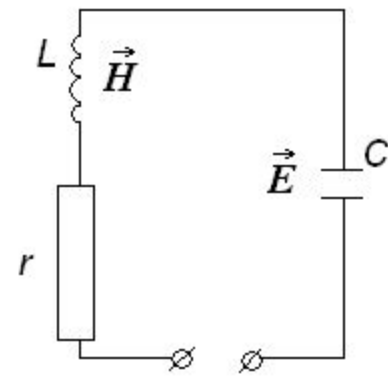


Лекция №12. Электромагнитные колебания в полых резонаторах.

1. Электромагнитные колебания в объемных резонаторах.
2. Поля в полых прямоугольных и круглых резонаторах.
3. Добротность объемных закрытых резонаторов.

1 Электромагнитные колебания в объемных резонаторах

Рисунок 3.1 – Схема колебательного контура
в низкочастотной цепи



Принцип работы: переход энергии электрического поля конденсатора в магнитное поле катушки и наоборот.

Основное свойство - частотная избирательность по отношению к внешнему гармоническому воздействию: амплитуда его колебаний максимальна на резонансной частоте и уменьшается по мере удаления от нее.

Основное назначение – поддержание в течение длительного времени периодических колебаний, вызванных внешним импульсом.

Применение резонаторов - неотъемлемая часть многих усилителей, большинства генераторов, приемников, частотных фильтров и измерителей частоты.

Аналог колебательного контура в высокочастотной области – **резонатор**.

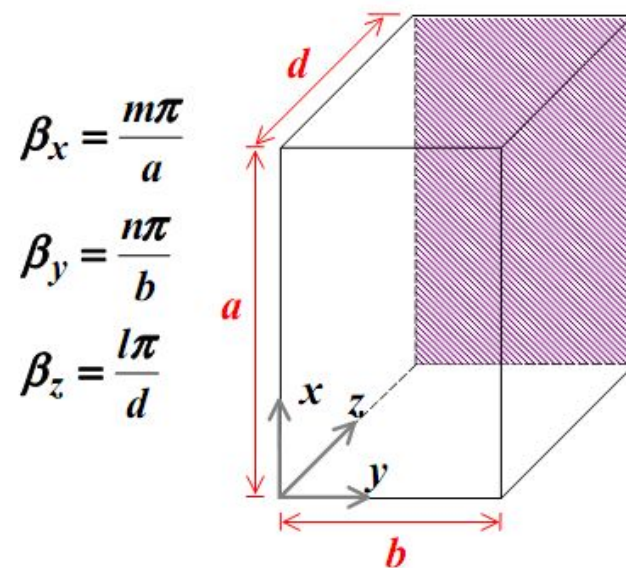
Рисунок 3.2 – Геометрия закрытого резонатора

Принцип работы: использование колебательного процесса перехода

электрического поля в магнитное в электромагнитной волне. (В теореме Умова-Пойнтинга данный процесс описывается слагаемым

$$\int_V \left(\vec{H} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} + \vec{E} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) dv$$

Для исключения потерь на излучение объем, в котором сосредоточено поле, изолируется металлом. Конструкция называется **объемным резонатором**.





а



б

Рисунок 3.3 – Примеры конструкции резонаторов:

а – в виде короткозамкнутого отрезка волновода;

б - отрезок диэлектрического стержня.

Типы колебаний в резонаторе: свободные и вынужденные.

Собственные колебания – это возможные поля в объемном резонаторе при отсутствии сторонних источников.

Собственные колебания – затухающие.

Вынужденные колебания – колебания, возбуждаемые энергией стороннего источника (генератора), вводимой через элемент связи.

