n S$$

T - твердая, ж - жидкая, г - газовая фазы

Жидкая фаза

Вода: $1.010 - 1.240 \text{ г/см}^3$

Нефть: $0.72 - 1 \text{ г/см}^3$

Минералы: плотность зависит от

- Пористости;
 - Средней атомной массы;
 - Упаковки (ионный радиус, валентность, тип связи)
 - *Плотность рудных минералов определяется в большей степени атомной массой, а породообразующих – упаковкой*
-

Классификация минералов по плотности

Плотные: $\sigma > 4.0 \text{ г/см}^3$ -

Ау (21.3), уранинит (9.0), касситерит (7.03), гематит (5.2), магнетит (5.1), пирит (4.9), циркон (4.7), хромит (4.4), барит (4.5)

Средней плотности: $\sigma = 2.5 \dots 4.0 \text{ г/см}^3$ -

Серпентин (2.55), кварц (2.6) плагиоклазы (2.62 Ab) (2.76 An), амфиболы (2.85-3.6), пироксены (3.18-3.3) алмаз (3.5*)

Малой плотности: $\sigma < 2.5 \text{ г/см}^3$ -

Янтарь (1.6), опал (2.0*), графит (2.2), гипс (2.3) ортоклаз (2.47), галит (2.17)

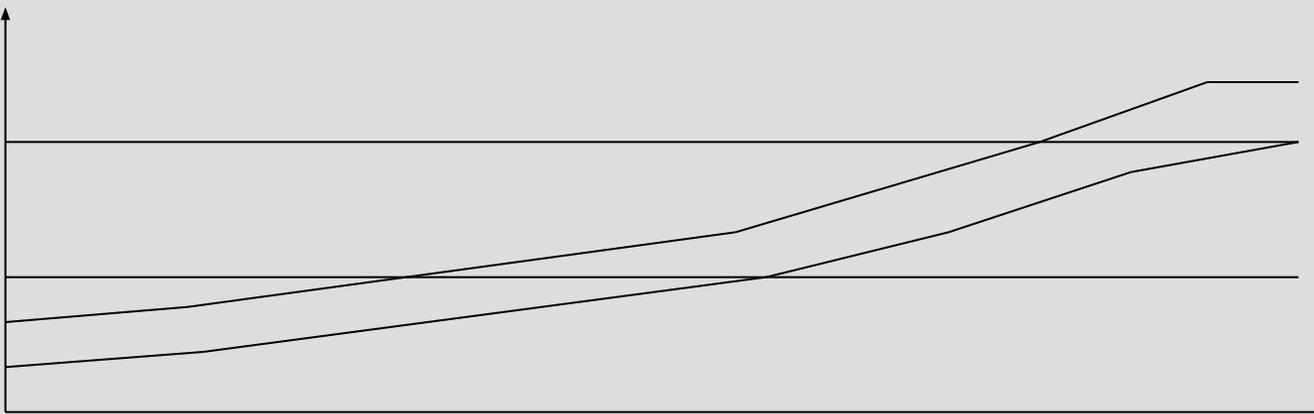
Магматические породы

$\sigma, \text{Г/см}^3$

3.2

2.8

2.4

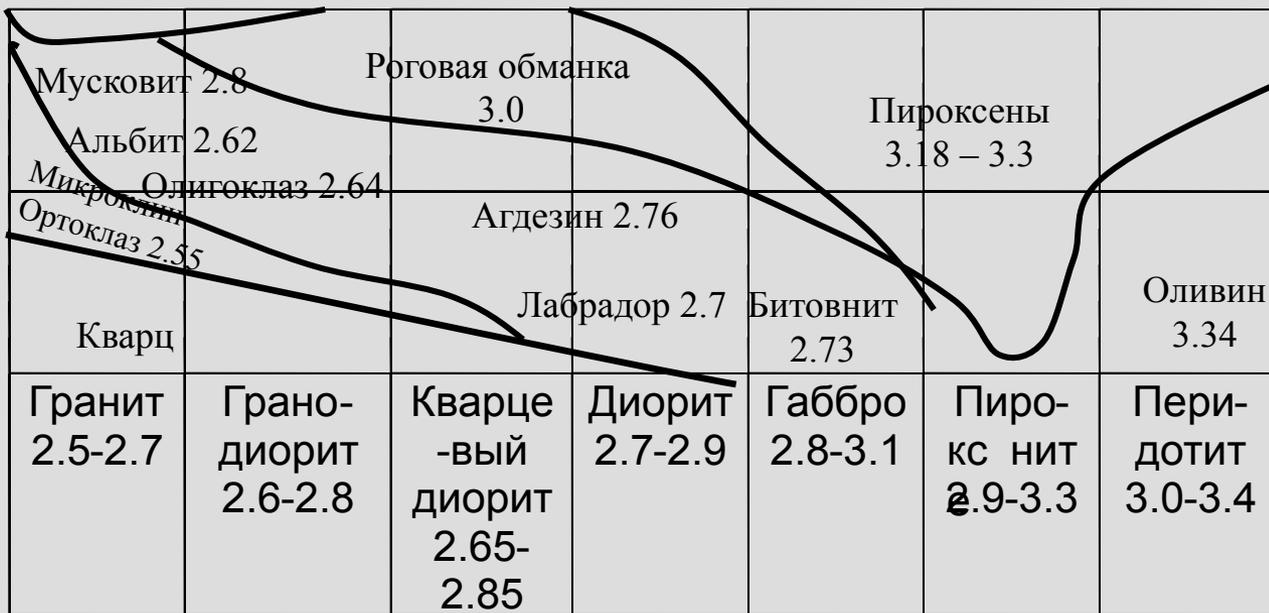


Биотит 3.05

100

50

0



Осадочные породы

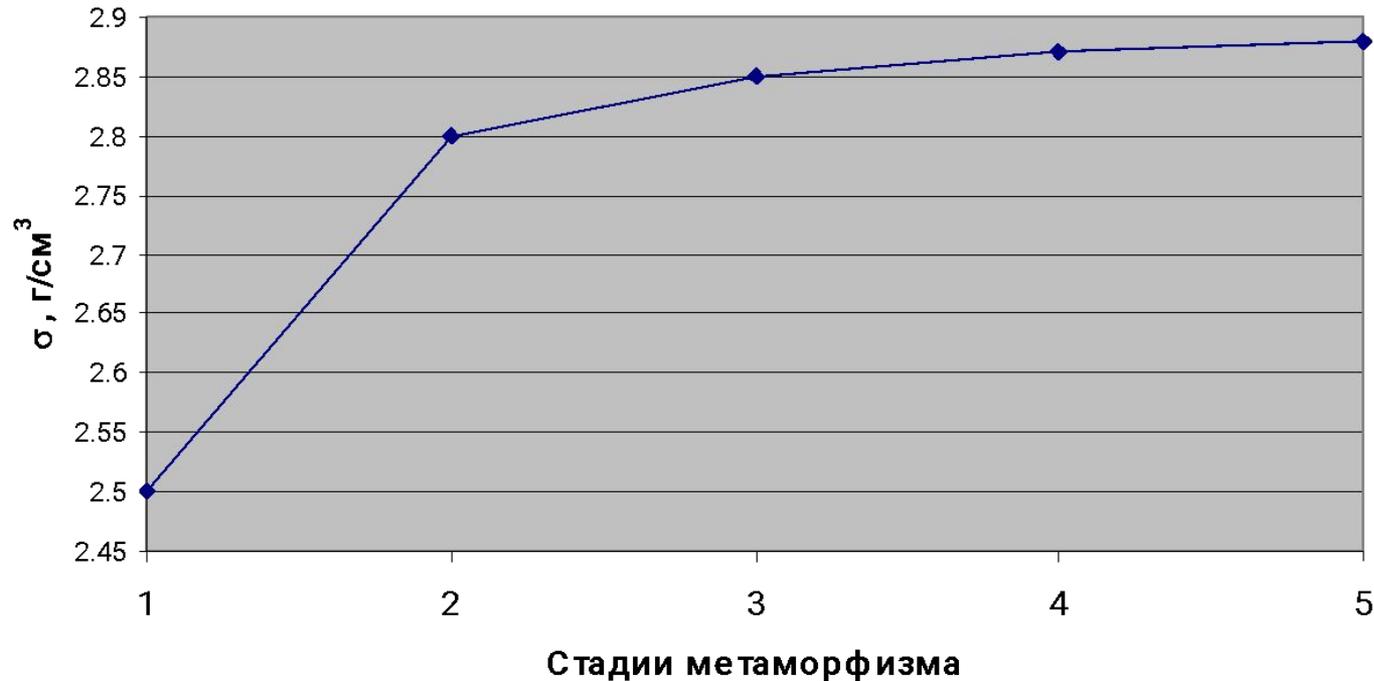
Песчаники	Сланцы	Известняки	Доломиты	Каменная соль
1.6 - 2.7	1.6 - 2.7	1.9 - 2.9	2.0 - 2.9	2.12 - 2.22

$\sigma = 2.72 - 2.5 \cdot n$ - для терригенных пород (по экспериментальным данным)

$n = n_0 \exp(-0.45h)$ - экспериментальная зависимость пористости песчаников от глубины залегания

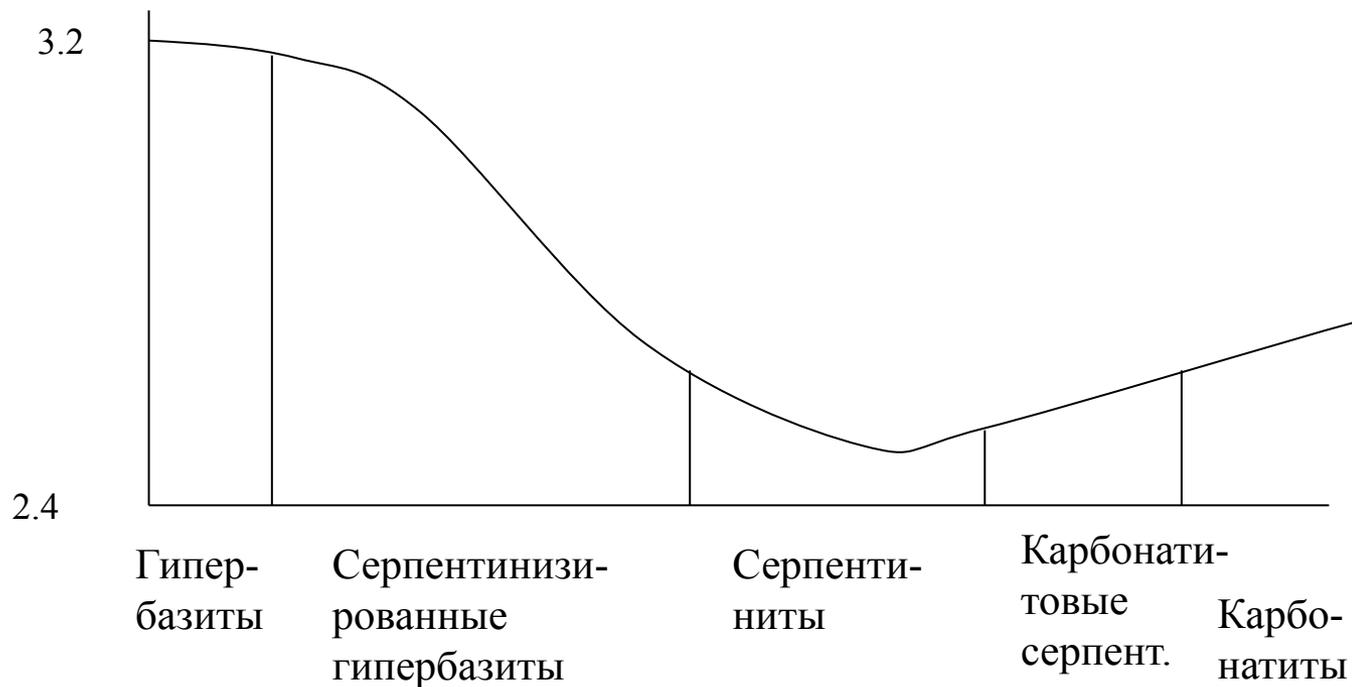
Метаморфические породы

Изменение плотности глинистых сланцев при региональном метаморфизме



1 - глинистый сланец, 2 - филлиты, 3 - уплотненные филлиты,
4 - биотитовые гнейсы, 5 - кордиерит-биотитовые гнейсы

Метаморфические породы



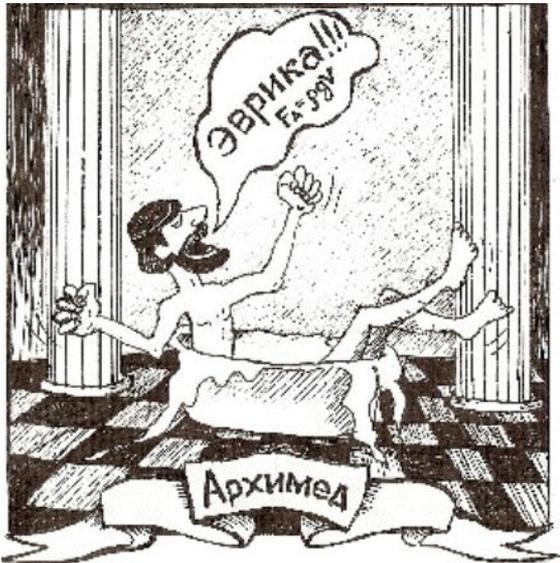
Метаморфические породы: как правило

- Первично осадочные породы уплотняются
 - Магматические породы становятся легче
 - Бывают и исключения: (рассланцевание магматических пород без их перекристаллизации и изменения химического состава при слабом динамометаморфизме)
-

Измерение плотности

Гидростатическое
взвешивание
образцов

$$\sigma = \frac{P_1}{P_1 - P_2}$$

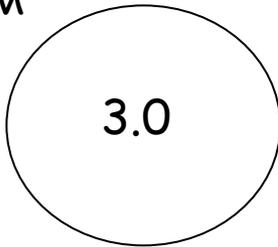


P_2 - вес в воде
 P_1 - вес в воздухе

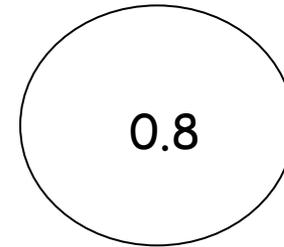
Использование гамма-излучения
(раздел о радиометрии)

Избыточная плотность

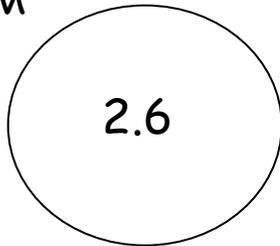
$$\sigma = 2.2 \text{ г/см}^3$$



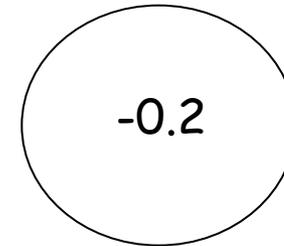
=



$$\sigma = 2.8 \text{ г/см}^3$$



=



5.3 Редукции силы тяжести

Единицы измерения:

- м/с^2 – слишком много
 - $\text{см/с}^2 = 10^{-2} \text{ м/с}^2 = \text{Гал}$ - тоже
слишком много
 - $10^{-5} \text{ м/с}^2 = 10^{-3} \text{ Гал} = \text{мГал}$
-

Зависимость силы тяжести от широты: теоретическое описание на основе эллипсоида вращения

- Референц-эллипсоид – эллипсоид вращения с экваториальным радиусом 6378 км и полярным радиусом 6357 км (сжатие $3.3 \cdot 10^{-3}$);
- Зависимость поля референц-эллипсоида от широты:

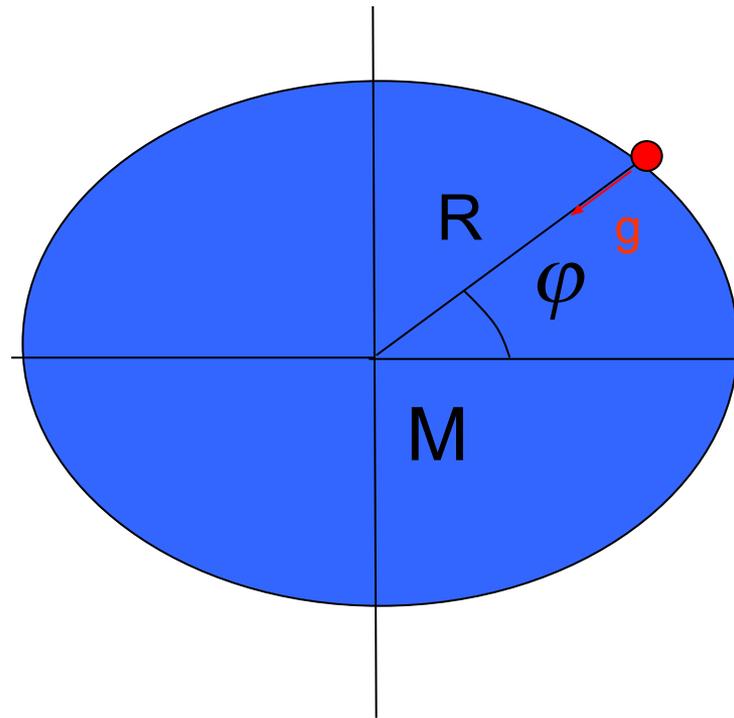
$$\gamma = \gamma_0 (1 + c_1 \sin^2(\varphi) + c_2 \sin^4(\varphi)),$$

