Лекция № 1

1. Виды проецирования
2. Комплексный чертеж

- точки

- плоскости

Начертательная геометрия – это наука о способах отображения пространственных форм на плоскости.

Изображения объектов трехмерного пространства на плоскости получают методом проецирования. **Поэтому проекционный метод построения изображений является основным методом НГ.**

Прямая и обратная задачи НГ: *прямая задача* – построение проекций по пространственной модели, *обратная задача* – по проекциям воссоздание пространственной модели

Виды проецирования и их свойства

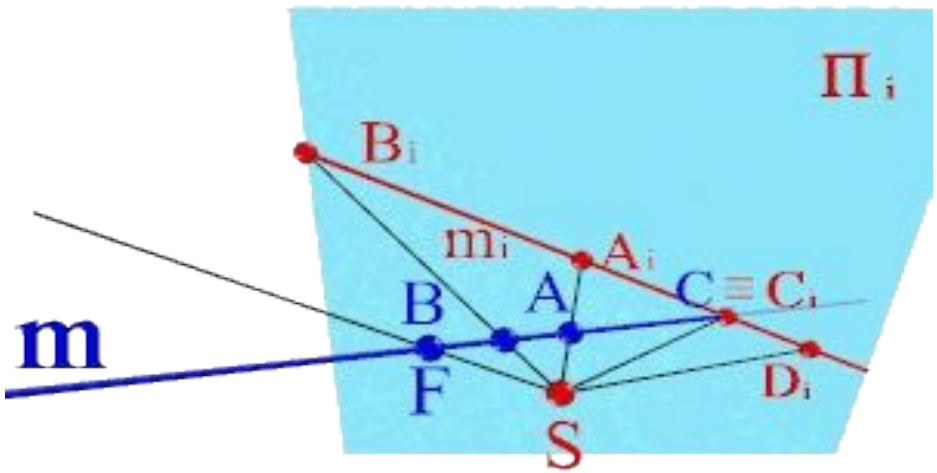
Аппарат проецирования включает в себя **проецирующие лучи** (проецирующие прямые), проецируемый **объект** и плоскость, на которой получается изображение (**плоскость проекций**).

В зависимости от *положения центра проецирования* и *направления проецирующих прямых* по отношению к плоскости проекций, проецирование может быть:

центральным,
параллельным
прямоугольным (ортогональным).

Центральное проецирование

Проецирование называется центральным, если все проецирующие лучи проходят через одну точку – **центр проецирования**



Чтобы спроецировать точку ***A*** на плоскость Π_1 , через центр проецирования ***S*** проводят луч ***SA*** до его пересечения с плоскостью Π_1 в точке A_1. Точка A_1 - ***центральная проекция*** точки ***A*** , а луч ***SA*** - ***проецирующий луч.***

S – центр проецирования

Π_1 – плоскость проекций

A, B, C – точки пространства

A_1, B_1, C_1 - центральные проекции точек

Свойства центрального проецирования

1. **Проекцией точки является точка**

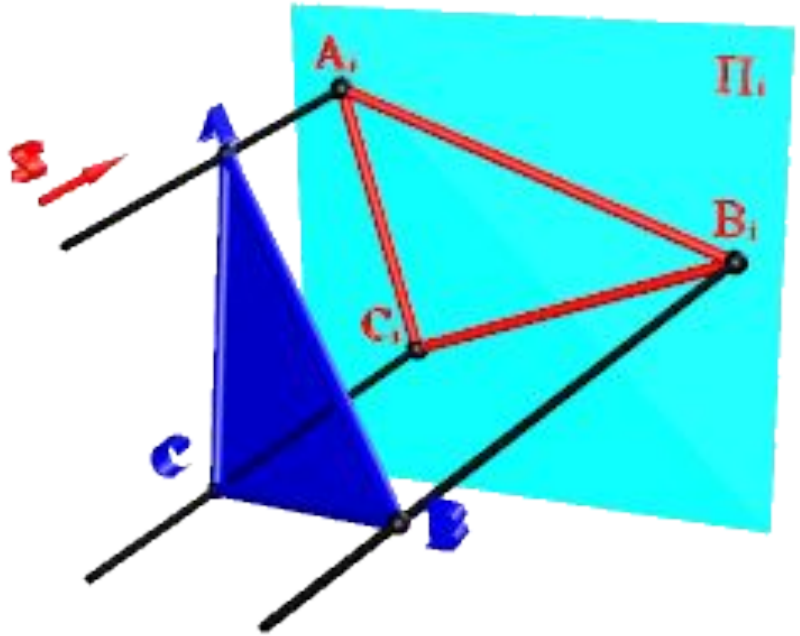
2. **Проекцией прямой линии является прямая**

3. **Если точка принадлежит прямой, то проекция этой точки принадлежит проекции прямой. Если $C \subset AB$, то $C_1 \subset A_1B_1$.**

Точка пересечения линий проецируется в точку пересечения их проекций.

