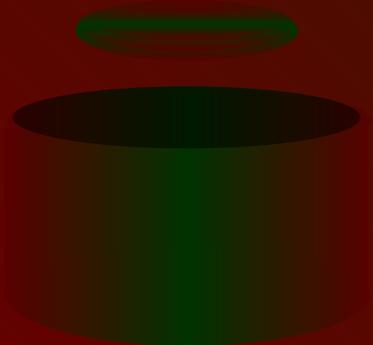


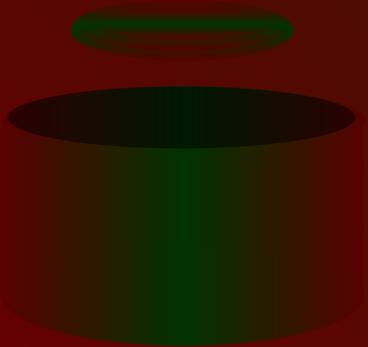
Математические задачи от русских, советских и зарубежных писателей

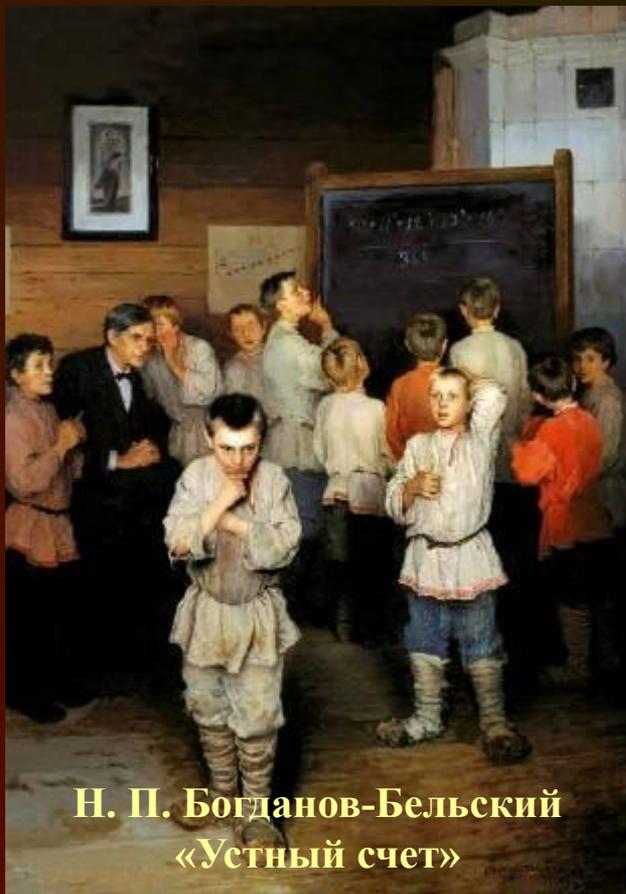


Можно ли изучать математику в школе, используя произведения русских, советских и зарубежных писателей?

«Гуманитарные науки... только тогда будут удовлетворять человеческую мысль, когда в движении своём они встретятся с точными науками и пойдут с ними рядом...»

А. П. Чехов





Н. П. Богданов-Бельский
«Устный счет»

Математические задачи ставят перед читателями авторы романов, повестей, рассказов, как правило — между делом, зачастую сами не обращая на это внимания.

Если читатель любит математику, то от него такая задача не ускользнет!

Он не упустит случая разобраться, что это там предложил автор: разрешима задача или нет, и сколько она имеет решений?

Иногда автор вместе с условием приводит и решение задачи.



Л. Н. Толстой «Арифметика»

Задача про артель косцов

«Артели косцов надо было скосить два луга, один вдвое больше другого. Половину дня артель косила большой луг. После этого артель разделилась пополам: первая половина осталась на большом лугу и докосила его к вечеру до конца; вторая же половина косила малый луг, на котором к вечеру еще остался участок, скошенный на другой день одним косцом за один день работы. Сколько косцов было в артели?»

Решение: Пусть x – число косцов в артели, а y – размер участка, скашиваемого одним косцом в один день.