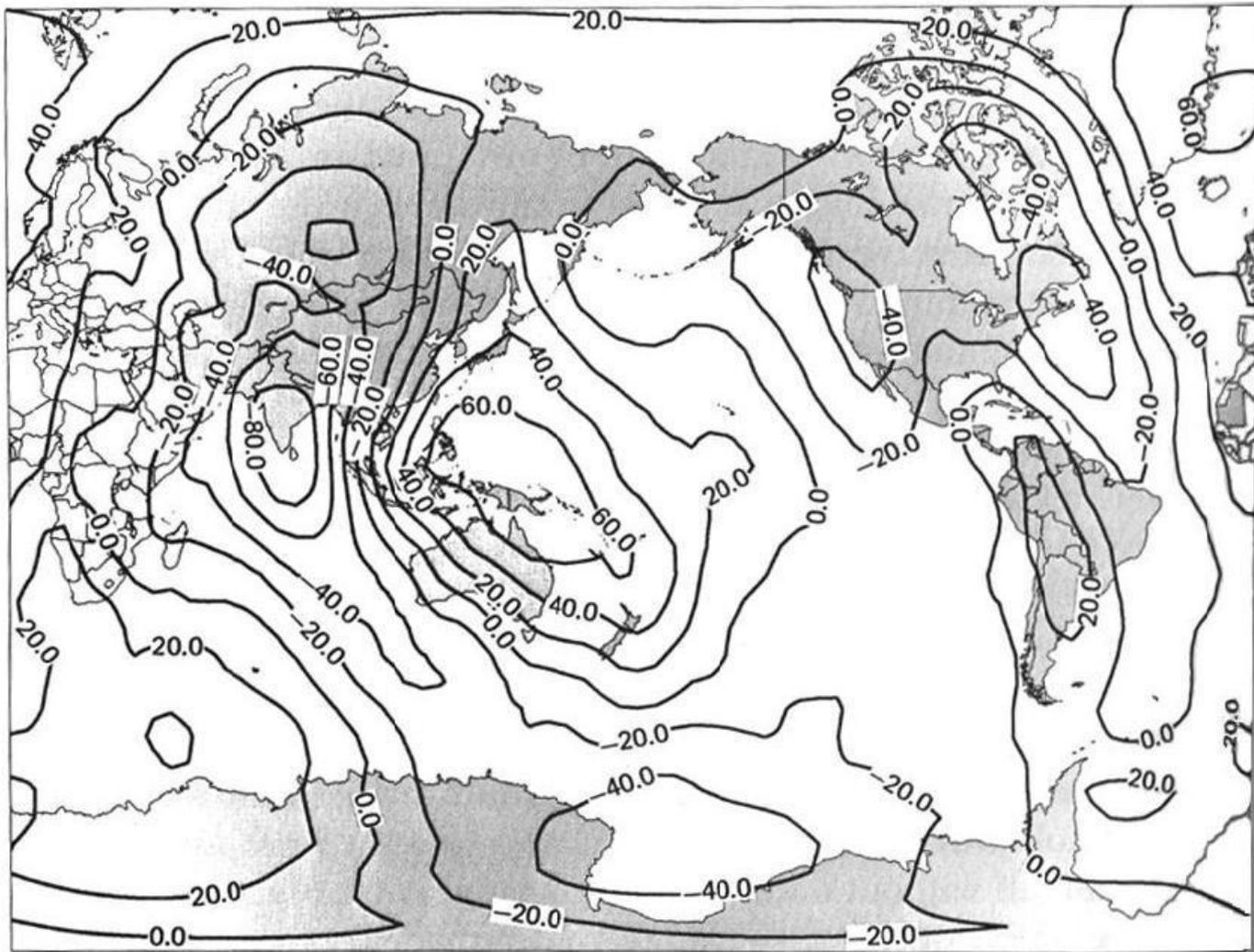
$$\gamma_0 = 9.78031846 \text{ м/с}^2,$$

$$c_1 = 0.005278895,$$

$$c_2 = 0.000023462$$

(модель GRS 1967 г.)





Высотные аномалии геоида

Геоид: Геоид: экспериментальное описание поверхности Земли - эквипотенциальная поверхность поля силы тяжести, совпадающая с невозмущенной поверхностью Мирового океана

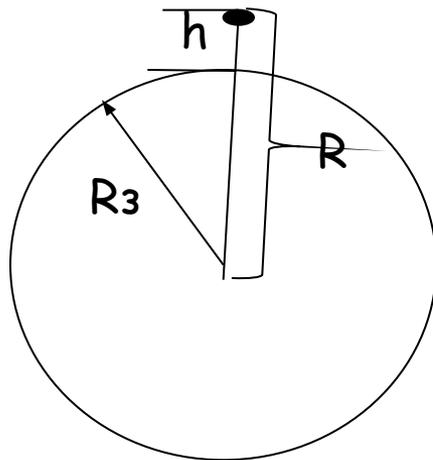
Аномалия силы тяжести

$$\Delta g = g - \gamma$$

Правильно характеризовала бы гравитационное поле, если бы оно было измерено на уровне моря

Внимание:

Разновысотные измерения!



$$g = G \frac{M}{R^2}$$

$$R = R_3 + h$$

$$\begin{aligned} \frac{dg}{dh} &= \frac{dg}{dR} = -2G \frac{M}{R^3} \\ &= -\frac{2}{R} G \frac{M}{R^2} = -2 \frac{g}{R} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \delta g_h = -2 \frac{g}{R} h \Rightarrow \\ &\Rightarrow \delta g_h = -0.3086h \end{aligned}$$

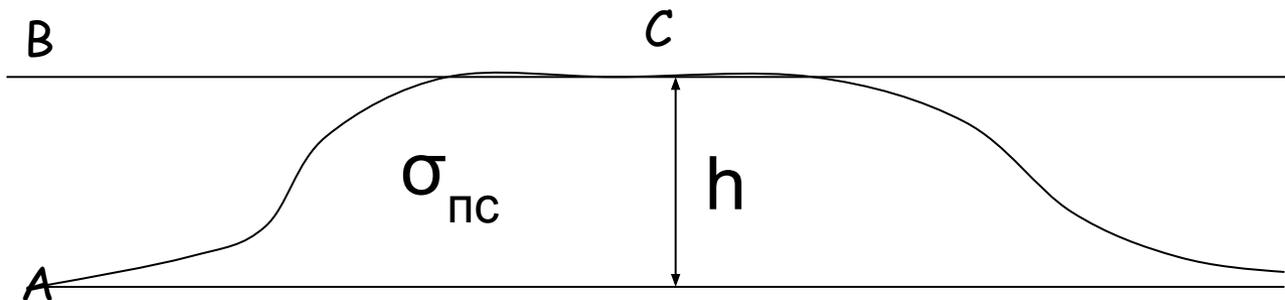
Аномалия Фая
(в свободном воздухе)

Редукция Фая

$$\Delta g = g - (\gamma + \delta_h) = g - \gamma + 0.3086h$$

Внимание!

Что не учитывается в редукции Фая?



$$\delta g_{nc} = 2\pi G \sigma_{nc} h = 0.0419 \sigma_{nc} h$$

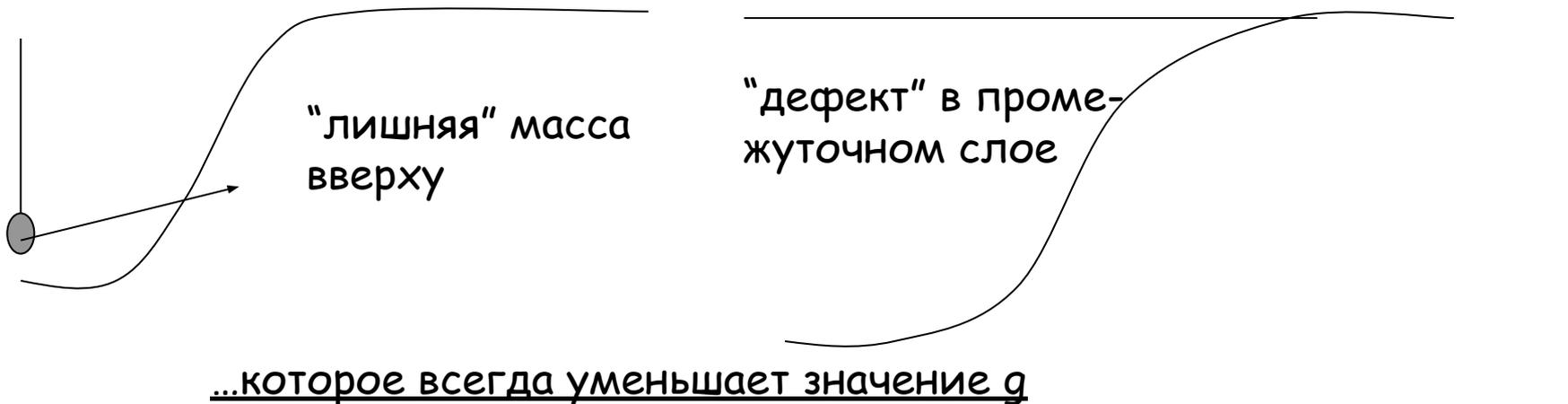
Притяжение промежуточного слоя

Редукция Буге

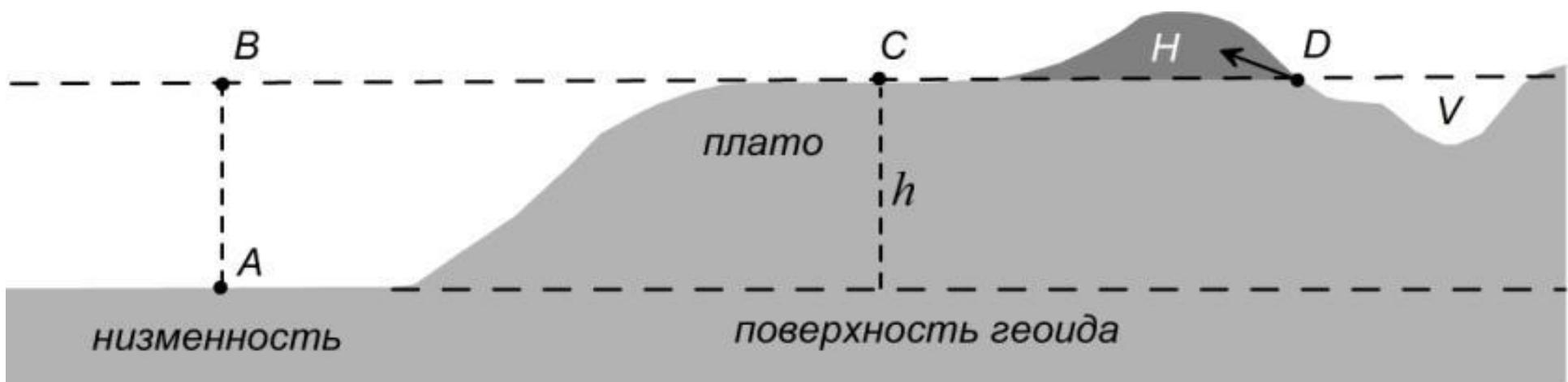
$$\Delta g = g - \gamma + (0.3086 - 0.0419\sigma_{nc})h$$

$\sigma_{nc} = 2.67 \text{ г/см}^3$ (стандартное значение) и
 $= 2.3 \text{ г/см}^3$ (осадочные породы)

Не учтено только влияние рельефа...

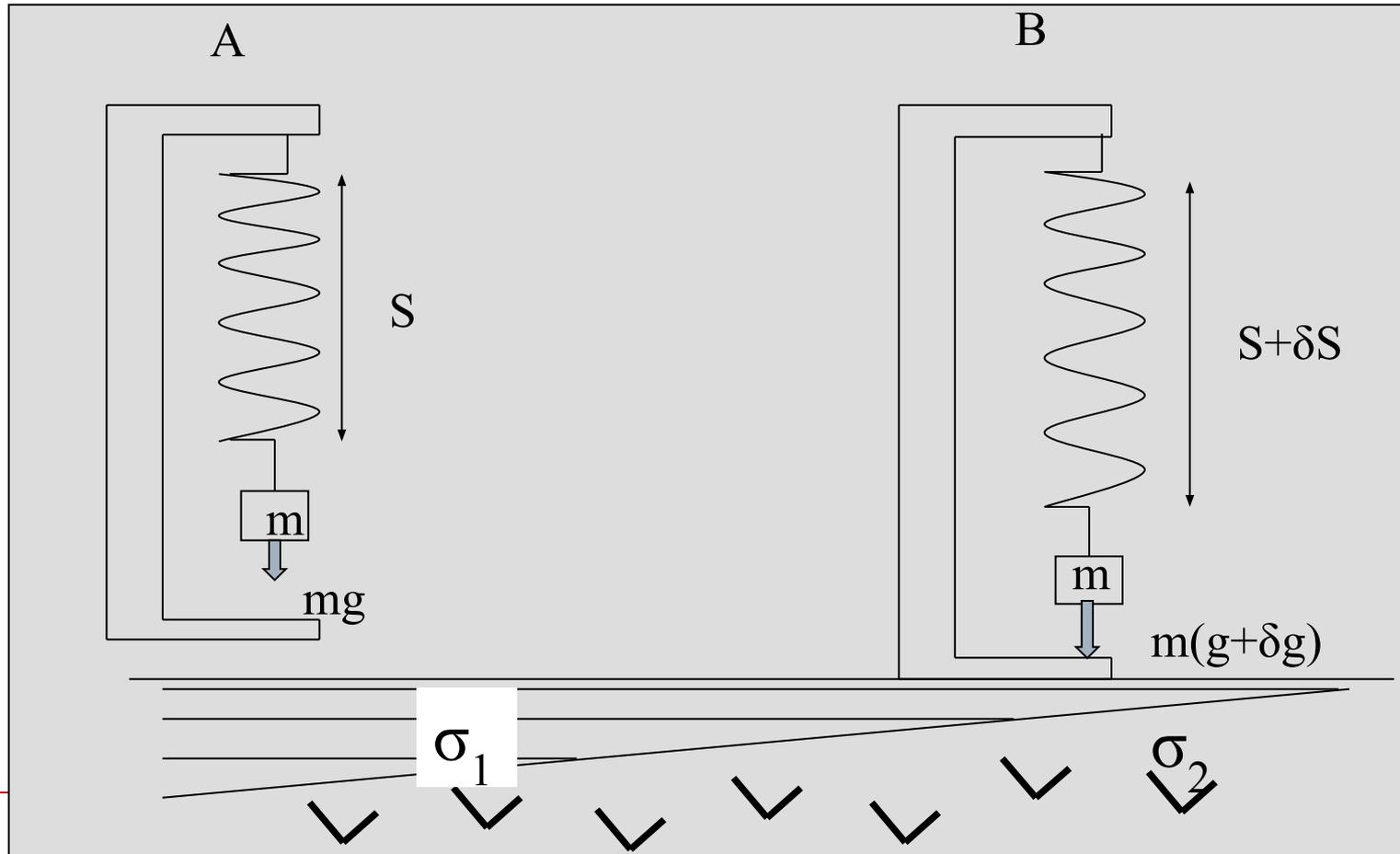


Резюме: последовательность редукций

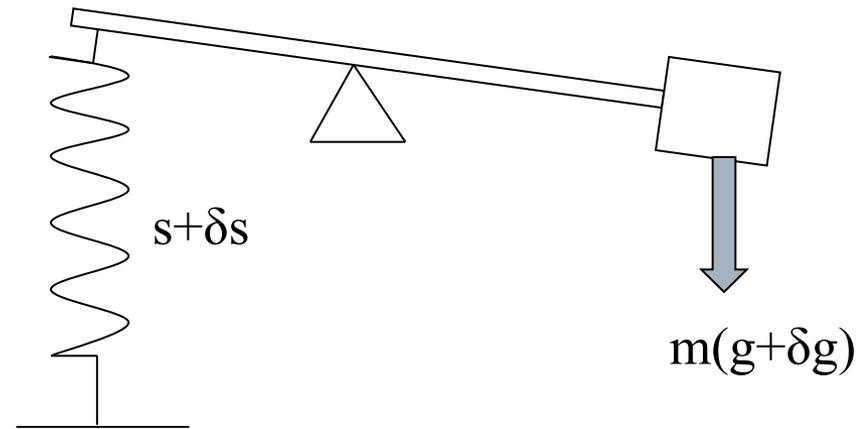
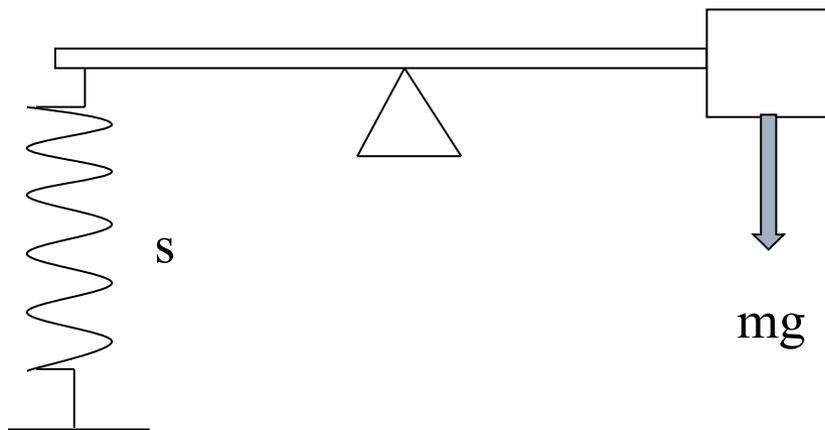