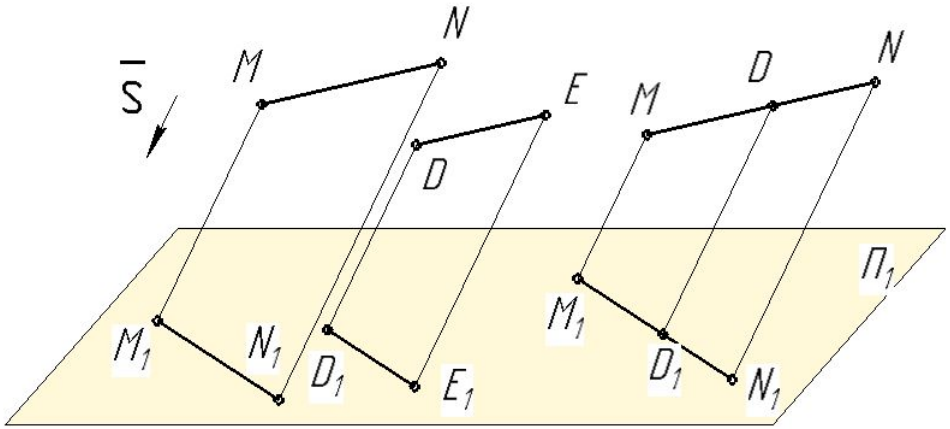
Параллельное проецирование

Частный случай центрального проецирования – параллельное проецирование, когда центр проецирования удалён в бесконечность. При этом проецирующие лучи можно рассматривать как параллельные проецирующие прямые. Положение проецирующих прямых относительно плоскости проекций определяется **направлением проецирования s**



В свою очередь параллельные проекции подразделяются на ***прямоугольные***, когда проецирующие лучи перпендикулярны плоскости проекций, и ***косоугольные***, когда направление проецирования образует с плоскостью проекций угол не равный 90^0.

Свойства параллельного проецирования

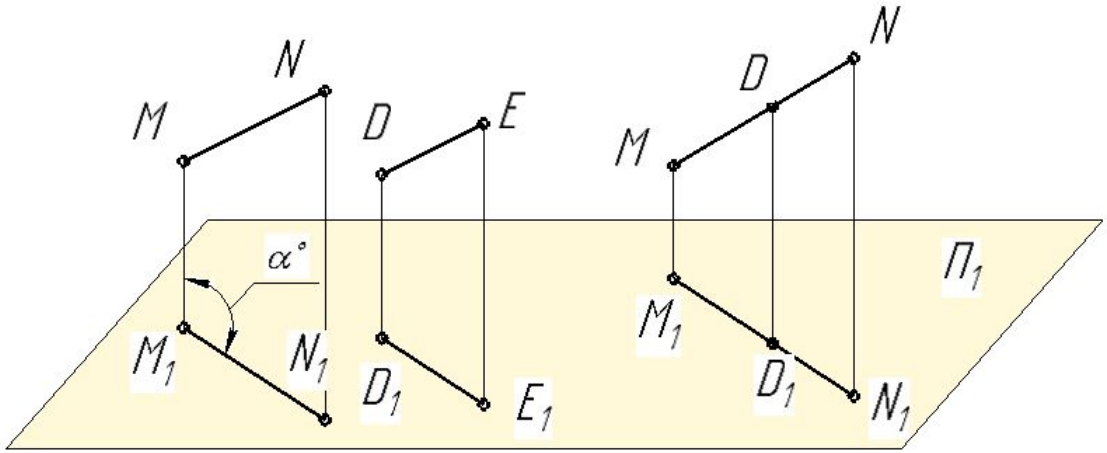


1-3 справедливы и для параллельного проецирования

4. Проекциями параллельных прямых являются параллельные прямые.
Если MN ll DE, то $M_1 N_1 \parallel D_1E_1$