Площадь большого луга: $xy/2 + xy/4 = 3xy/4$. Площадь малого луга: $y + xy/4 = (xy + 4y)/4$

Но первый луг больше второго в 2 раза, значит: $3xy/4 : (xy + 4y)/4 = 2$ или $3xy/(xy + 4y) = 2$

$$3x/(x+4) = 2$$

$$3x = 2x + 8$$

$$x = 8$$

Ответ: было 8 косцов

Рассказ «Много ли человеку земли нужно?»

(о крестьянине Пахоме, покупавшем землю у башкирцев)

«-А цена, какая будет?- говорит Пахом.

-Цена у нас одна: 1000 рублей за день.

Не понял Пахом.

-Какая же это мера – день? Сколько в ней десятин будет?

-Мы этого, - говорит, - не умеем считать. А мы за день продаем; сколько обойдешь в день, то и твое, а цена 1000 рублей.

Удивился Пахом.

-Да ведь это, - говорит,- в день обойти земли много будет».

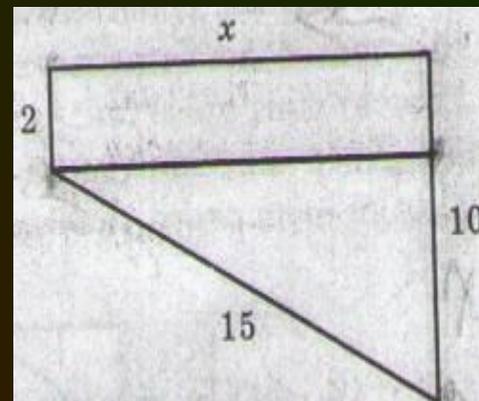
Наутро он пустился по степи наперегонки с солнцем. Пришло время возвращаться, солнце приблизилось к закату, Пахом спешит вернуться, «в груди как мехи кузнечные раздуваются, а в сердце молотком бьёт».

Солнце зашло, у Пахома подкосились ноги и он упал замертво перед хохочущим пузатым башкиром.

«Ай, молодец!» — закричал старшина.

— «Много земли завладел!»». Поднял работник скребку, выкопал Пахому могилу, ровно насколько он от ног до головы захватил - три аршина, и закопал его.

Фигура, которая
получилась
у Пахома, имеет вид:



Найдем площадь участка:

$$x^2 = 15^2 - 8^2; x \approx 13 \text{ вёрст.}$$

$$S = (2+10) \cdot 13 = 78 \text{ кв. вёрст}$$

$$1 \text{ верста} = 1,0668 \text{ км.}$$

$$78 \text{ кв. верст} \approx 78 \text{ кв. км}$$

$$78 \text{ кв. км} = 7800 \text{ га.}$$



«Каникулярные работы институтки Наденьки Н.»

«Три купца внесли для одного торгового предприятия капитал, на который через год было получено 8000 рублей прибыли. Спрашивается: сколько получил каждый из них, если первый внес 35000 рублей, второй 50000 рублей и третий 70000 рублей?». Ответ: 1750 руб., 2500 руб. и 3750 руб.

«Репетитор»

«Купец купил 138 аршин черного и синего сукна за 540 руб. Спрашивается, сколько аршин купил он того и другого, если синее стоило 5 руб. за аршин, а черное 3 руб.?».

(1 аршин \approx 71 см) Ответ: 75 аршин черного сукна и 63 аршин синего.



А.С. Пушкин «Скупой рыцарь»

«И царь мог с высоты с весельем озирать
И дол, покрытый белыми шатрами,
И море, где бежали корабли...»

Даже полчища Атиллы не могли бы воздвигнуть холм выше 4,5 м. Глаз наблюдателя, поместившегося на вершине холма, возвышался бы над почвой на $4,5 + 1,5$, т.е. на 6 м, и, следовательно, дальность горизонта равна была бы

$$\sqrt{2 \times 6400 \times 0,006} = 8,8(\text{км})$$

Это всего на 4 км больше того, что можно видеть, стоя на ровной земле.