5.4 Измерение гравитационного поля

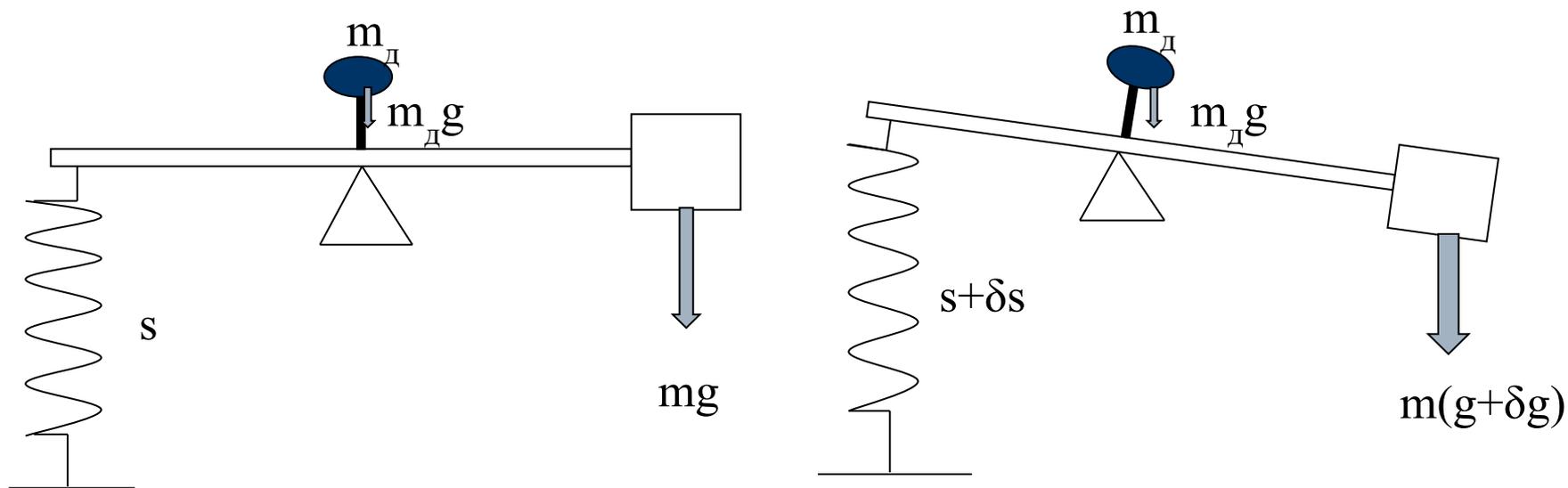
Принцип статического гравиметра: простая пружина



Или пружина с рычагом

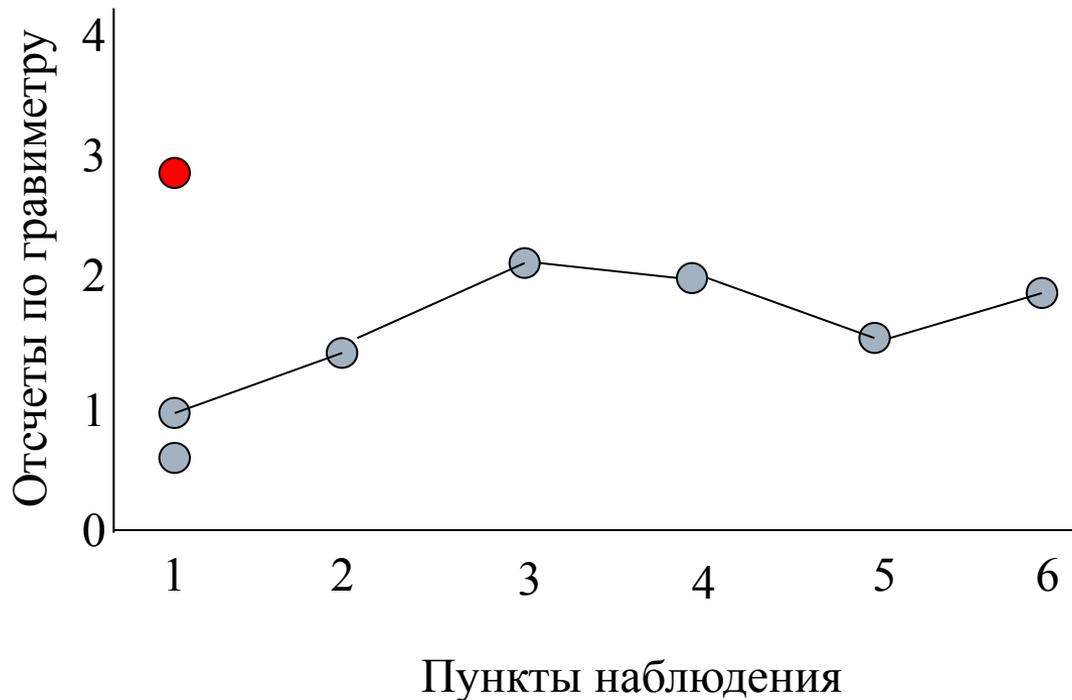


Необходим “усилитель”- принцип астазирования гравиметра



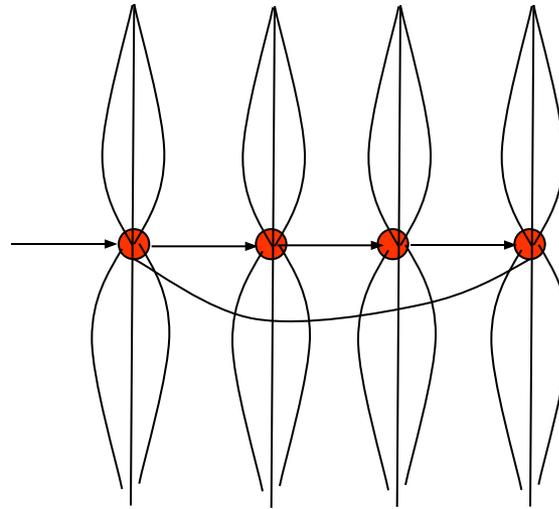
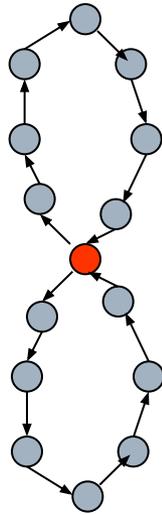
Вместо m_D обычно используют дополнительную пружину

Смещение нуля гравиметра



Что мы измеряем, аномалию или смещение нуля прибора?

Как учесть смещение нуля?



- Пункты рядовой съемки
- Опорные пункты

5.5 Интерпретация гравитационных аномалий

- Простейший случай: аппроксимация реальных геологических объектов телами простой формы
 - Составные тела и их подбор
 - Однозначно ли решение, которое мы получаем?
-

5.4.1 Аномалии тел простой формы

- Горизонтальный круговой цилиндр
 - Материальная полуплоскость
 - Уступ
 - Шар
-

Горизонтальный круговой цилиндр

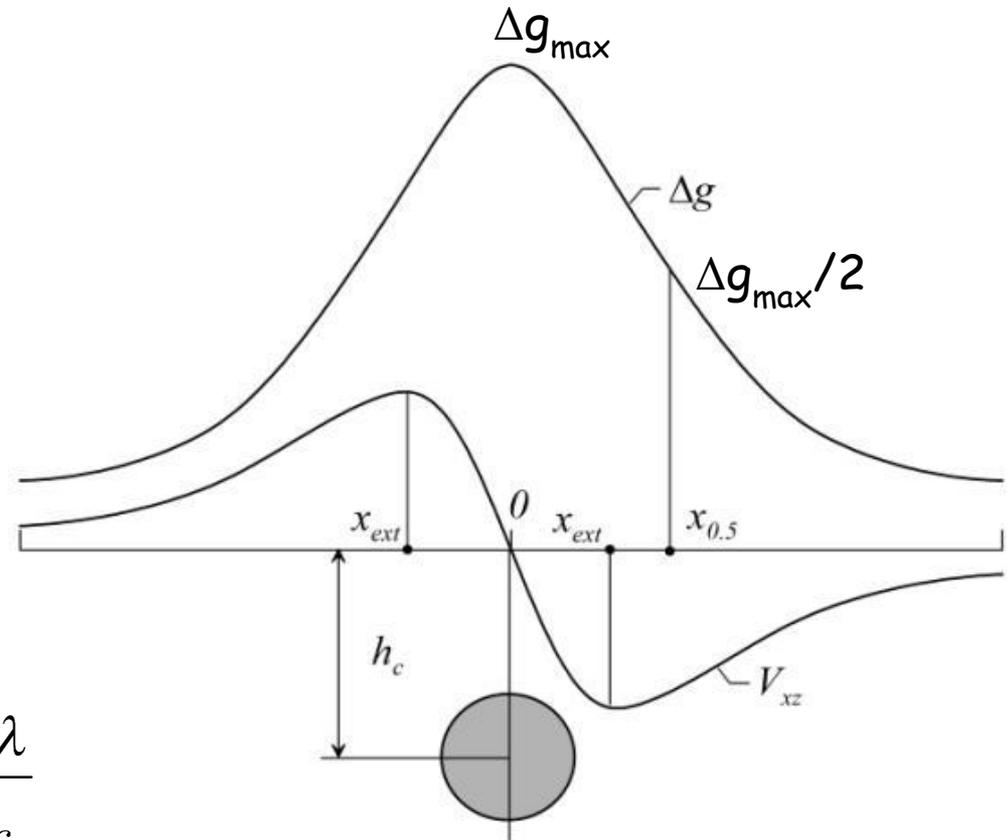
$$\Delta g = 2G\lambda \frac{h_c}{x^2 + h_c^2}$$

$$V_{xz} = -4G\lambda \frac{h_c x}{(x^2 + h_c^2)^2}$$

$$\lambda = \sigma S$$

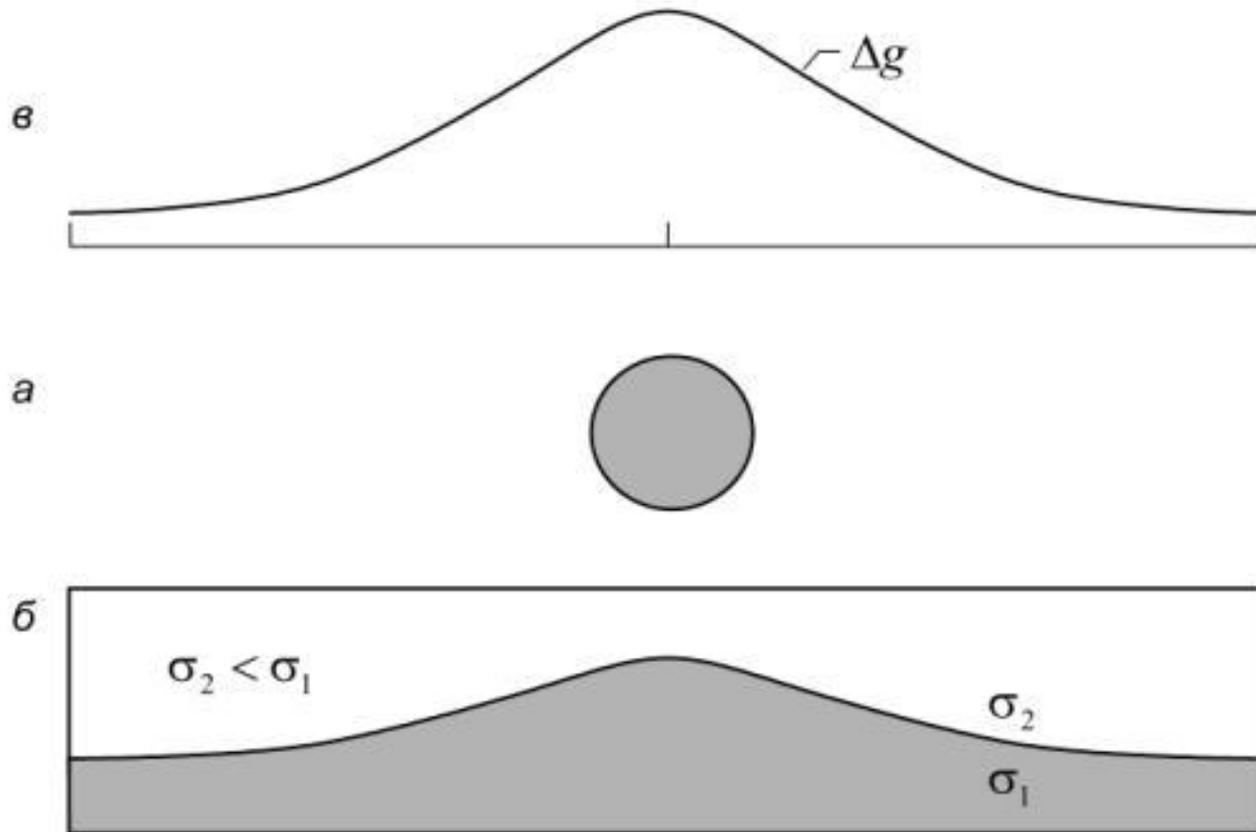
$$\Delta g_{\text{макс}} = \frac{2G\lambda}{h_c}$$

$$\frac{\Delta g_{\text{макс}}}{2} = 2G\lambda \frac{h_c}{x_{0.5}^2 + h_c^2} = \frac{G\lambda}{h_c}$$



$$x_{0.5} = h_c \quad \lambda = \frac{\Delta g_{\text{макс}} h_c}{2G}$$

Складка: модель эквивалентная цилиндру по полю: два столь разных объекта могут создавать тождественно равные поля

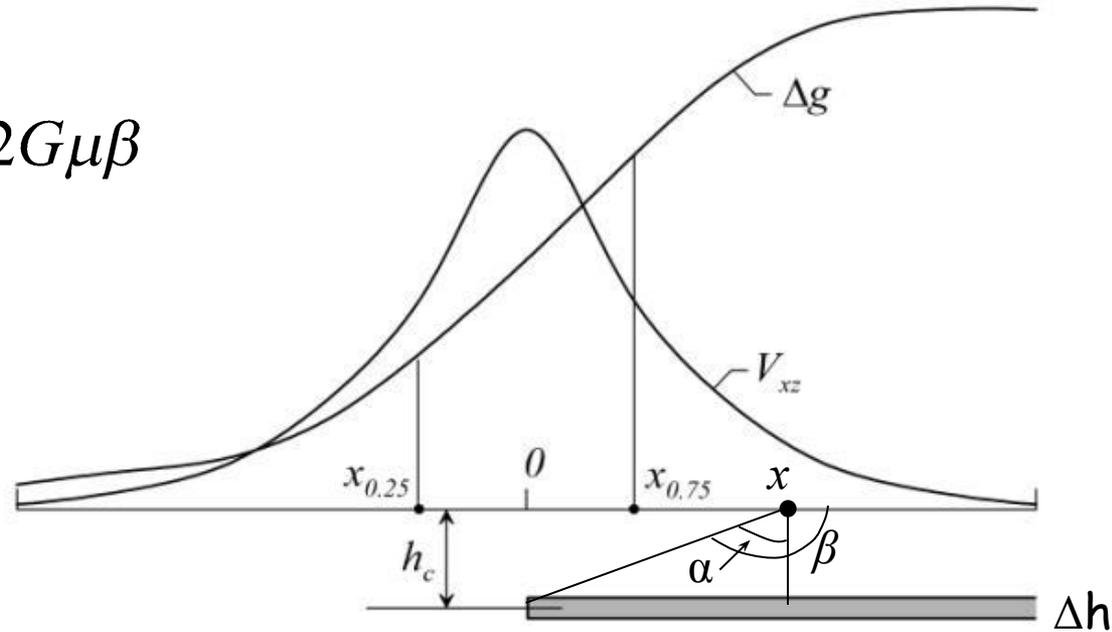


Горизонтальная полуплоскость: “гравитационная ступень”

$$\Delta g = 2G\mu \left(\frac{\pi}{2} + \operatorname{arctg} \frac{x}{h_c} \right) = 2G\mu\beta$$