5. Отношение отрезков параллельных прямых равно отношению проекций этих отрезков.
Если MN II DE, то $MN/DE = M_1N_1/D_1E_1$ ($MD/DN=M_1D_1/D_1N_1$)
6. Прямая параллельная плоскости проекций проецируется в натуральную величину.
Если MN II $П_1$, то $MN= M_1N_1$

Прямоугольное (ортогональное) проецирование



α° - равно 90° (Проецирующие прямые перпендикулярны плоскости проекций)

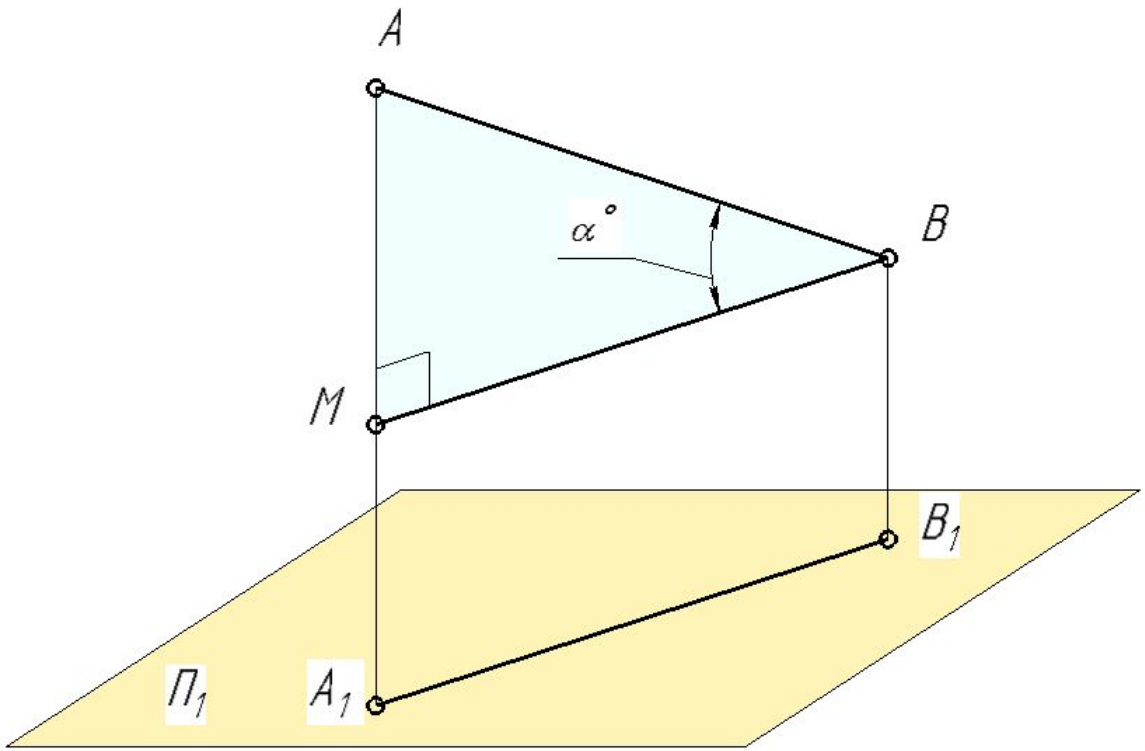
Свойства прямоугольного проецирования

1 – 6 справедливы

7. Длина проекции отрезка прямой равна длине самого отрезка, умноженной на косинус угла наклона прямой к плоскости проекций, след.