И.С. Тургенев «Муму»

Для измерения расстояний использовались единицы длины:

1 аршин = 4 четвертям = 16 вершкам

1 аршин = 71,12см; 1 вершок = 4,5см; 1 сажень = 216см

«...Из числа всей ее челяди самым замечательным лицом был дворник Герасим, мужчина двенадцати вершков роста, сложенный богатырем и глухонемой от рождения».

Решение:

Вычислим рост Герасима: $12 * 4,5 \text{ см} = 54 \text{ см}$. Рост младенца в среднем составляет 51-53 см. Какой же Герасим тогда богатырь? Но раньше указывали лишь число вершков, на которое он превышал два аршина.

Проведем повторное вычисление:

1) $2 * 72 \text{ см} = 144 \text{ см}$ (2 аршина)

2) $144 + 54 = 198 \text{ см}$ (2 аршина и 12 вершков).

Ответ: рост Герасима был 1м 98см - высокий человек.



Н.А. Некрасов

« Дедушка Мазай и зайцы »

*« Вижу один островок небольшой-
Зайцы на нем собралися гурьбой.
С каждой минутой вода подбиралась
К бедным зверькам; уж под ними осталось
Меньше аршина земли в ширину,
Меньше сажени в длину ».*

Размеры островка в современных единицах длины и площади:

$$S = a * v, \quad a = 1 \text{ аршин} = 72 \text{ см}, \quad v = 1 \text{ сажень} = 216 \text{ см}.$$

$$S = 0,72 * 2,16 = 1,5552 \text{ м}^2.$$

Ответ: островок был небольшим.



Лев Кассиль

«Кондуит и Швамбрания»

«Задача с путешественниками»

«Из двух городов выезжают по одному направлению два путешественника, первый позади второго. Проехав число дней, равное сумме чисел верст, проезжаемых ими в день, они съезжаются и узнают, что второй проехал 525 верст. Расстояние между городами – 175 верст. Сколько верст в день проезжает каждый?»



Пусть n число дней длилось путешествие, x верст в день проезжает первый путешественник, y верст в день проезжает второй путешественник, по условию ($x > y$) задачи имеем систему:

$$\begin{cases} n = x + y, \\ n \times x = 700 \\ n \times y = 525 \end{cases} \quad \begin{cases} n = x + y, \\ x + y = 35 \end{cases}$$

35 дней длилось путешествие, значит, $35x = 700$, $x = 20$.

20 верст проезжал первый и 15 верст проезжал второй путешественник.

Ответ: 20 верст = 21,34 км; 15 верст = 16,005 км.

Лия Гераскина

«В стране невыученных уроков»

«Пять землекопов выкопали траншею в сто погонных метров за четыре дня. Сколько погонных метров выкопал каждый землекоп в течение двух дней при условии, что все землекопы выполнили одинаковый объем работ?»



Ответ: 10 м выкопал каждый землекоп в течение двух дней.



Григорий Остер

«Задачник»

«Зарядка для хвоста»

История о том, как главные герои измеряли рост удава.

Оказывается, что он составляет 38 попугаев, 5 мартышек или 2 слоненка.

А так ли это на самом деле?

На самом деле, средний рост попугая = 22см, мартышки = 77см, слона = 335см, удава = 10м.

Выполнив несложные вычисления, получим, что в жизни длина 1 удава = 45 попугаям ($1000 : 22 = 45$)
= 13 мартышкам ($1000 : 77 = 13$)
= 3 слонам ($1000 : 335 = 3$).

Автор в этом произведении пренебрег точными данными.



А.Т. Аверченко

«Экзаменационная задача»

«Два крестьянина вышли одновременно из пункта А в пункт Б, причем один из них делал в час четыре версты, а другой - пять. Спрашивается, на сколько один крестьянин придет раньше другого в пункт Б, если второй вышел позже первого на четверть часа, а от пункта А до пункта Б такое же расстояние в верстах, - сколько получится, если два вино торговца продали третьему такое количество бочек вина, которое дало первому прибыли сто двадцать рублей, второму восемьдесят, а всего бочка вина приносит прибыли сорок рублей».