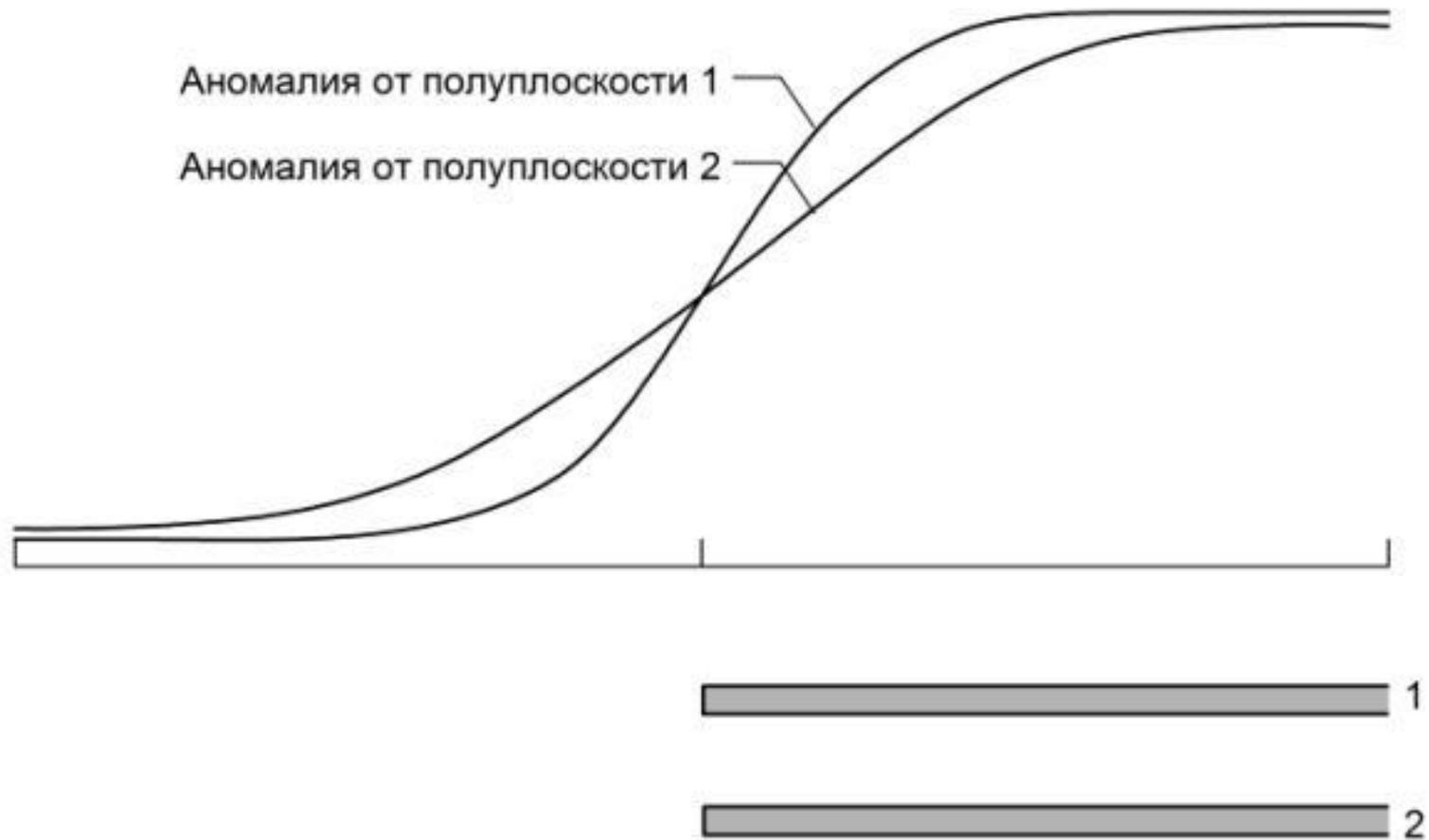
$$\mu = \sigma\Delta h$$

$$V_{xz} = 2G\mu \frac{h_c}{h_c^2 + x^2}$$



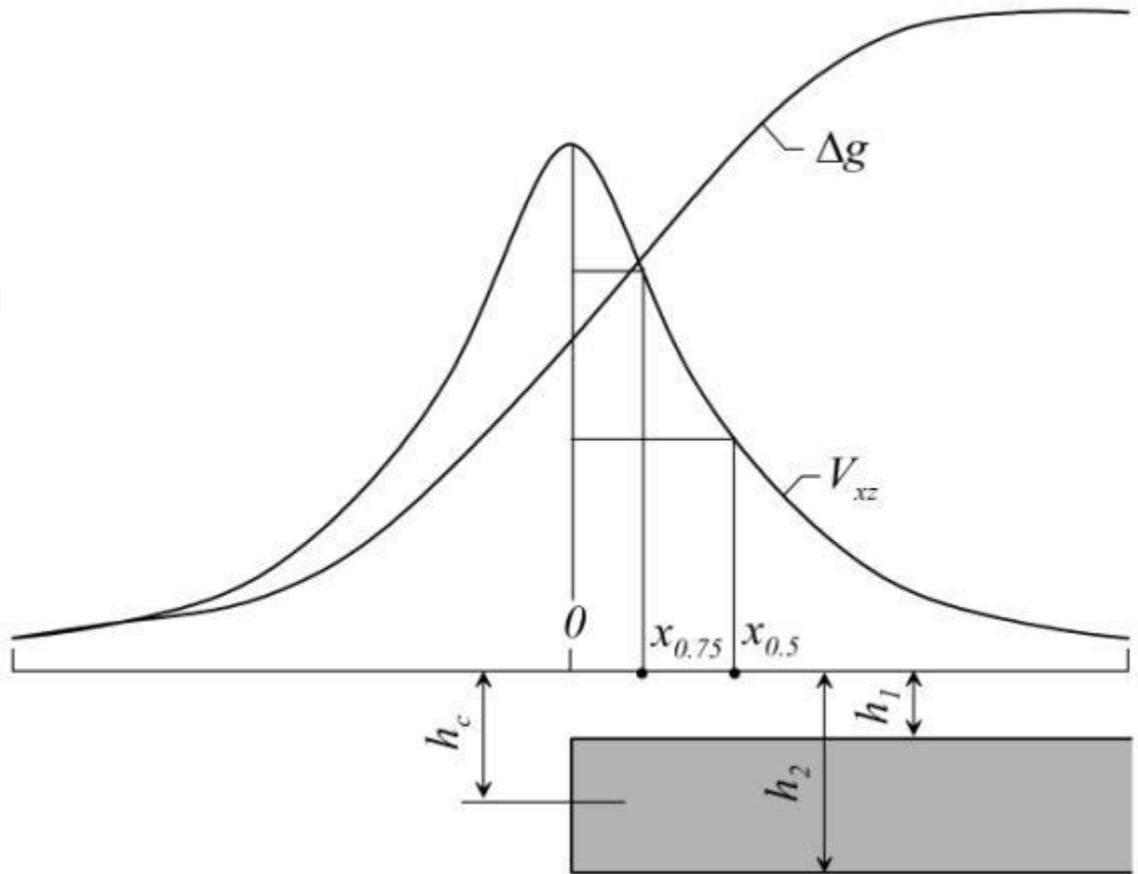
$$|x_{0.25}| = |x_{0.75}| = h_c$$

$$\Delta g(+\infty) = 2G\mu \left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} \right) = 2G\mu\pi$$



Влияние глубины залегания полуплоскости на форму аномалии

Уступ



$$\Delta g = G\sigma \left(\pi(h_2 - h_1) + 2h_2 \operatorname{arctg} \frac{x}{h_2} - 2h_1 \operatorname{arctg} \frac{x}{h_1} + x \ln \frac{x^2 + h_2^2}{x^2 + h_1^2} \right)$$

$$V_{xz} = G\sigma \ln \frac{x + h_2^2}{x + h_1^2}$$

$$\Delta g(+\infty) = 2\pi G\sigma(h_2 - h_1) \Rightarrow h_2 - h_1 = \frac{\Delta g(+\infty)}{2\pi G\sigma}$$

Предельное значение аномалии не зависит от глубины!

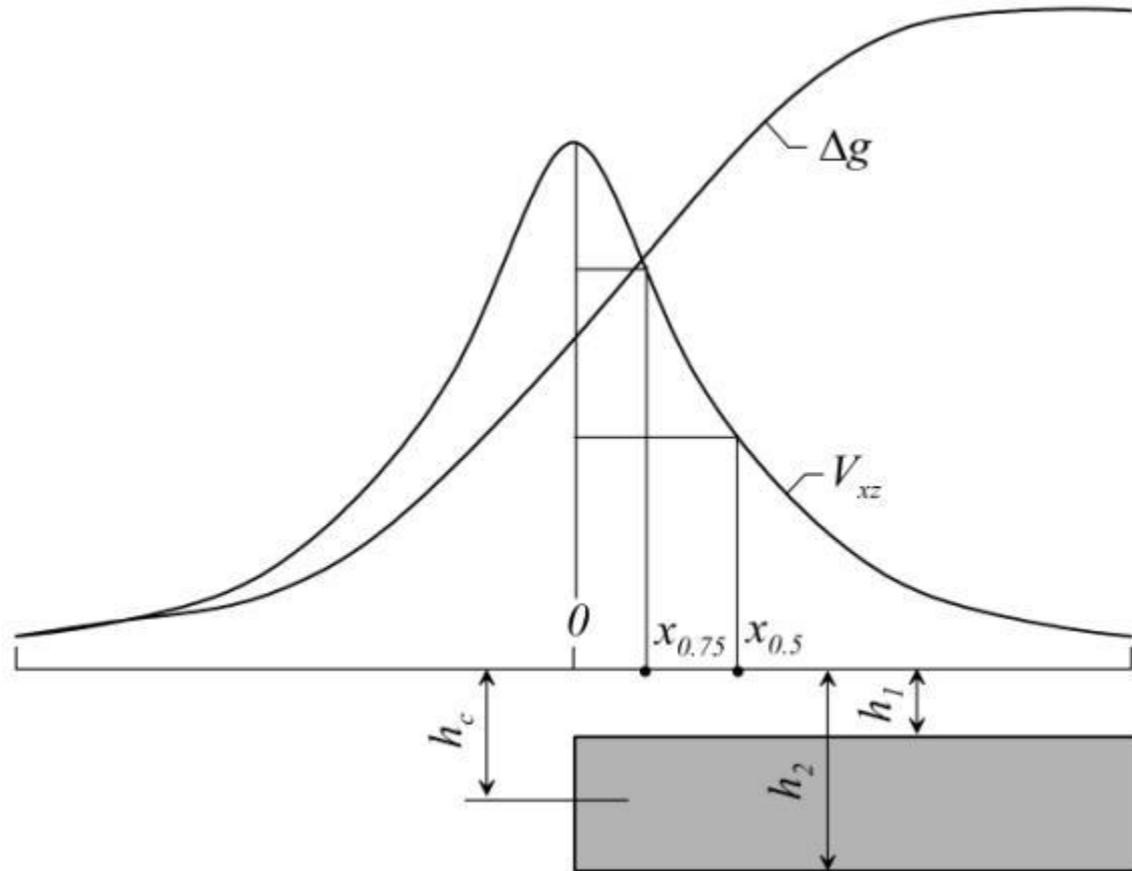
Глубина залегания центра сечения определяется как для полуплоскости

Глубину залегания верхней и нижней кромок
можно определить по V_{xz}

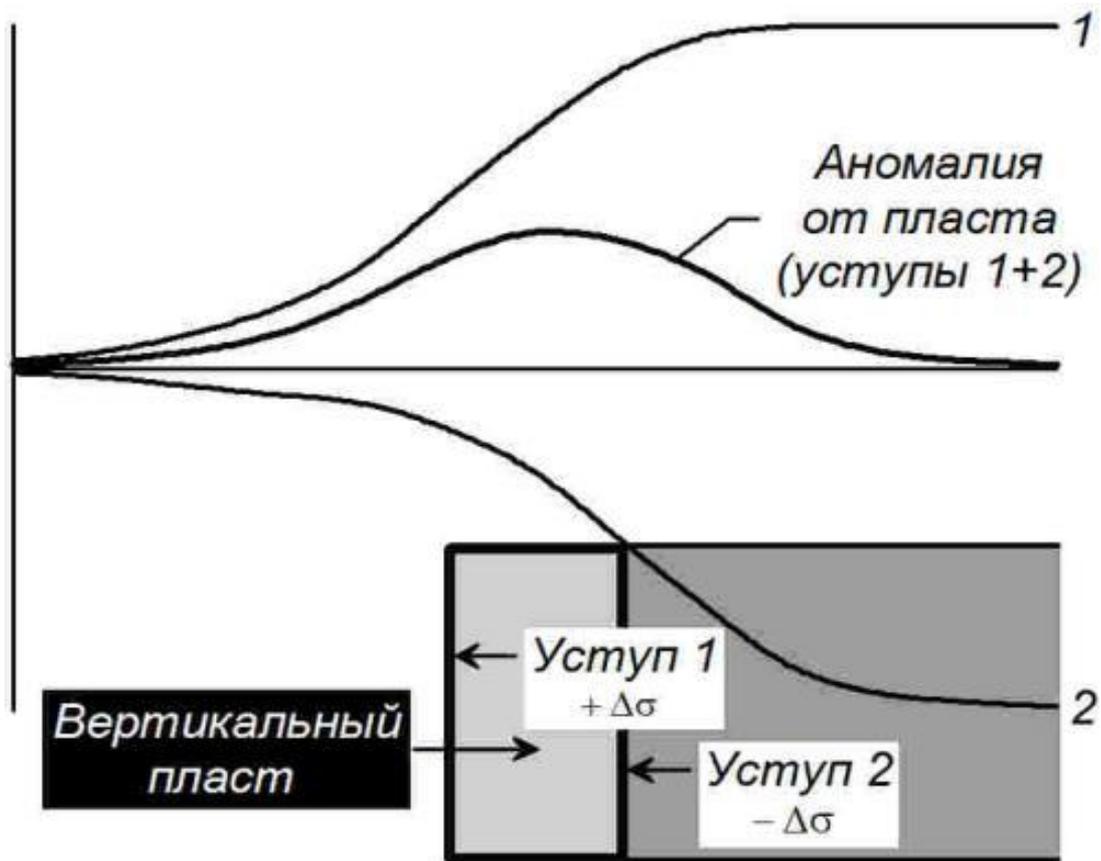
$$h_c = \frac{(x_{0.5}^2 + x_{0.75}^2)x_{0.5}}{x_{0.75}^2}$$

$$h_{1,2} = h_c \pm \sqrt{h_c^2 - x_{0.5}^2}$$

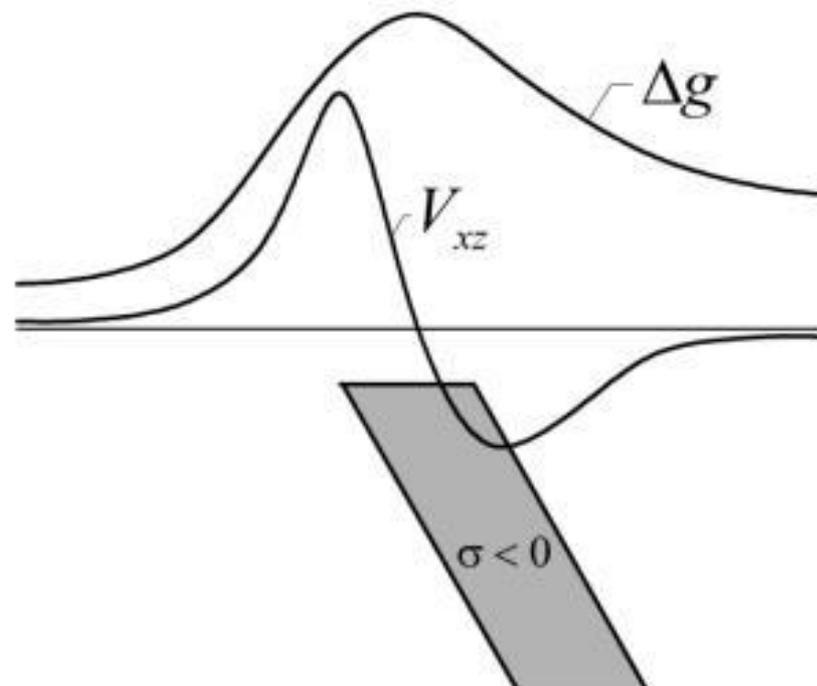
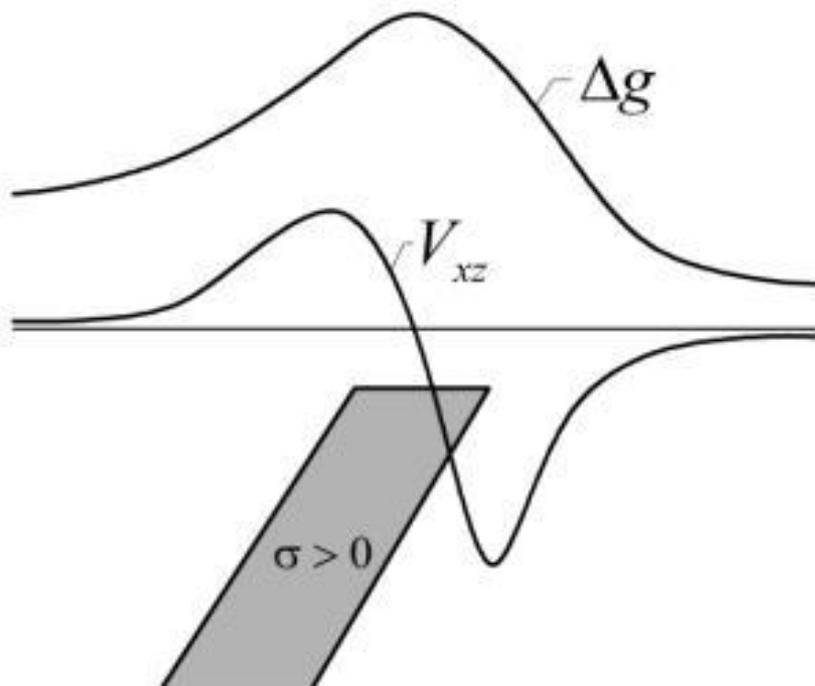
$$\sigma = \frac{V_{xz \max}}{2G(\ln h_2 - \ln h_1)}$$