$$0 < A_1 B_1 < AB$$

$$AB = A_1 B_1 \cos \alpha^\circ$$



$MB \parallel A_1B_1$

$MB = A_1B_1$

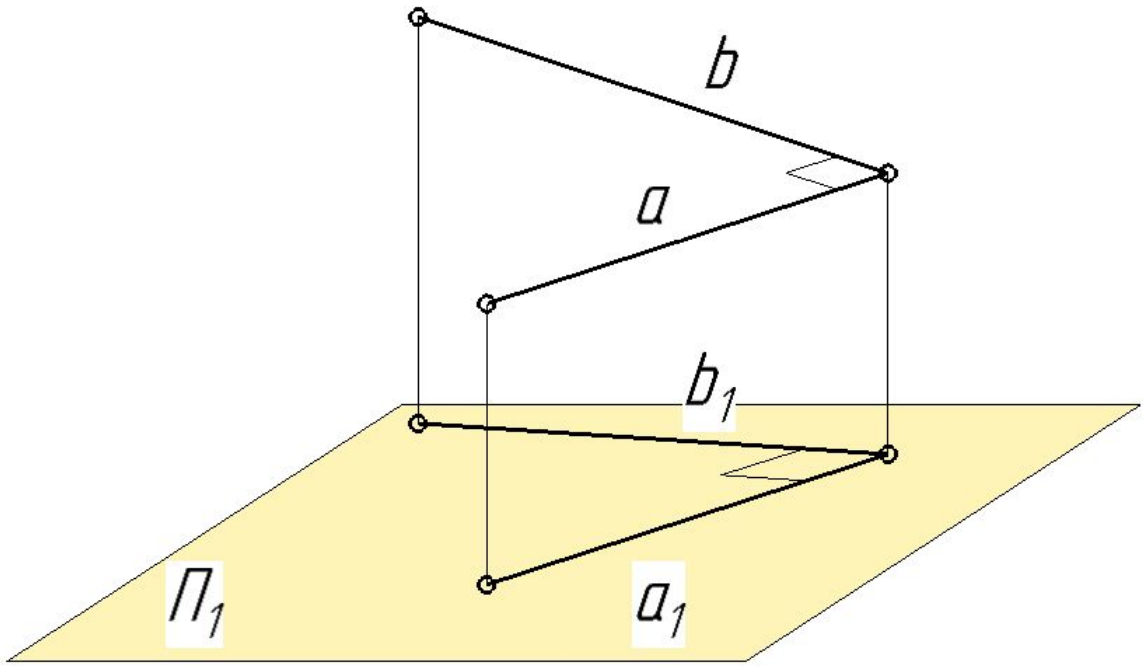
$AM \perp BM$

$AM = AA_1 - A_1M$

AB – натуральная величина отрезка

8. *Теорема о проецировании прямого угла*

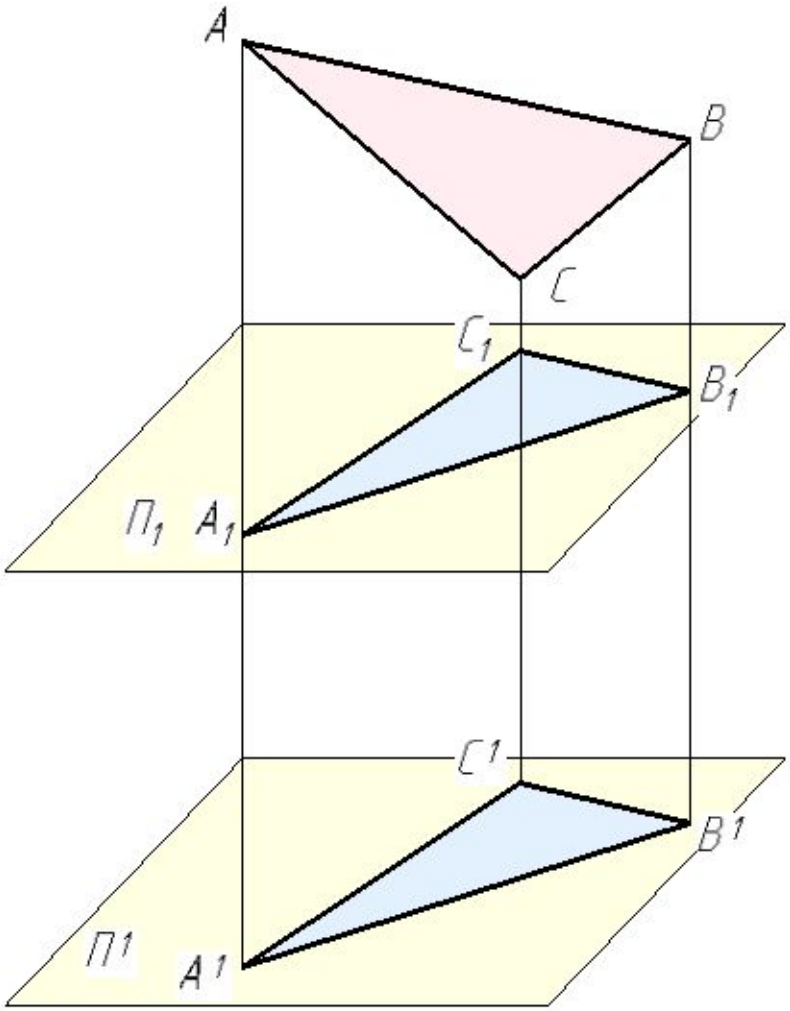
Если хотя бы одна из сторон прямого угла параллельна одной из плоскостей проекций, а другая ей не перпендикулярна, то прямой угол на эту плоскость проецируется без искажения.