Решение: $(120 + 80) : 40 = 5$ (бочек). Расстояние от пункта А до пункта Б равно 5 верстам. Первый крестьянин пройдет это расстояние за $5 : 4 = 1,25$ (часа), а второй – за $5 : 5 = 1$ (час), т.е. затратит на этот путь на 0,25 часа меньше, чем первый. Поскольку второй крестьянин вышел на четверть часа позже второго, то они придут в пункт Б одновременно.



Г. Белых, Л. Пантелеев «Республика ШКИД»

«Сумма первых трех членов геометрической прогрессии равна 28, знаменатель равен $9/2$, третий член в $3/2$ раза больше знаменателя. Найти четвертый член прогрессии»

Чтобы привести ее к разрешимому виду, придется сделать два уточнения.

Во-первых, будем считать, что одно из трех данных чисел задано неверно.

Второе уточнение почуднее: третий член прогрессии в точности равен сумме в рублях, которую автор заплатил недавно на рынке за картошку.

Решение: (b_n) – геометрическая прогрессия.

$$S_3 = 28$$

$$q = 9/2$$

$$b_3 = 3/2 \cdot q$$

$$b_4 = ?$$

$b_{n+1} = b_n \cdot q$ – формула для нахождения члена геометрической прогрессии.

$$b_4 = b_3 \cdot q = 3/2q \cdot q = 3/2 \cdot 81/4 = 243/8 = 30,375$$

Илья Ильф и Евгений Петров «Двенадцать стульев»

«Потом отец Федор подошел к комоду и вынул из конфетной коробки 50 рублей трехрублевками и пятирублевками.

В коробке оставалось еще 20 рублей».

Сколько трех- и пятирублевков отец Федор взял и сколько оставил? А для единственности решения, добавим условие: отец Федор взял с собой большую часть трехрублевков и большую часть пятирублевков. Найдите решение.

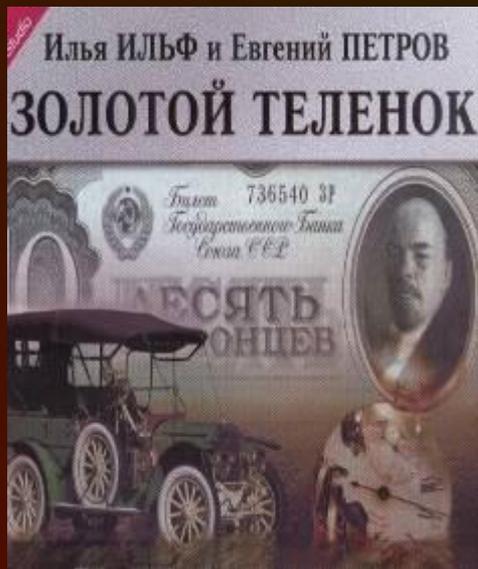
Решение:

а) Пусть x – взято трехрублевков, а y – взято пятирублевков. Тогда составим уравнение: $3x+5y=50$. Найдем пары решений: (5 и 7), (10 и 4), (15 и 1).

б) Пусть a – осталось трехрублевков, и b – осталось пятирублевков

Составим уравнение: $3a+5b=20$. Найдем пары решений: (5 и 1), (0 и 4).

Путем анализа результатов получаем: 5 трехрублевков и 7 пятирублевков или 10 трехрублевков и 4 пятирублевков взял отец Федор.

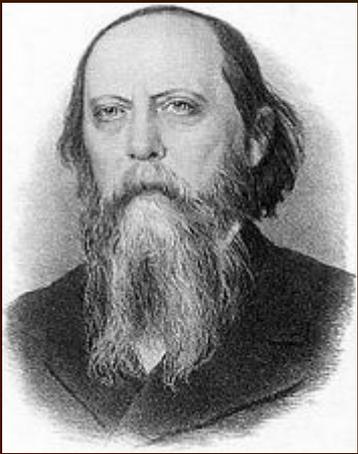


Илья Ильф и Евгений Петров «Золотой теленок»

«Было по равному количеству служащих. На станции Дроздово было комсомольцев в 6 раз меньше, чем на двух других, вместе взятых, а на станции Воробьево партийцев было на 12 человек больше, чем на станции Грачево. Но на этой последней беспартийных было на 6 человек больше, чем на первых двух. Сколько служащих было на каждой станции и какова там была партийная и комсомольская прослойка?»