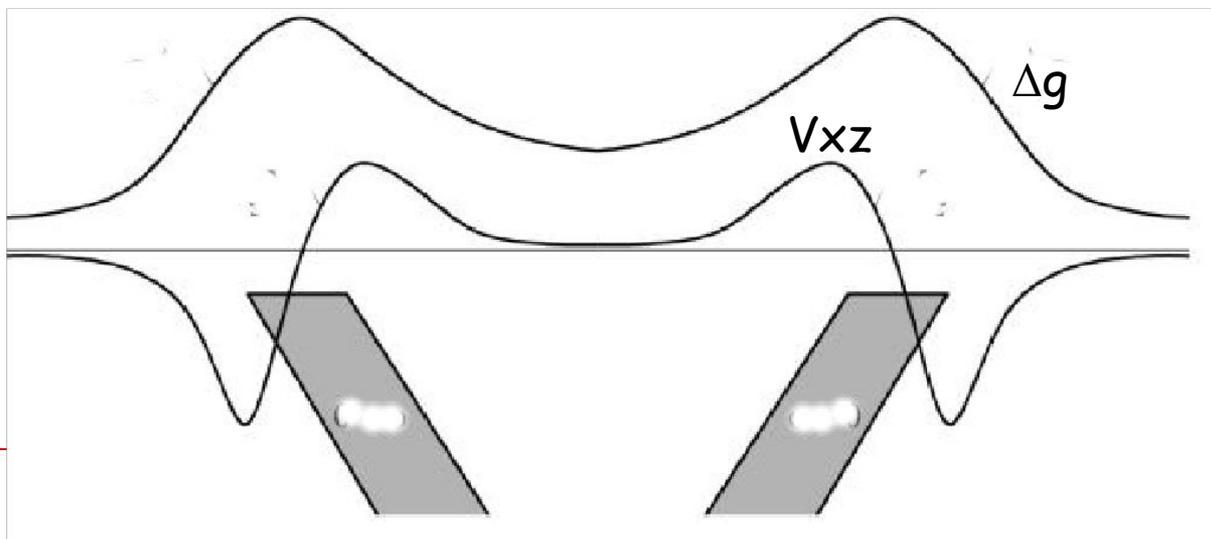
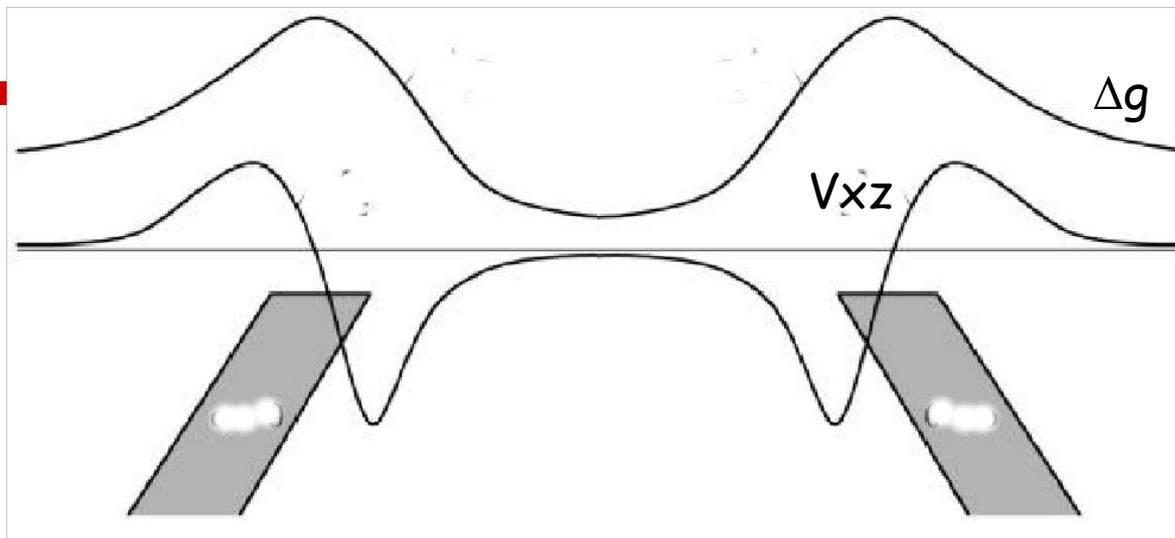
Вертикальный пласт



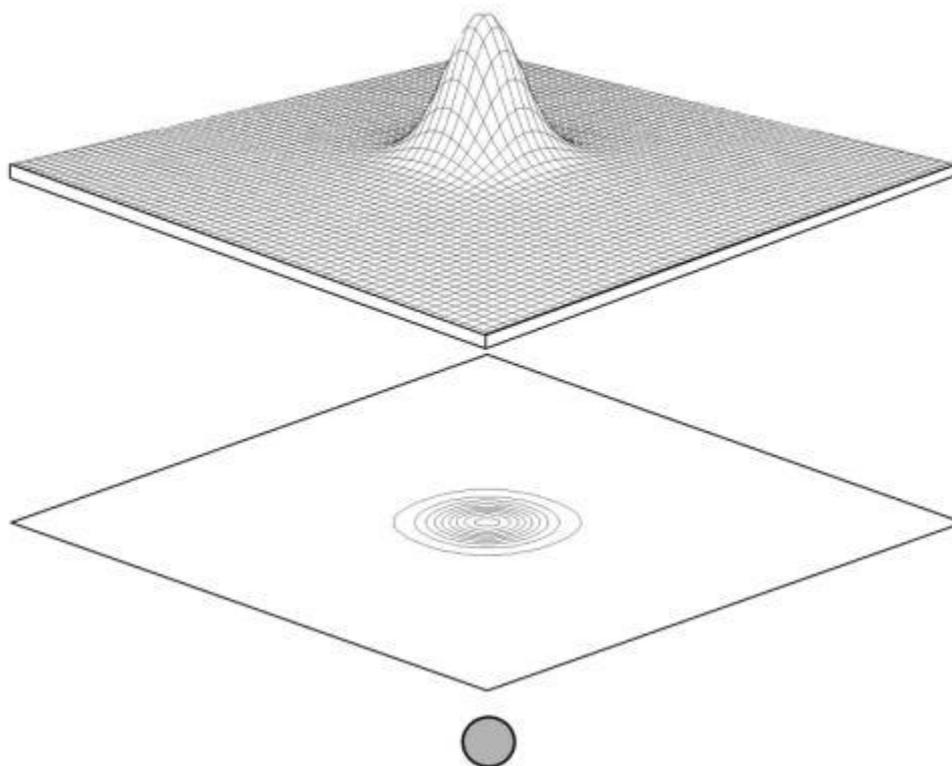
Наклонный пласт



Диагностика антиклинальной и синклинали по асимметрии аномалий



Шар



$$\Delta g = GM \frac{h_c}{(h_c^2 + x^2 + y^2)^{3/2}}$$

$$V_{xz} = -3GM \frac{x}{(h_c^2 + x^2 + y^2)^{5/2}}$$

$$\Delta g_{\text{макс}} = \frac{GM}{h_c^2}$$

По Δg :

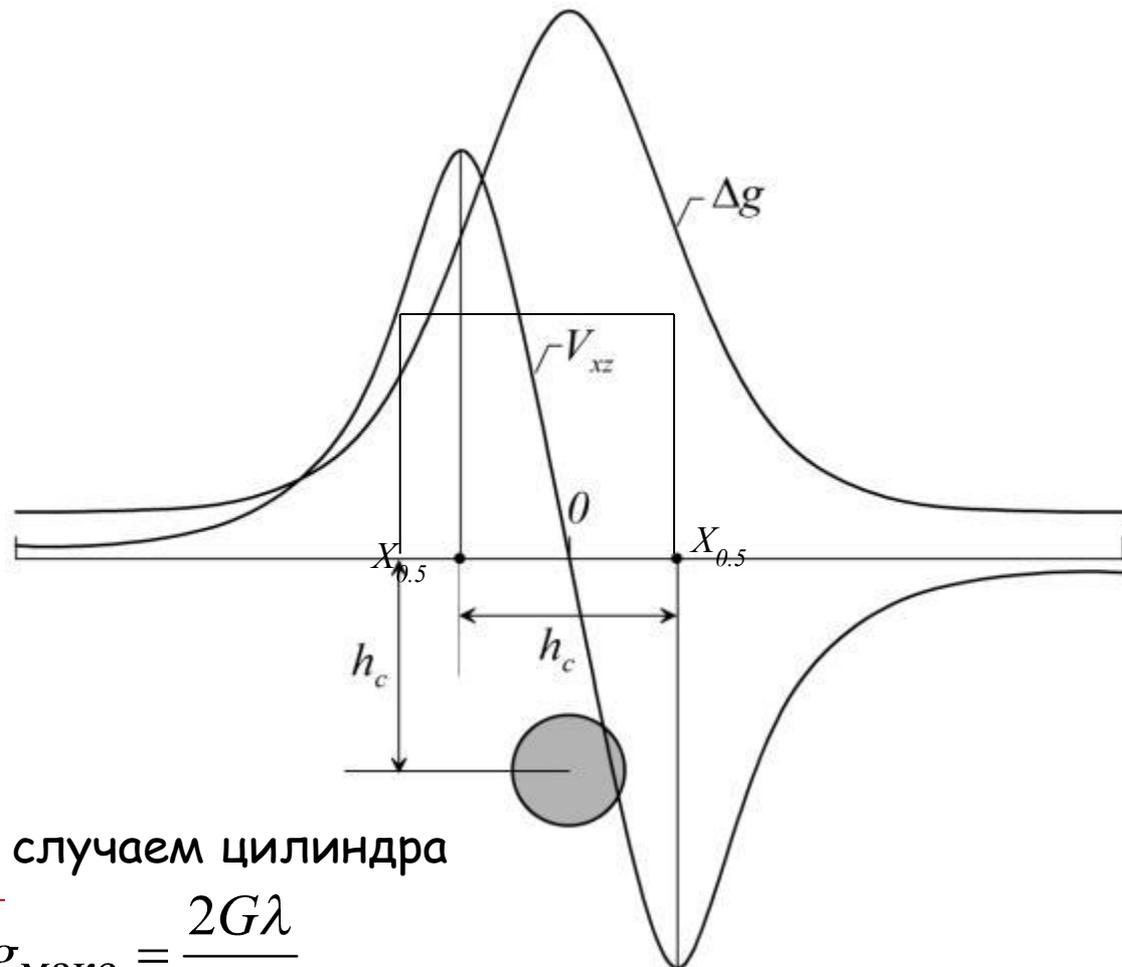
$$h_c = 1.31 x_{0.5}$$

По V_{xz} :

$$x_{\text{min,max}} = h/2$$

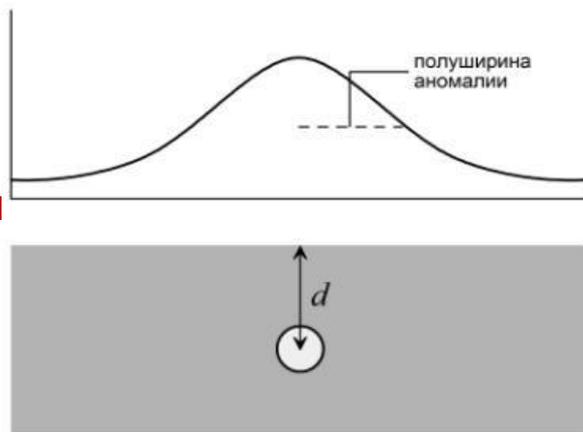
Сравните со случаем цилиндра

$$\Delta g_{\text{макс}} = \frac{2G\lambda}{h_c}$$



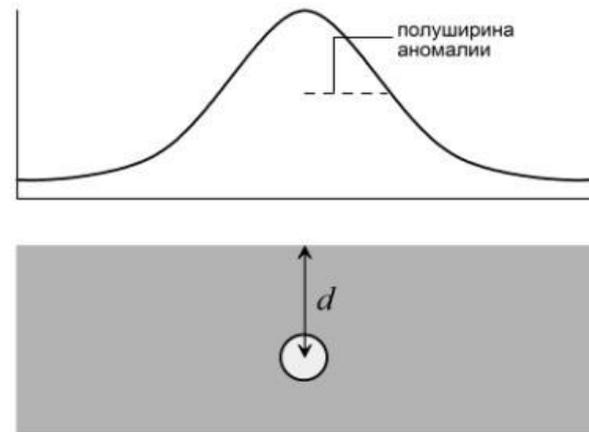
Резюме

(а) Горизонтальный цилиндр



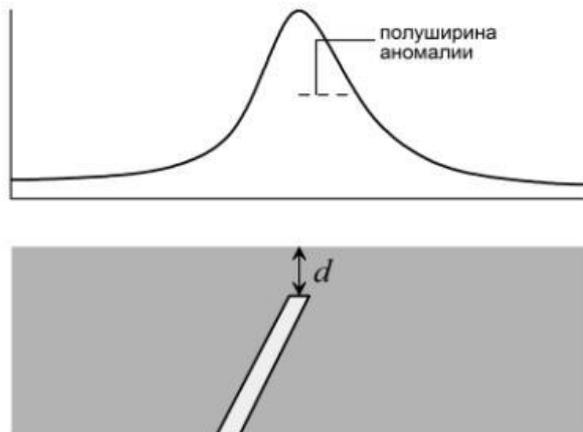
$$d = \text{полуширине аномалии}$$

(б) Сфера



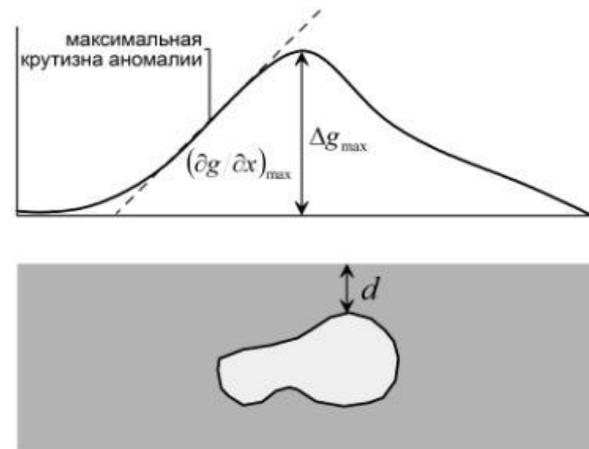
$$d = 1.3 \text{ полуширины аномалии}$$

(в) Наклонный пласт



$$d = 0.7 \text{ полуширины аномалии}$$

(г) Тело неправильной формы



$$d \leq 0.86 \times \Delta g_{\max} / (\partial g / \partial x)_{\max}$$

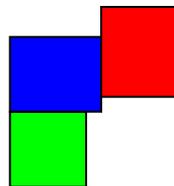
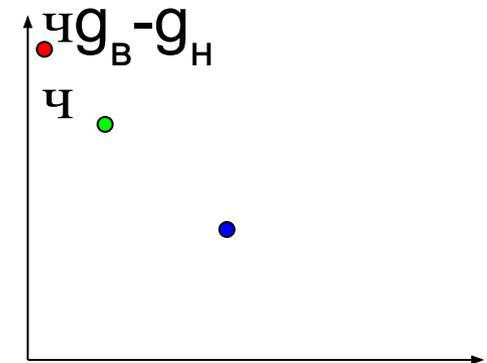
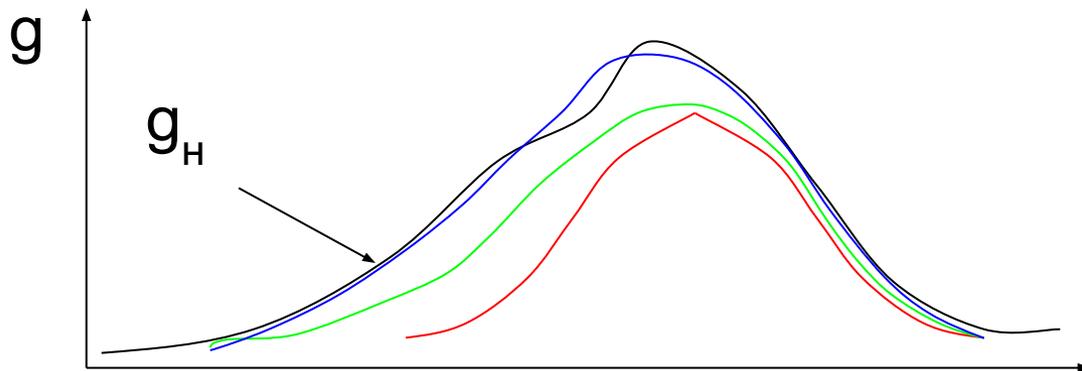
Выводы

- Знак аномалии Δg определяется знаком избыточной плотности: над относительно «легкими» ($\sigma < 0$) объектами фиксируются отрицательные аномалии, а над более плотными ($\sigma > 0$) — положительные;
 - Экстремальные значения Δg наблюдаются над центрами тяжести этих объектов, а их интенсивность прямо пропорциональна избыточной плотности и обратно пропорциональна для вытянутых тел глубине, а для изометричных тел - квадрату глубины.
-