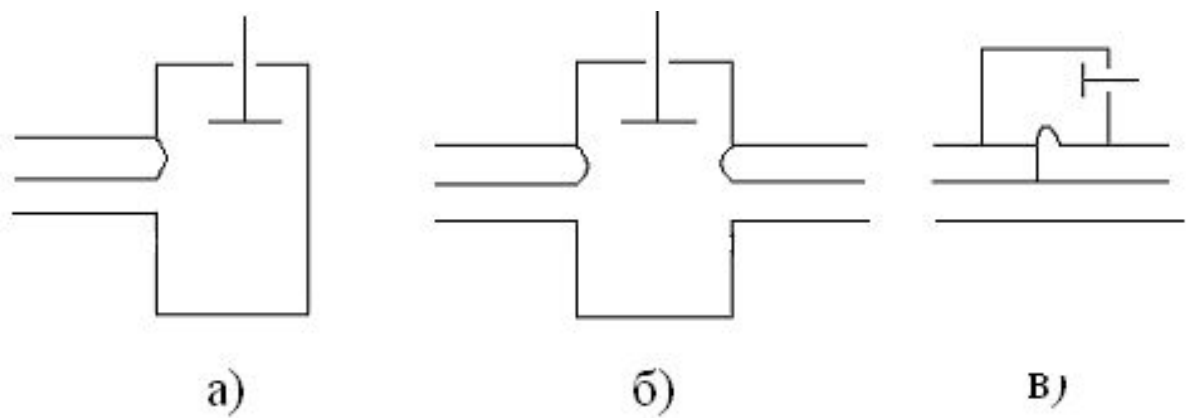


Рисунок 3.4 - Схемы включения резонаторов в тракт: а – с одним элементом связи; б – с двумя элементами связи; в – в виде ответвителя энергии

2 Поля в полых прямоугольных и круглых резонаторах

Структура поля в резонаторе

Наиболее простым вариантом выполнения полого закрытого резонатора является введение металлических стенок (закороток) в волновод.

Введение стенок выполняется так, чтобы внутри отрезка волновода укладывалось целое число полуволн.

Получающаяся стоячая волна - результат многократных упорядоченных отражений исходной бегущей волны регулярного волновода от обеих поперечных стенок.

Комплексные амплитуды полей:

$$E_x = E_{x0} \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \sin\left(\frac{l\pi}{d}z\right) \quad (3.1)$$

$$E_y = E_{y0} \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \sin\left(\frac{l\pi}{d}z\right) \quad (3.2)$$

$$E_z = E_{z0} \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \cos\left(\frac{l\pi}{d}z\right) \quad (3.3)$$

$$H_x = -i \frac{\beta_z E_y - \beta_y E_z}{\omega\mu} \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \cos\left(\frac{l\pi}{d}z\right) \quad (3.4)$$

$$H_y = -i \frac{\beta_x E_z - \beta_z E_x}{\omega\mu} \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \cos\left(\frac{l\pi}{d}z\right) \quad (3.5)$$

$$H_z = -i \frac{\beta_y E_x - \beta_x E_y}{\omega\mu} \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \sin\left(\frac{l\pi}{d}z\right) \quad (3.6)$$

Длины волн собственных колебаний:
$$\lambda_s = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{\lambda}{d}\right)^2 + \frac{1}{\lambda_{кр\ v}^2}}} \quad (3.7)$$

Тип колебаний в резонаторе, имеющий наибольшую длину волны собственных колебаний, называют **основным**.

Типы колебаний, имеющие различные структуры, но одинаковые собственные длины волн, называют **вырожденными**.

Вырождение рабочего типа колебаний приводит к усложнению структуры поля в резонаторе, увеличению потерь в нем и искажению его частотных характеристик.

Подавление вырожденного паразитного типа осуществляется обеспечением его сильного затухания в резонаторе.