Эта задача требует дополнительного условия.

Сформулируем его в виде вопроса: Какое наименьшее число служащих надо знать, чтобы задача получила единственное решение?



М.Е. Салтыков-Щедрин *«Господа Головлевы»*

Задача № 1

Сын Порфирия Владимировича Петя проиграл в карты казенные 3000 рублей и попросил у бабушки эту сумму займа. Он говорил: «Я бы хороший процент дал. Пять процентов в месяц».

Простые проценты начисляются только на начальный вклад. $S=P(1+n*(r/100))$

Дано: 3000 руб. - 100%, X руб. - 5%.

Решение: $X = 3000:100*5 = 150$ (руб.). $S=3000+150*12 = 4800$ (руб.)

Сложные проценты начисляется на наращенный капитал. $S=P(1+r/100)^n$

Дано: P=3000 рублей, r = 5% в месяц, n = 12 мес.

$S=3000(1+5/100)^{12}=3000(21/20)^{12}=3000(1,05)^{12}=5387,57\approx 5400$ (руб.)

Задача № 2

«Порфирий Владимирович сидит у себя в кабинете, исписывая цифирными выкладками листы бумаги. На этот раз его занимает вопрос : сколько было бы у него теперь денег, если бы маменька, Арина Петровна, подаренные ему при рождении дедушкой на зубок 100 руб., ассигнациями, не присвоила себе, а положила бы в ломбард на имя малолетнего Порфирия? Выходит, однако, немного: всего 800 руб. ассигнациями!».

Под какой фиксированный процент годовых надо было положить 100 рублей, подаренные Порфирию дедушкой, в банк, чтобы через n лет он увеличился в 8 раз? Решите задачу, считая, возраст Порфирия Владимировича равным 50 годам.

Ломбард, взяв на хранение деньги (а во времена описанных в романе событий он выполнял эту функцию банка), должен был начислять на них сложные проценты.

Итак, согласно условию задачи $a = 100$ руб., $n = 50$ и $a_{50} = 800$ руб.

Процент годовых найдём из уравнения $100 \times (1 + 0,01p)^{50} = 800$.

Получим $p \approx 4,25\%$.



Ф. М. Достоевский

«Преступление и наказание»

Алёна Ивановна, старуха - процентщица предлагала Раскольникову деньги под заклад на весьма выгодных для себя условиях: «Вот-с, батюшка: коли по гривне в месяц с рубля, так за полтора рубля (в которые оценён заклад) причтётся с вас пятнадцать копеек, за месяц вперёд-с. Да за два прежних рубля (за старый заклад) с вас ещё причитается по сему же счёту вперёд двадцать копеек. А всего, стало быть, тридцать пять. Приходится же вам теперь всего получить за часы ваши рубль пятнадцать копеек».



Оноре де Бальзак

«Гобсек»

«Господин Дервиль взял у ростовщика Гобсека сумму в **150000** франков сроком на 10 лет под **15%** годовых».

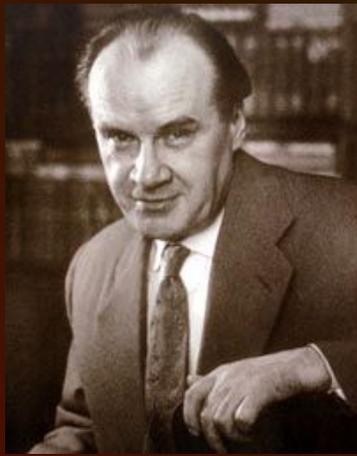
Если бы он выплачивал сложные проценты от исходной суммы:

$$a_{10} = 150\,000 \times (1 + 0,01 \times 15)^{10} \approx 606\,834 \text{ франка.}$$

Если бы расчёты велись по формуле простых процентов:

$$a_{10} = 150\,000 \times (1 + 0,01 \times 15 \times 10) = 375\,000 \text{ франков.}$$

Разница более 230 тысяч франков.