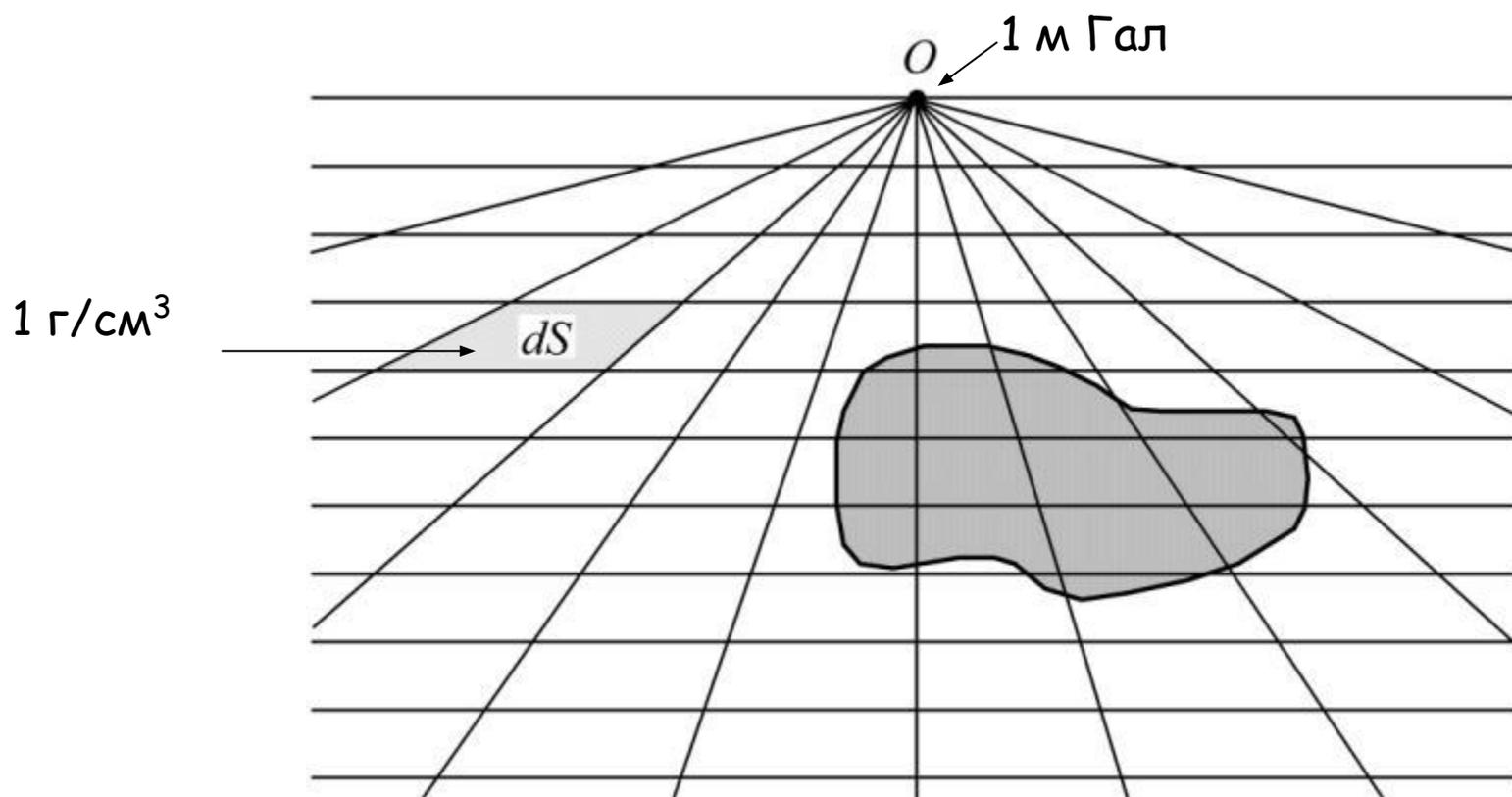
Выводы

- Форма аномалий Буге (Δg_B) на картах и графиках тесно связана с пространственным положением избыточных масс: под вытянутыми (двумерными) аномалиями залегают вытянутые структуры или геологические тела, под изометричными — округлые в плане объекты;
 - Существует аналитическая или статистическая связь между абсциссами характерных точек кривых Δg и глубинами залегания тел, что позволяет, аппроксимируя их телами простых геометрических форм, решать обратную задачу гравиразведки. При этом некоторые параметры, например h , рассчитывают однозначно. Для определения других параметров, например V , требуется привлечение дополнительных данных (избыточной плотности);
 - Чем глубже залегает объект, тем более широкую и расплывчатую (региональную) аномалию создает он на земной поверхности.
-

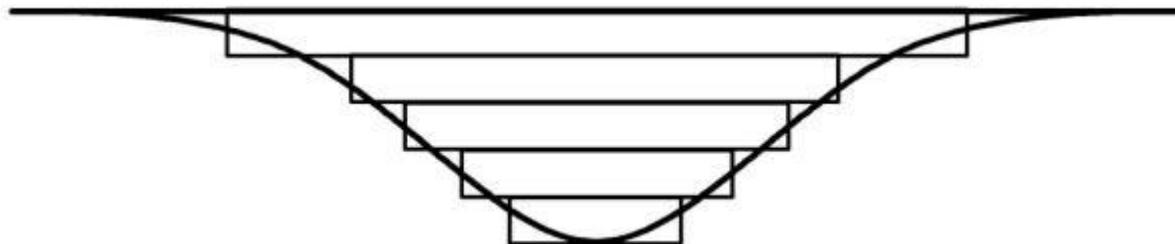
5.4.2 Метод подбора – моделирование гравитационного поля



2D подбор по палетке

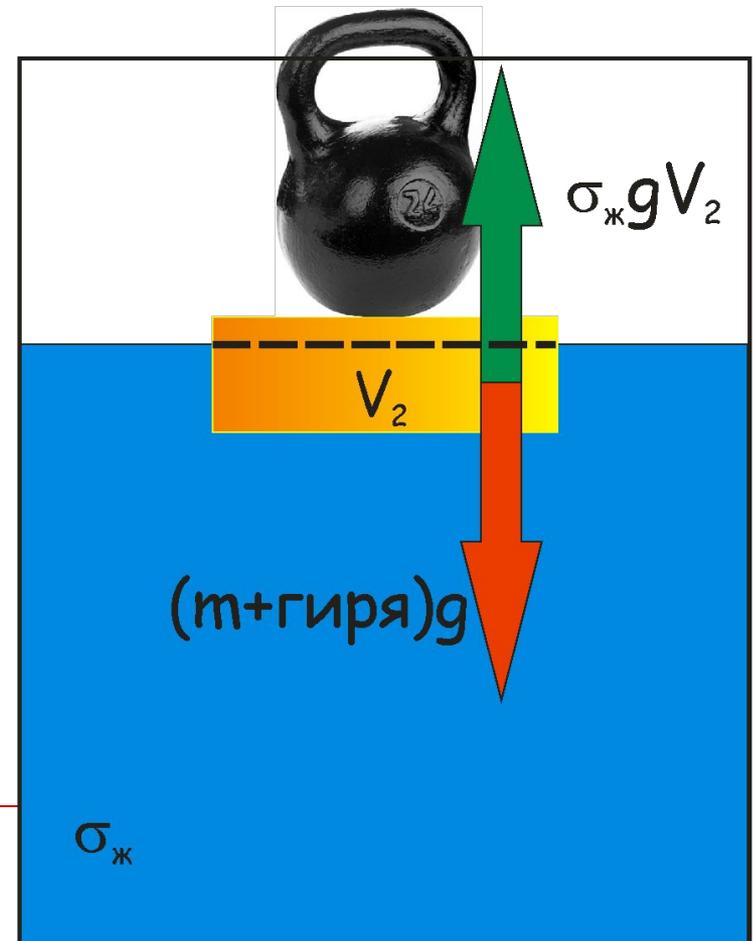
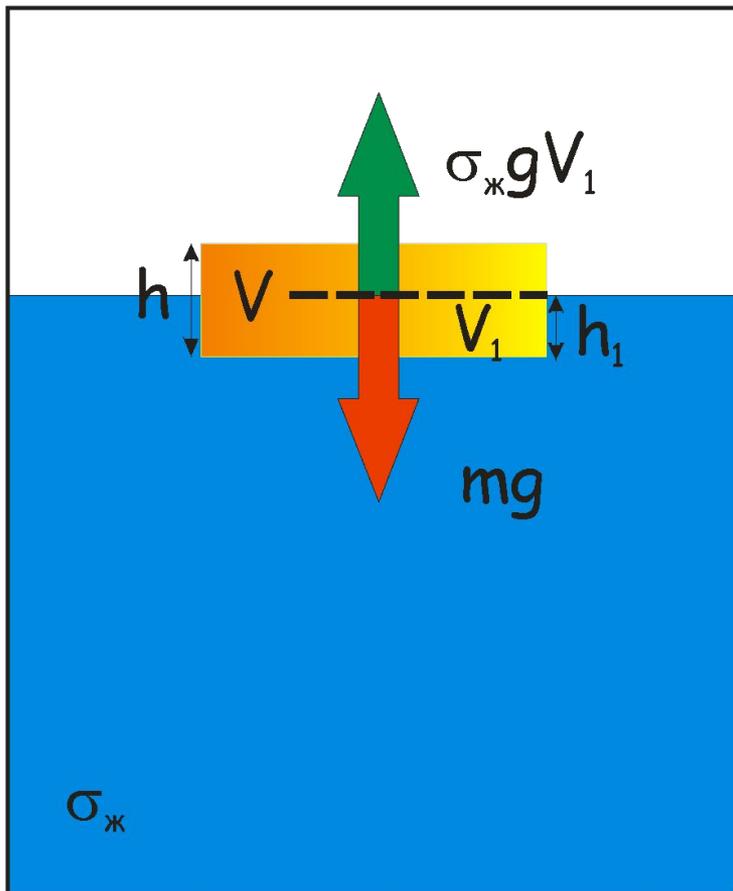


Подбор поля впадины полем совокупности пластов



5.6 Изостазия

а. Рассуждения о механике: брусок и гиря



Толстый и тонкий брусок

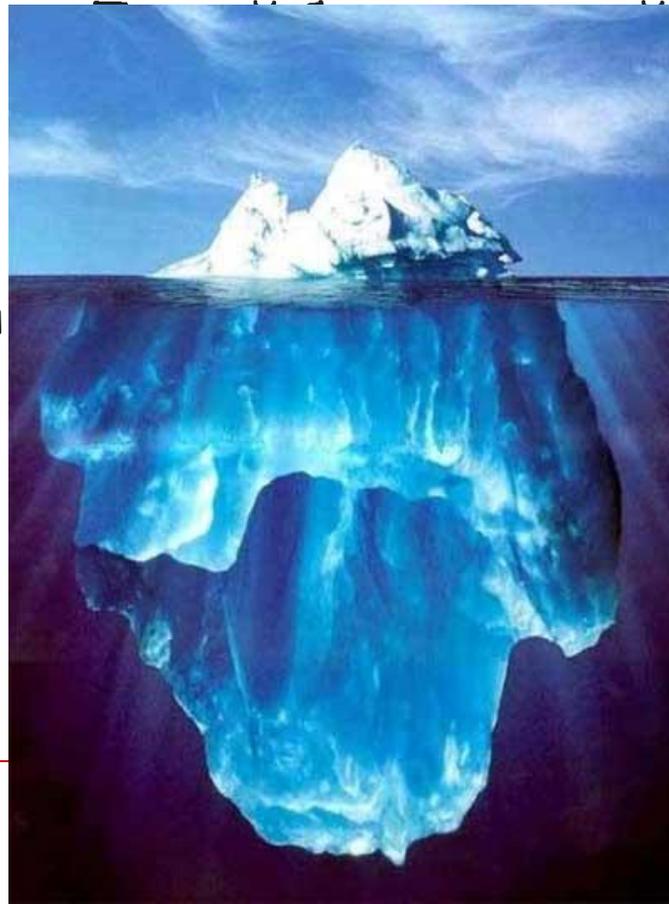
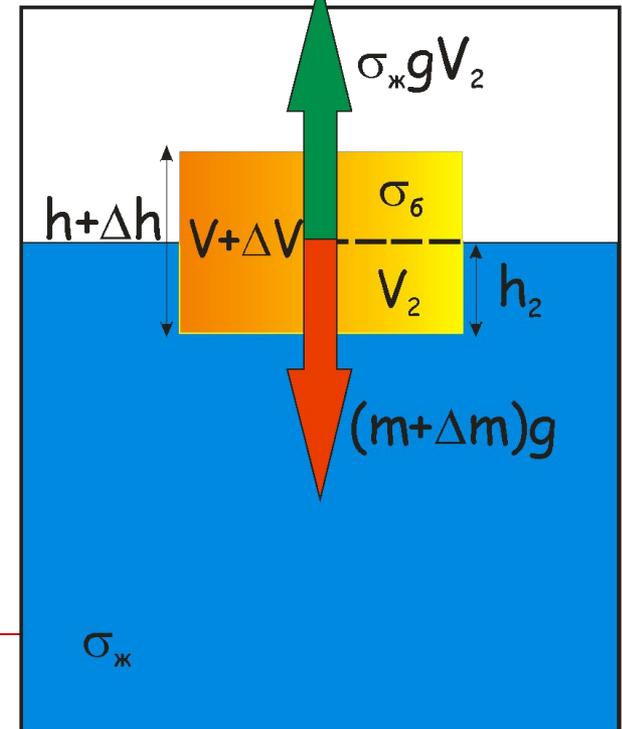
Уравнение равновесия: $\sigma_{жс} g V_1 = \sigma_{жс} g S h_1 = mg = V \sigma_m g = S h \sigma_m g$

$$h = \frac{\sigma_{жс}}{\sigma_m} h_1 = \frac{3.3}{2.8} h_1 = 1.18 h_1$$

$$\sigma_{жс} h_1 = \sigma_m h \quad (1)$$

$$\sigma_{жс} h_2 = \sigma_m (h + \Delta h) \quad (2)$$

Толстый брусок
массой $m + \Delta m$



На сколько погрузится
толстый брусок?

(2)-(1):

$$\sigma_{жс} (h_2 - h_1) = \sigma_m \Delta h$$

$$h_2 - h_1 = \frac{\sigma_m}{\sigma_{жс}} \Delta h$$

Положим сверху брусок с другой ПЛОТНОСТЬЮ

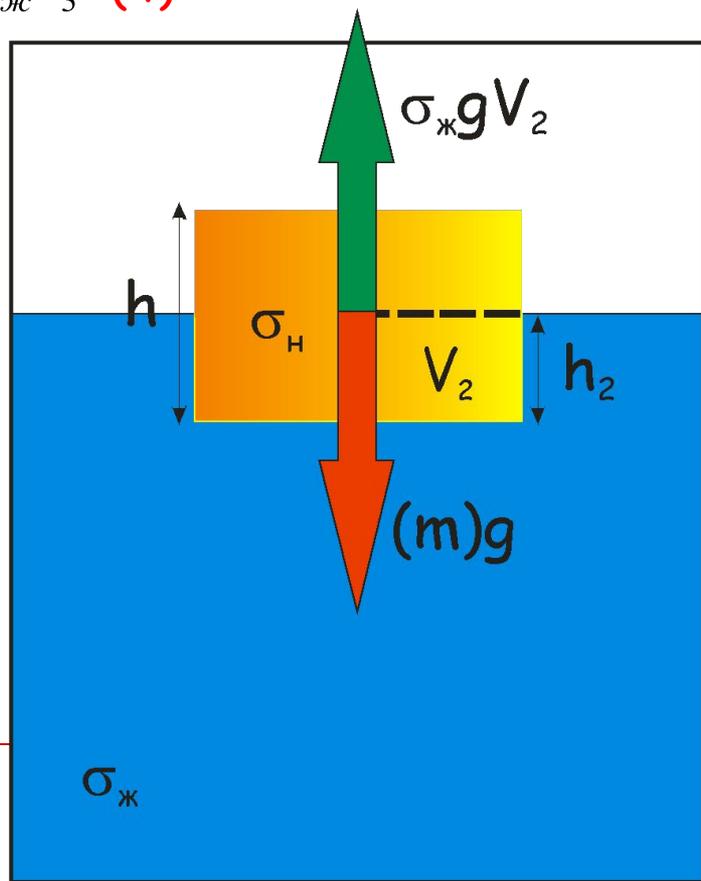
$$\sigma_H h_H = \sigma_{ж} h_2 \quad (3)$$

$$\sigma_H h_H + \sigma_B h_B = \sigma_{ж} h_3 \quad (4)$$

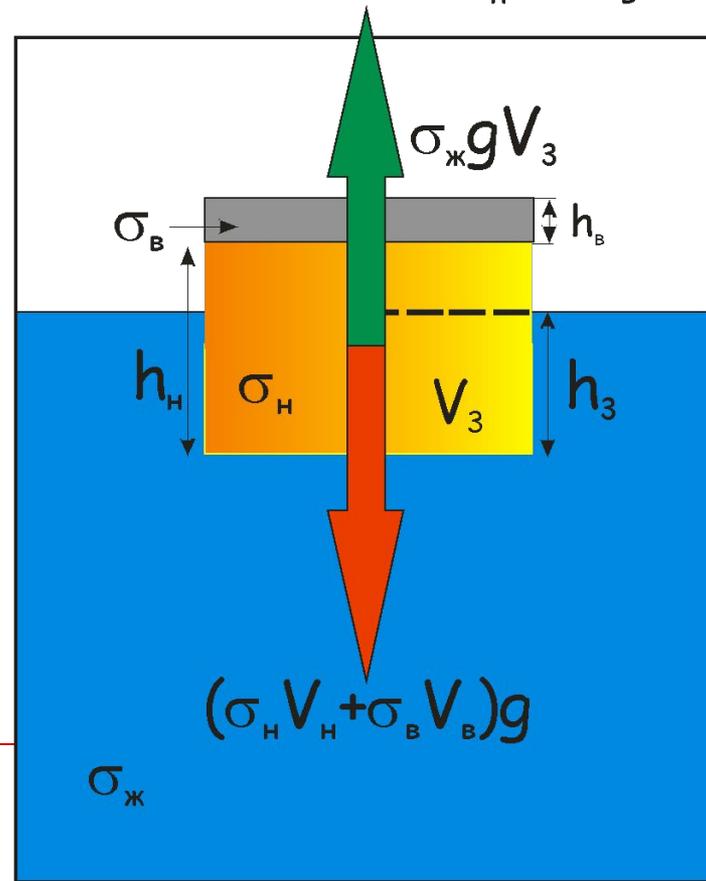
(4)-(3):