Отличие собственных колебаний резонатора от волновода

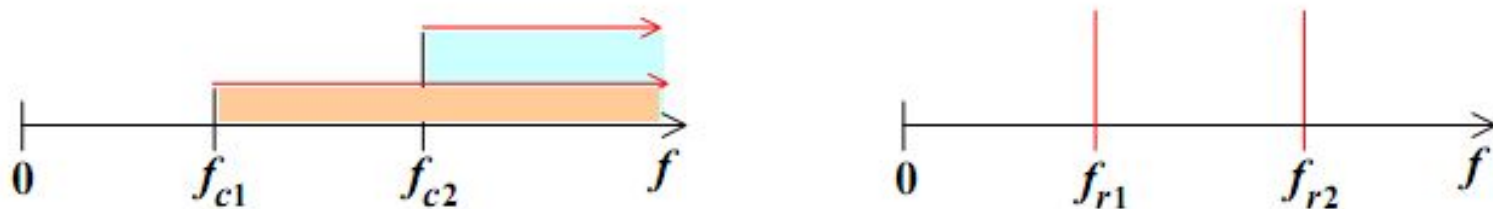


Рисунок 3.4 – Частоты возбуждения мод:

а – в волноводе; б – в резонаторе

В волноводе частоты собственных волн – частоты отсечки. В резонаторе – частоты возбуждения волн.

В прямоугольном резонаторе все три координатных оси равноправны. Разделение на типы колебаний чисто условное. Длина волны собственных колебаний:

$$\lambda_{mnl} = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2 + \left(\frac{l}{d}\right)^2}} \quad (3.8)$$

Наибольшее значение критической длины волны (при основном типе колебаний) получается, если индекс при наименьшем ребре резонатора равен нулю и оба остальных индекса равны единице. Типы колебаний с тремя отличными от нуля индексами, по крайней мере, двукратно вырождены.

Наибольшая собственная длина волны сравнима с линейными размерами резонатора.

Наиболее частым используемым типом колебаний в прямоугольном резонаторе является колебание Н₁₀₁.

В круглых резонаторах длина волны собственных колебаний определяется формулой:

$$\lambda_{mnl} = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{\delta_{mn}}{\pi a}\right)^2 + \left(\frac{\boxtimes}{d}\right)^2}}, \quad (3.9)$$

где $\delta_{mn} = v_{mn}$ - для волны типа H и $\delta_{mn} = v'_{mn}$ - типа E .

Другой вид формулы (3.9):

$$\left(\frac{D}{\lambda_{mnl}}\right)^2 = \frac{\boxtimes^2}{4} \left(\frac{D}{d}\right)^2 + \left(\frac{\delta_{mn}}{\pi}\right)^2, \quad (3.10)$$

где $D = 2a$ - диаметр резонатора.

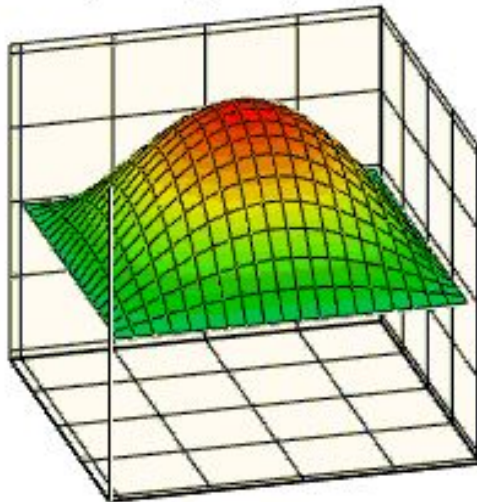
Основными типами колебаний в кругом волноводе являются H_{011} и E_{010} .

Поле колебаний H_{101}

For the TE mode
 $m = 1$, $n = 0$, $p = 1$

At time (in periods, T_p) $\frac{\text{time}}{T_p} = 0.000$

E_y in the plane $y = y_{obs}$.