Николай Носов

«Витя Малеев в школе и дома»

1. «Мальчик и девочка рвали в лесу орехи. Они сорвали всего 120 штук. Девочка сорвала в два раза меньше мальчика. Сколько орехов собрал каждый из них?»

Ответ: девочка собрала 40, а мальчик – 80 ор.

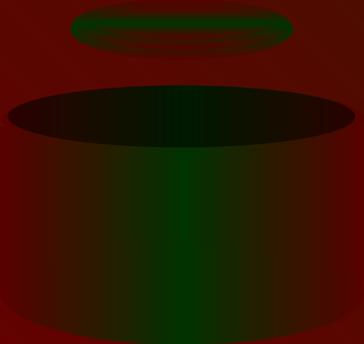
2. «В магазине было 8 пил, а топоров в три раза больше. Одной бригаде плотников продали половину топоров и три пилы за 84 рубля. Оставшиеся топоры и пилы продали другой бригаде плотников за 100 рублей. Сколько стоит один топор и одна пила?»

Ответ: топор стоит 5 руб. и пила стоит 8 руб.

Сказки

«Тысяча и одна ночь»

Мудрец задает юной деве задачу:
«Стая голубей подлетела к высокому дереву. Часть голубей села на ветвях, а другие расположились под деревом. Сидевшие на ветвях голуби говорят расположившимся внизу: "Если бы один из вас взлетел к нам, то вас стало бы втрое меньше, чем нас всех вместе, а если бы один из нас слетел к вам, то нас с вами стало бы поровну". Сколько голубей сидело на ветвях и сколько под деревом?»



Ярослав Гашек

«Похождения бравого солдата Швейка»

«Стоит четырехэтажный дом, в каждом этаже по восьми окон, на крыше - два слуховых окна и две трубы, в каждом этаже по два квартиранта. А теперь скажите, господа, в каком году умерла у швейцара его бабушка?».



Швейк рассказал свою задачу в 1914 году. Год кончины бабушки равен произведению общего числа окон этого дома на число труб и на возраст (в 1914 году) одного из квартирантов, лично присутствовавшего на похоронах.

В каком же году умерла у швейцара бабушка?

Джонатан Свифт «Путешествия Гулливера»



В стране лилипутов размеры – высота, ширина, длина, толщина всех вещей, людей, животных, растений и т.д. в 12 раз меньше, чем у нас. А в стране великанов в 12 раз больше. Лилипуты установили для Гулливера следующую норму отпуска продуктов: «...Ему будет ежедневно выдаваться столько съестных припасов и напитков, сколько достаточно для прокормления 1724 подданных страны лилипутов».

Из какого расчета получили лилипуты такой огромный паек, ведь Гулливер только лишь в 12 раз больше лилипута?

Расчет сделан практически верно, если не считать маленькой арифметической ошибки. Не надо забывать, что лилипуты это уменьшенная точная копия обыкновенного человека и имеет нормальную пропорцию частей тела. Значит они не только в 12 раз ниже, но и в 12 раз уже и в 12 раз тоньше Гулливера.

Получается, что объем тела Гулливера не в 12 раз, а в $12 \cdot 12 \cdot 12 = 1728$ раз больше лилипута. Именно поэтому ему понадобится такое количество еды.



Льюис Кэрролл

«Алиса в Стране чудес»

В сказке Кэрролла «Алиса в Стране чудес» происходит много превращений.
«...Алиса откусила еще кусочек и вскоре съела весь пирожок.

-Я теперь, раздвигаюсь, словно подзорная труба. Прощайте, ноги! В эту минуту она как раз взглянула на ноги и увидела, как стремительно они уносятся вниз. Еще мгновение – и они скроются из виду.

-Бедные мои ножки! Кто же будет вас теперь обувать? Кто натянет на вас чулки и башмаки? Мне же до вас теперь не достать».