$$\sigma_B h_B = \sigma_{ж} (h_3 - h_2)$$

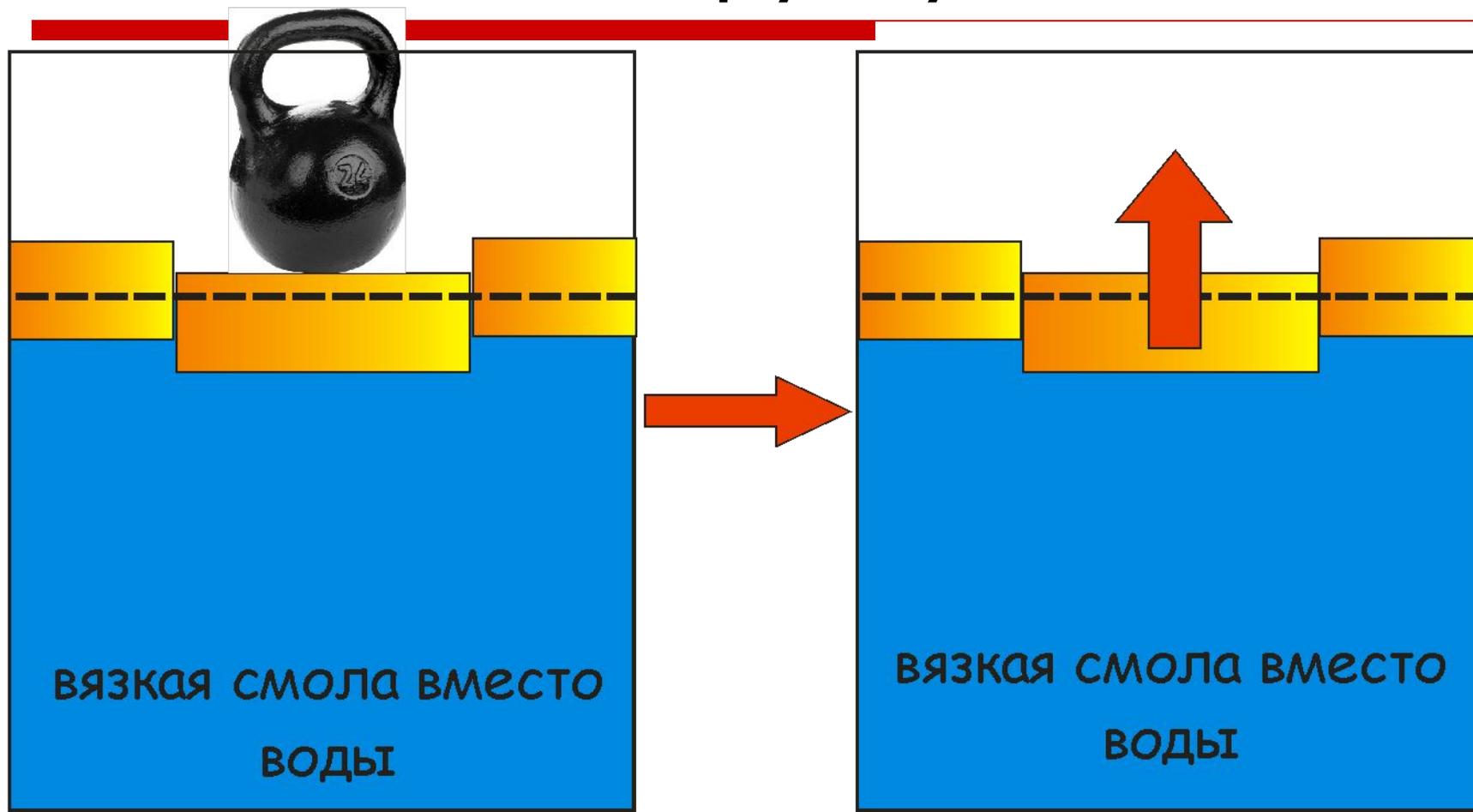
$$h_3 - h_2 = \frac{\sigma_B}{\sigma_{ж}} h_B$$



Два бруска
ПЛОТНОСТЬЮ σ_H И σ_B



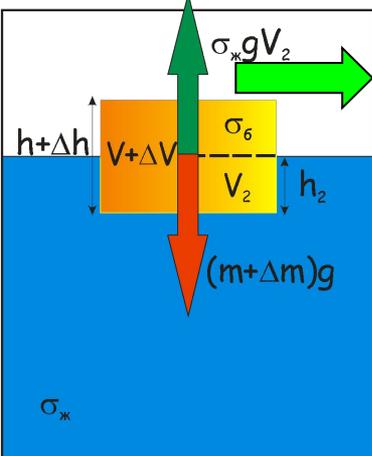
Если снять нагрузку?



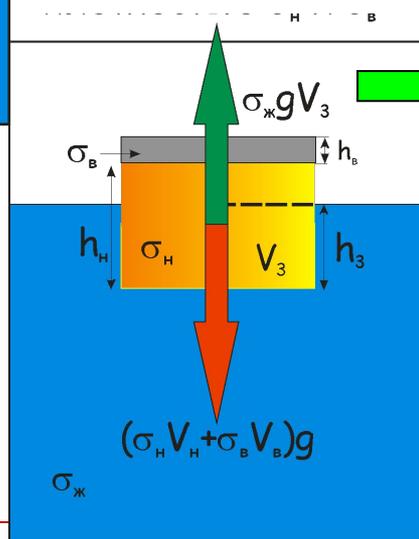
От чего зависит скорость подъема бруска?

Какие геологические процессы мы моделировали?

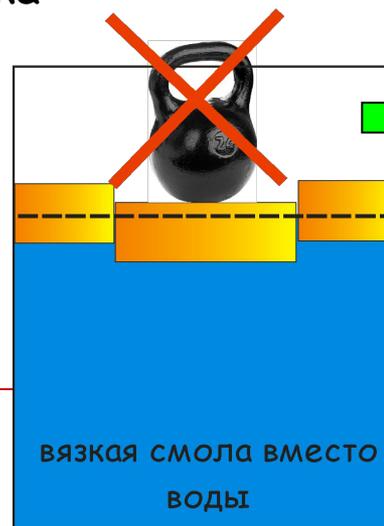
Толстый брусок
массой $m+\Delta m$



Осадконакопление в континентальном водоеме; образование вулканических островов, эрозия гор в соседнем блоке

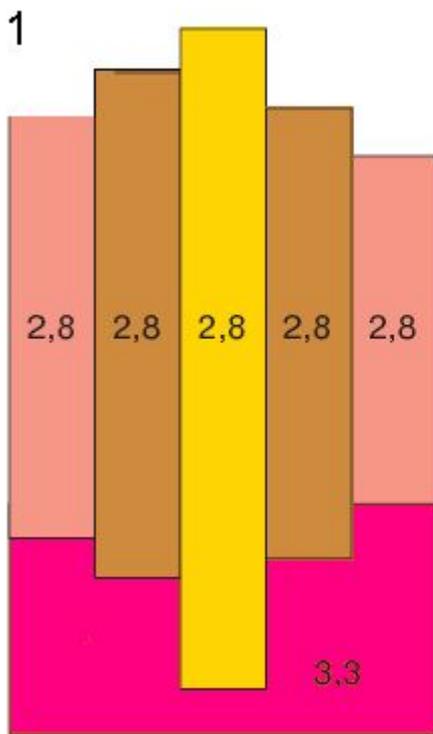
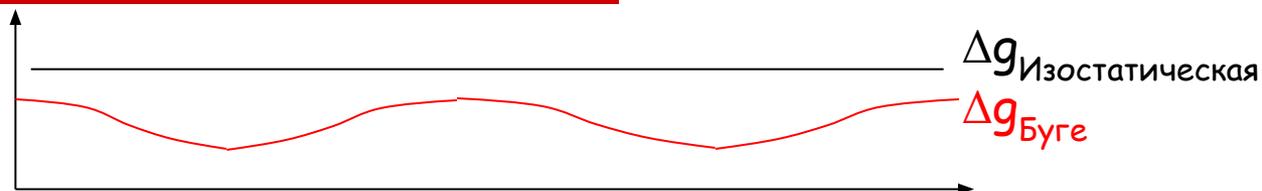


Образование ледника



Таяние ледника

Классические модели изостазии

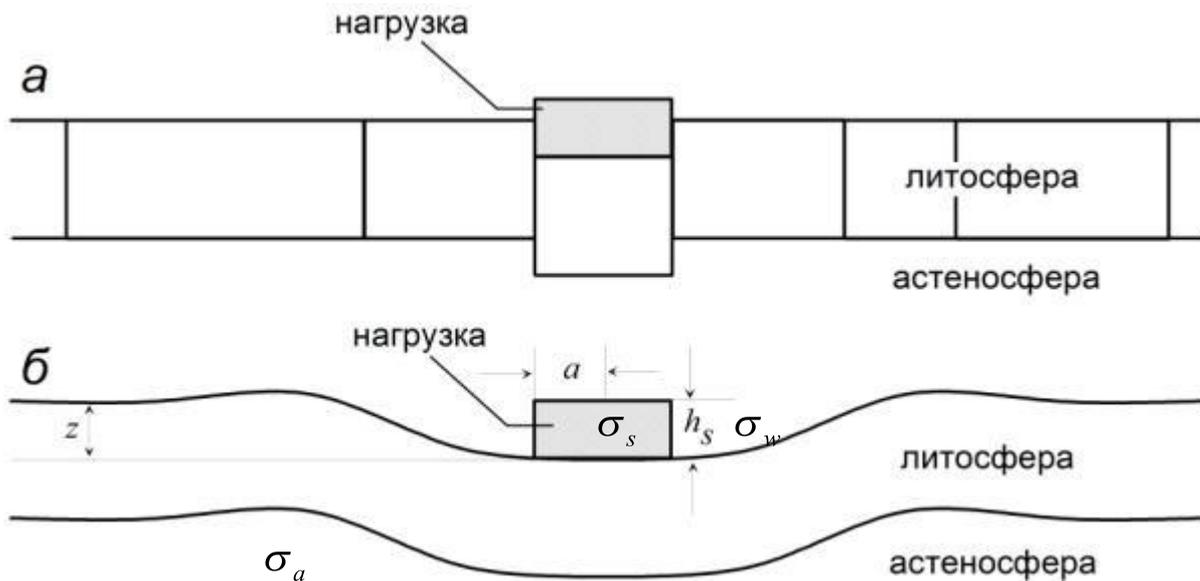


Дж. Эри



П. Пратт

Современная модель



Локальная

И

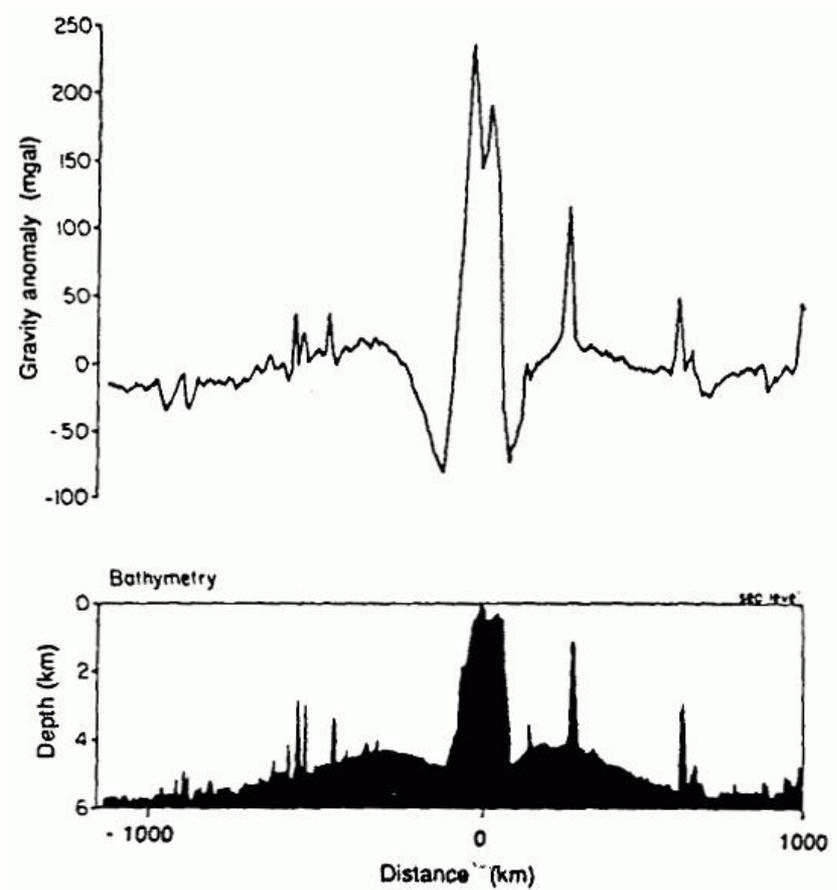
Региональная
Изостатическая
компенсация

$$Z_{\max} = \frac{\sigma_s - \sigma_w}{\sigma_a - \sigma_s} h_s (1 - e^{-\lambda \cdot a} \cos(\lambda \cdot a))$$

нагрузка с мощностью h_s , полушириной a и плотностью σ_s , σ_w и σ_a - плотности воды и астеносферы, g - сила тяжести, D - изгибная жесткость литосферы.

$$\lambda = \sqrt[4]{(\sigma_a - \sigma_w)g / 4D}$$

Всюду ли наступила изостатическая компенсация?



Гравиметрия

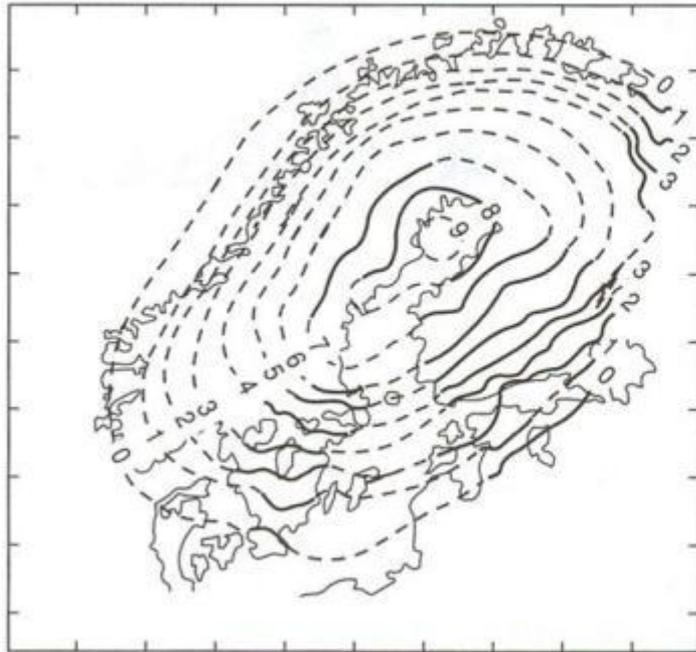
и

батиметрия

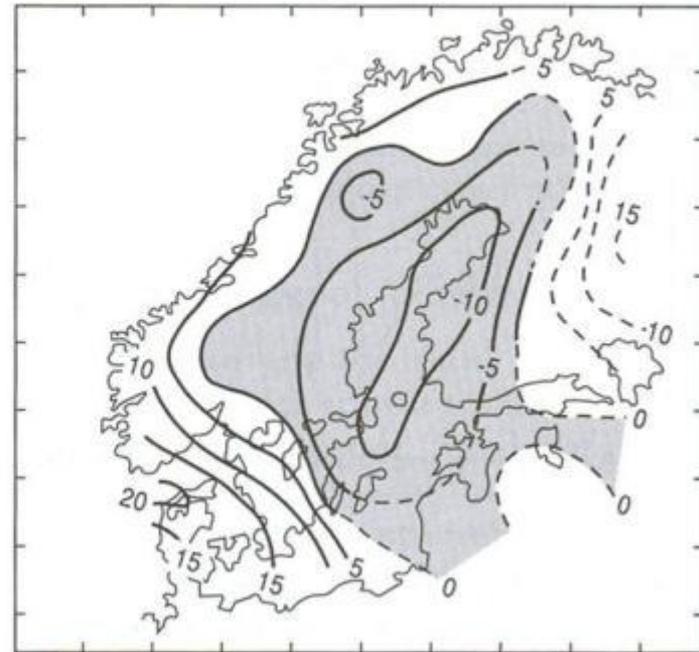
Гавайские острова: не скомпенсированные массы

Гляциостатическое поднятие Фенноскандии

а



б



Скорость поднятия (мм/год) и изостатическая аномалия (мГал)

Финляндия прирастает изостазией! 😊



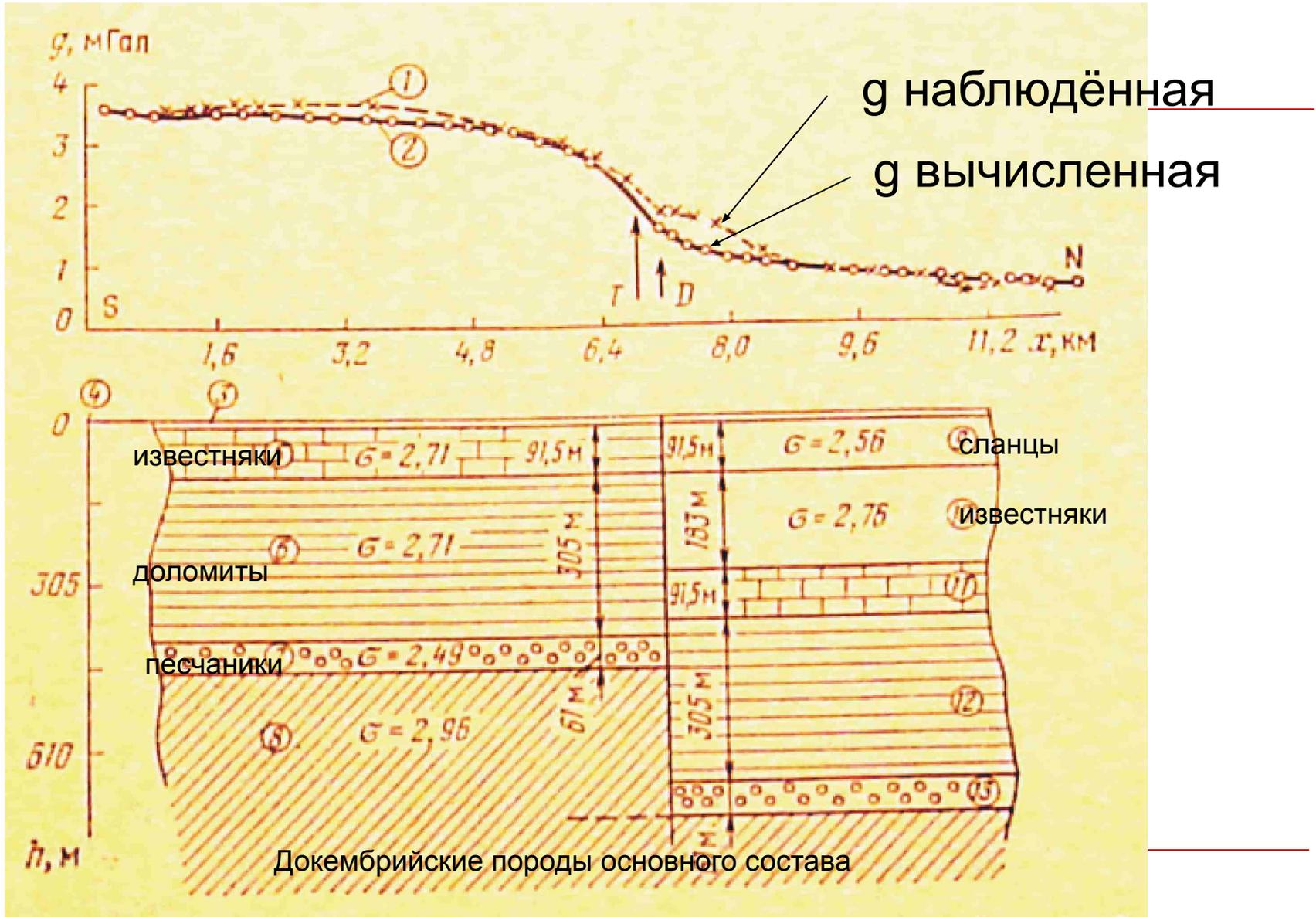
Табличка в г. Турку:
"Здесь в 2000 г. д.н.э.
был уровень моря"