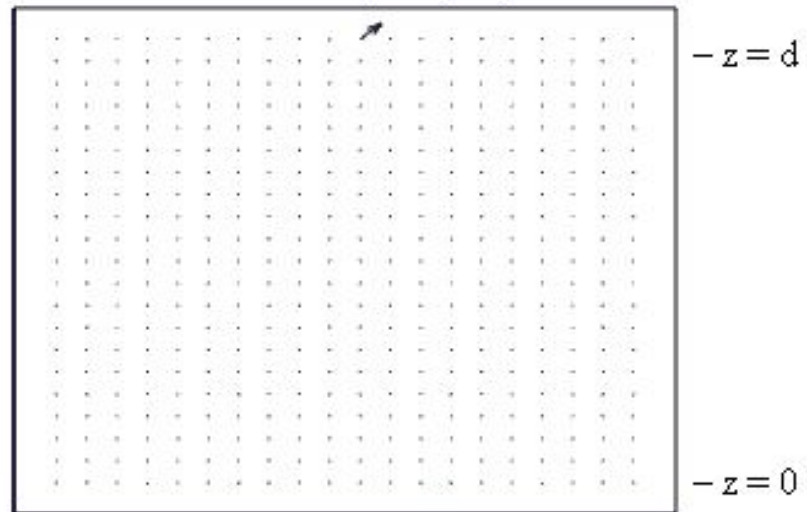


e_{yb}

|
 $x = 0$

|
 $x = a$

H_x and H_z in the plane $y = y_{obs}$.



(h_{xb}, h_{zb})

|
 $x = 0$

|
 $x = a$

3 Добротность объемных резонаторов

Добротностью объемного резонатора для s -го типа, определяющей полосу пропускания системы и скорость затухания собственных колебаний, называют отношение

$$Q_s = 2\pi \frac{w}{w_{\Pi}} = \omega_s \frac{w}{P_{\Pi.\text{ср.}}} \quad (3.11)$$

где w – запасенная при резонансе внутри полости электромагнитная энергия s -го типа колебаний;

$w_{\Pi} = P_{\Pi.\text{ср.}} T_s$ – энергия полных потерь за время одного периода T_s ;

$P_{\Pi.\text{ср.}}$ – средняя за период мощность полных потерь;

ω_s – частота собственных колебаний.

Связь между добротностью и длительностью колебаний:

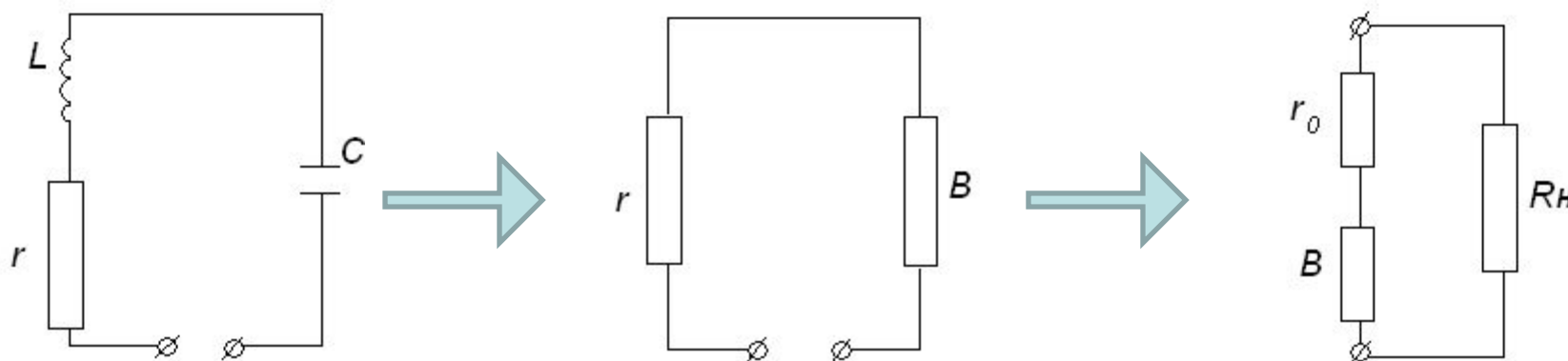
$$W = W_{\text{нач}} \exp\left(-\frac{\omega}{Q} t\right) \quad (3.12)$$

Переход к эквивалентной схеме резонатора

Необходимость перехода определяется возвратом к контурам с сосредоточенными параметрами при микроминиатюризации колебательных систем, изготовленных, например, методами печатной технологии.