Почему Алиса так переживала?

Части тела Алисы уменьшались и увеличивались согласно прямой пропорциональной зависимости.

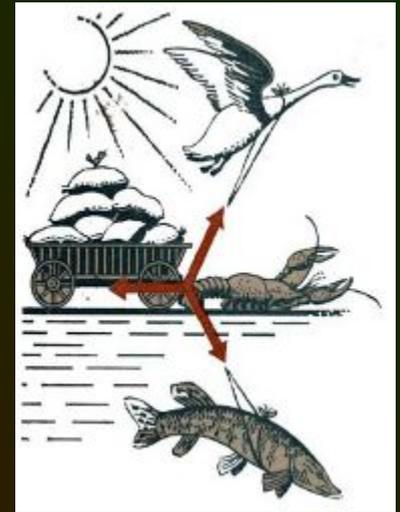
Увеличилась длина ног и длина рук в одинаковое количество раз. Переживания Алисы напрасны, она сама без труда смогла бы надеть и чулки и башмаки.



И. А. Крылов

«ЛЕБЕДЬ, ЩУКА И РАК»

Когда в товарищах согласья нет,
На лад их дело не пойдет,
И выйдет из него не дело, только мука.
Однажды Лебедь, Рак да Щука
Везти с поклажей воз взялись
И вместе трое все в него впряглись;
Из кожи лезут вон, а возу все нет ходу!
Поклажа бы для них казалась и легка:
Да Лебедь рвется в облака,
Рак пятится назад, а Щука тянет в воду.
Кто виноват из них, кто прав - судить не нам;
Да только воз и ныне там.



Сложение векторов движения лебедя и щуки выполним по правилу параллелограмма. Диагональ параллелограмма будет суммой двух векторов. Вектор движения рака будет направлен в противоположную сторону, значит, сумма этих векторов будет равна 0. Поэтому воз не двинется с места.

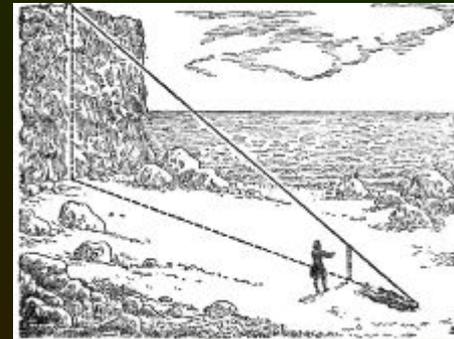


Жюль Верн

«Таинственный остров»

Герои Жюль Верна измеряли высоту скалы.

Расстояние от колышка до шеста так относится к расстоянию от колышка до основания стены, как высота шеста к высоте стены.



«- если мы измерим два первых расстояния, то, зная высоту шеста, сможем вычислить четвертый, неизвестный член пропорции, т. е. высоту стены.

«Оба горизонтальных расстояния были измерены: меньшее равнялось 15 футам, большее - 500 футам. По окончании измерений инженер составил следующую запись: $15:500 = 10:x$, $500 \times 10 = 5000$, $5000:15 = 333,3$.

Значит, высота гранитной стены равнялась 333 футам».

Джек Лондон

«Маленькая хозяйка большого дома»

«Посреди поля возвышался стальной шест, врытый глубоко в землю. С верхушки шеста к краю поля тянулся трос, прикрепленный к трактору. Механики нажали рычаг, и мотор заработал. Машина сама двинулась вперед, описывая окружность вокруг шеста, служившего его центром.

-Чтобы окончательно усовершенствовать машину, - Грэхем, - вам остаётся превратить окружность, которую она описывает, в квадрат.

-Да, на квадратном поле пропадает при такой системе очень много земли. Грэхем произвёл некоторые вычисления, затем заметил:

-Теряем примерно три акра из каждых десяти. Не меньше».

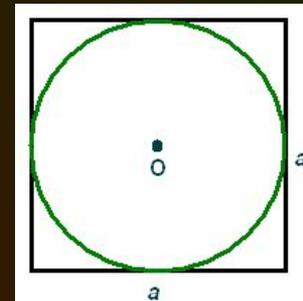
Расчёт неверен: теряется меньше, чем 0,3 всей земли.