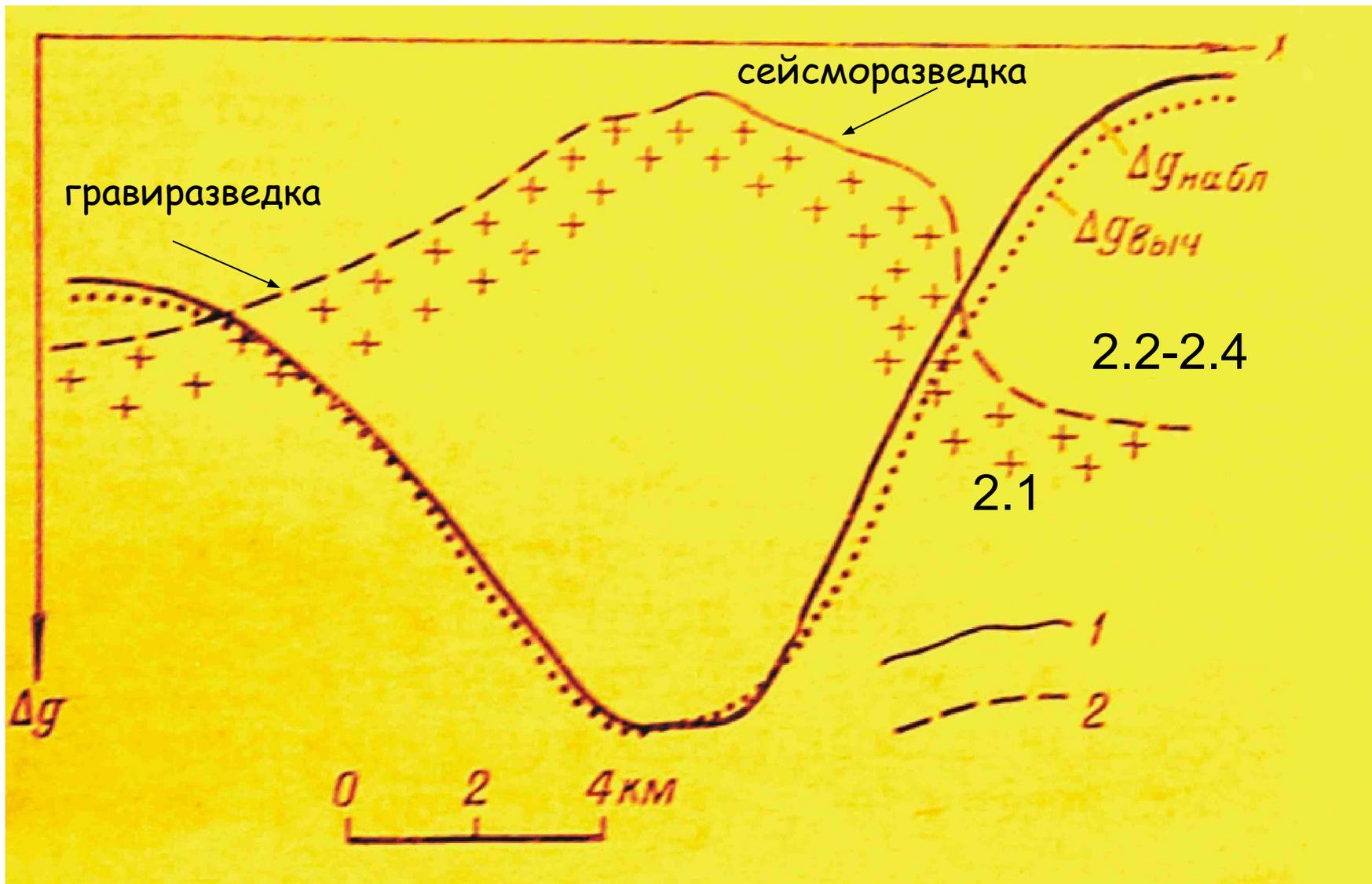
Примеры практических работ



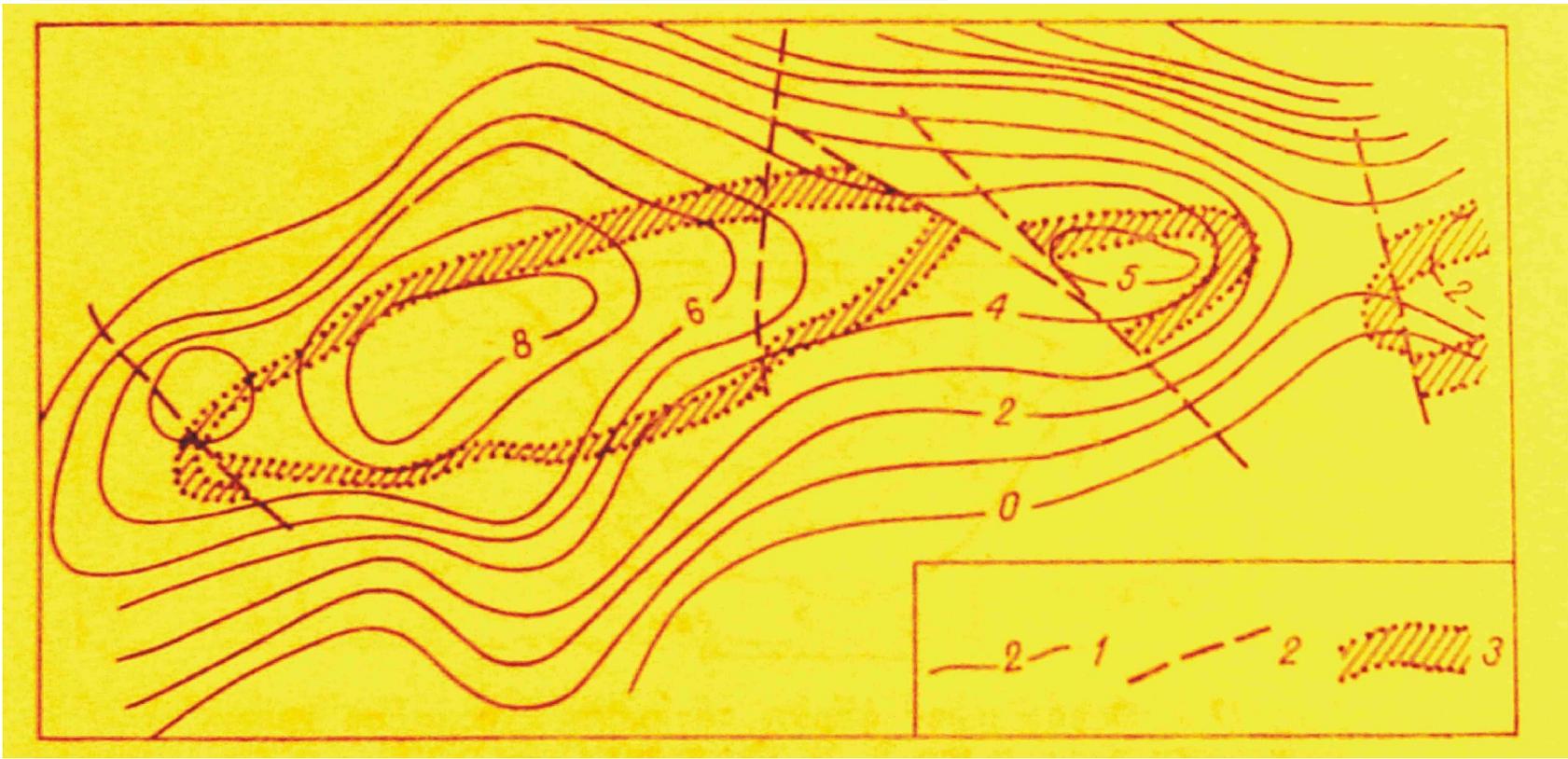
Аномалия над сбросом: гравитационная ступень

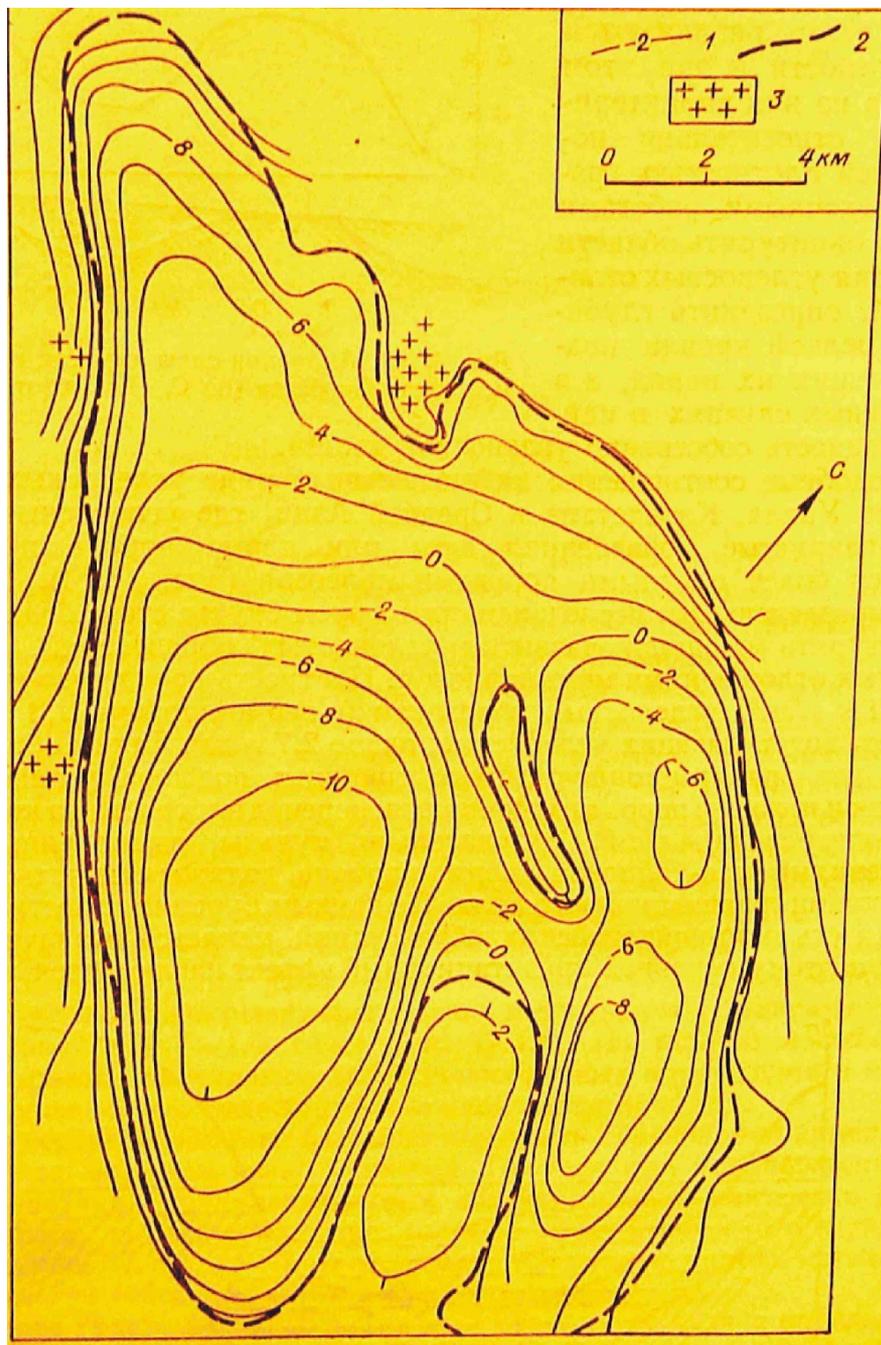


Отражение соляного купола в гравитационном поле

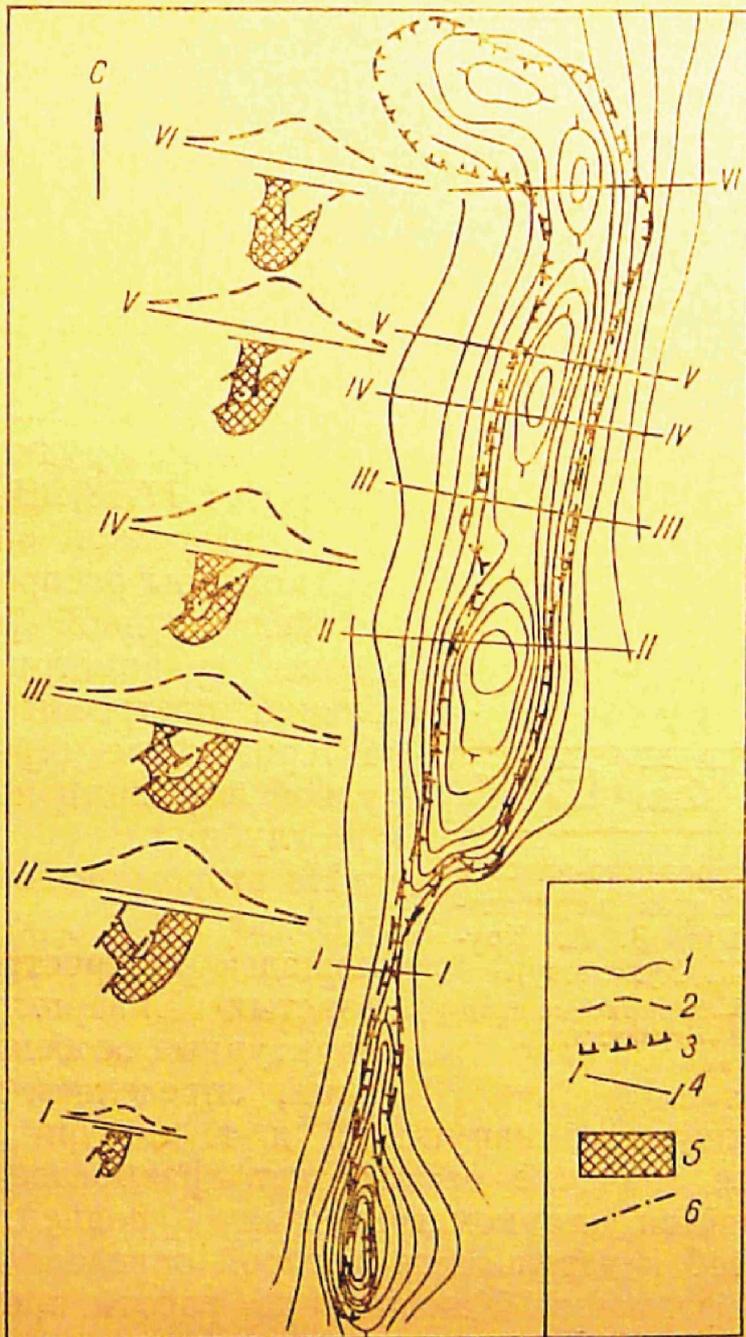


Отражение антиклинальной структуры в гравитационном поле





Карта аномалий силы тяжести в редукции Буге угленосного бассейна Колли (Австралия)



Гравитационное поле над телами железистых кварцитов

(Руды: $2.84 - 5 \text{ г/см}^3$
Вмещающие породы:
 $2.88 - 3 \text{ г/см}^3$)

Тезисы - гравиметрия

- Большие или малые изменения g нам интересны?
 - Что такое редукции и для чего они нужны?
 - От чего зависит плотность минералов?
 - Плотность осадочных, магматических и метаморфических пород?
 - Какие параметры источников аномалий можно определить имея только гравитационное поле?
 - Сколь быстро затухает поле с погружением для цилиндра, сферы?
 - Зависит ли амплитуда гравитационной ступени от глубины залегания уступа?
 - Что такое изостазия?
 - Когда она нарушается, по каким признаком об этом можно судить? Есть ли пример нарушения изостазии вблизи от нас?
-