Алгоритм перехода :

1. Объемный резонатор заменяется эквивалентной схемой в виде L, C, r .
2. Переход к последовательной реактивности: $B = 1/X = 1/(\omega L - 1/\omega C)$
3. Введение внешней нагрузки R_H : $r = r_0 + R_H$



Нагруженная добротность Q_n включает:

- собственную (ненагруженную) Q_0 ;
- внешнюю $Q_{вн}$.

Собственная (ненагруженная) добротность Q_0 учитывает энергию, рассеянную в самом резонаторе на резонансной частоте.

Добротность, зависящую от мощности полных потерь, часто называют **нагруженной добротностью резонатора Q_n** .

$$1/Q_n = 1/Q_0 + 1/Q_{вн} \quad (3.13)$$

С учетом эквивалентной схемы величина собственной добротности:

$$Q_0 = \sqrt{\frac{C_{\mathcal{E}}}{L_{\mathcal{E}}}} R_{\mathcal{E}} \approx \omega_0 L / r_0 \quad (3.14)$$

Величина собственной добротности не зависит от применяемой эквивалентной схемы, т.к. не зависит от вида связи.

Внешняя нагрузка:

$$Q_{вн} \approx \omega_0 L / r_{вн} \quad (3.15)$$

Определение частичных добротностей

Энергия, запасенная в резонаторе, может быть найдена через максимальную энергию одного из этих полей:

$$W = W_{\text{э.макс}} = \frac{\epsilon_{a1}}{2} \int_V E_m^2 dV = W_{\text{м.макс}} = \frac{\mu_{a1}}{2} \int_V H_m^2 dV \quad (3.16)$$

Частичная добротность при заполнении материалом с потерями:

$$Q_{sd} = \omega_s \frac{W}{P_{\text{д.ср}}} = \omega_s \frac{W}{\frac{\sigma_1}{2} \int_V E_m^2 dV} = \omega_s \frac{\epsilon_{a1}}{\sigma_1} = \frac{1}{\text{tg } \delta_1^3} \quad (3.15)$$

Частичная добротность, обусловленная потерями в стенках:

$$Q_{s.m} = \omega_s \frac{W}{P_{\text{м.ср}}} = \omega_s \frac{\mu_{a1} \int_V H_m^2 dV}{r_s \oint_S H_{\tau m}^2 dS} \quad (3.16)$$

$r_s = \sqrt{\frac{\mu_{a2} \omega_s}{2\sigma_2}}$ - активное поверхностное сопротивление стенок;

$H_{\tau m}$ - амплитуда касательной к стенке компоненты вектора .

Собственные добротности для различных типов колебаний

Прямоугольный резонатор:

$$Q_{H_{101}} = \frac{\omega_{mnp} \mu_a}{r_S} \frac{abd(a^2 + b^2)}{a^3(d + 2b) + d^3(a + 2b)} \quad (3.17)$$

Круглый резонатор:

$$Q_{E_{010}} = \frac{\omega_{mnp} \mu_a}{2r_S} \frac{ad}{a + d} \quad (3.18)$$

$$Q_{E_{011}} = \frac{\omega_{mnp} \mu_a}{2r_S} \frac{ad}{2a + d} \quad (3.19)$$

$$Q_{H_{011}} = \frac{\omega_{mnp} \mu_a}{2r_S \mu_0^2} \frac{\omega_{mnp}^2 \varepsilon_a \mu_a a^2 d}{\frac{d}{a} + \pi^2 \frac{a^2}{d^2}} \quad (3.20)$$