Пусть, a - сторона квадрата. Площадь такого квадрата $S_1 = a^2$. Диаметр вписанного круга равен также a , а его площадь $S_0 = \frac{\pi a^2}{4}$.

Пропадающая часть квадратного участка составляет:

$$S_1 - S_0 = a^2 - \frac{\pi a^2}{4} = \left(1 - \frac{\pi}{4}\right) a^2 = 0,22 a^2.$$

Необработанная часть квадратного поля составляет не 30%, как полагали герои американского романиста, а только 22%.





Артур Конан-Дойль

«Обряд дома Месгрейвов»

Отрывок из текста:

«Я связал вместе два удилица, что дало мне шесть футов, и мы с моим клиентом отправились обратно к тому месту, где рос (когда-то) вяз... Я воткнул свой шест в землю, отметил направление тени и измерил ее. В ней было девять футов. Дальнейшие мои вычисления были совсем уж несложны. Если палка высотой шесть футов отбрасывает тень в девять футов, то дерево (вяз) высотой (64 фута) отбросит тень в (96 футов), и направление той и другой, разумеется, будет совпадать».



Рулева Т.Г.

Художественная литература:

Аверченко А. Экзаменационная задача.

Бальзак О. Гобсек.

Белых Г. и Пантелеев А. Республика Шкид.

Гашек Я. Похождения бравого солдата Швейка

Гераскина Л. В стране невыученных уроков.

Достоевский Ф. М. Преступление и наказание.

Ильф И. и Петров Е. Двенадцать стульев, Золотой теленок.

Жюль Верн Таинственный остров.

Кассиль Л. Конduit «Швамбрания».

Конан- Дойль А. Обряд дома Месгрейвов.

Крылов И.А. Лебедь, Щука и Рак.

Кэрролл Л. Алиса в Стране чудес.

Лондон Д. Маленькая хозяйка большого дома.

Некрасов Н.А. Дедушка Мазай и зайцы.

Носов Н. Витя Малеев в школе и дома.

Остер Г. Задачник.

Пушкин А.С. Скупой рыцарь.

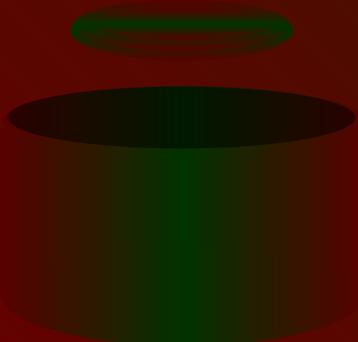
Салтыков-Щедрин М.Е. Господа Головлевы.

Свифт Д. Путешествия Гулливера.

Толстой Л.Н. Арифметика, Много ли человеку надо?

Тургенев И.С. Муму.

Чехов А.В. Каникулярные работы институтки Наденьки Н., Репетитор.



Заключение

Обзор литературы показал, что знания по математике нужны и писателям.

В художественных произведениях содержится много загадок, а иногда автор дает и отгадку.

Авторы, используя математические данные, предлагают читателю подумать.

Любая книга откроет свои тайны тому человеку, кто умеет сам добывать знания и отвечать на интересующие его вопросы.

Грамотное использование математических фактов делает художественное произведение достоверным и реальным.

Использованные Интернет-ресурсы:

1. Бакиева А., Саитова Р.А. «Математика в художественной литературе».
2. Барташевич Н. «Алгеброй гармонию измерим. Математика в художественной литературе».
3. Береговой Е. «Литературная математика».
4. Карпушина Н.М. «Любимые книги глазами математика».
5. Куликова Е., Куликова Е.В. «Математика и литература – два крыла одной культуры».
6. Латыпова С.В. «Математические задачи в литературных произведениях».
7. Митрофанова Н.В., Шохалова Н.П. «Мировоззрение и творчество А. С. Пушкина в свете математических законов».
8. Мухачева А., Куприянович М.О. «Математические задачи в литературных произведениях».