$a \perp b, \quad a \parallel П_1$

Если $a \parallel П_1$, то $a_1 \perp b_1$

9. *Форма проекции фигуры не меняется при параллельном переносе плоскости проекций.*



Комплексные чертежи «Точка, прямая, плоскость»

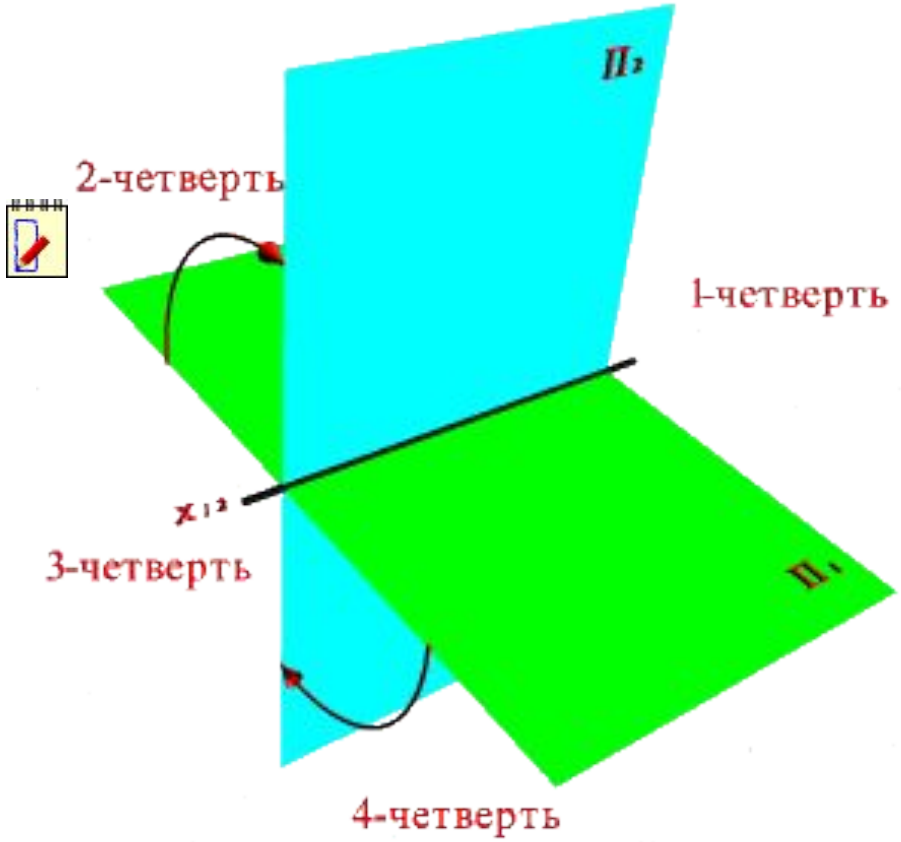
Комплексный чертеж точки

***Комплексным называется чертеж**, состоящий из совокупности взаимосвязанных ортогональных проекций.*

Основные принципы построения таких чертежей изложены ***Гаспаром Монжем*** - крупным французским геометром конца 18. Изложенный Монжем метод ортогонального проецирования **на две взаимно перпендикулярные плоскости проекций** был и остается основным методом составления техническихчертежей.

В соответствии с методом предложенным Г. Монжем рассмотрим в пространстве две взаимно перпендикулярные плоскости проекций . Одну из плоскостей проекций $\boldsymbol{П_1}$ располагают горизонтально, а вторую $\boldsymbol{П_2}$ - вертикально. $\boldsymbol{П_1}$ - горизонтальная плоскость проекций, $\boldsymbol{П_2}$- фронтальная. Плоскости бесконечны и непрозрачны.

Плоскости проекций делят пространство на четыре двугранных угла – четверти.



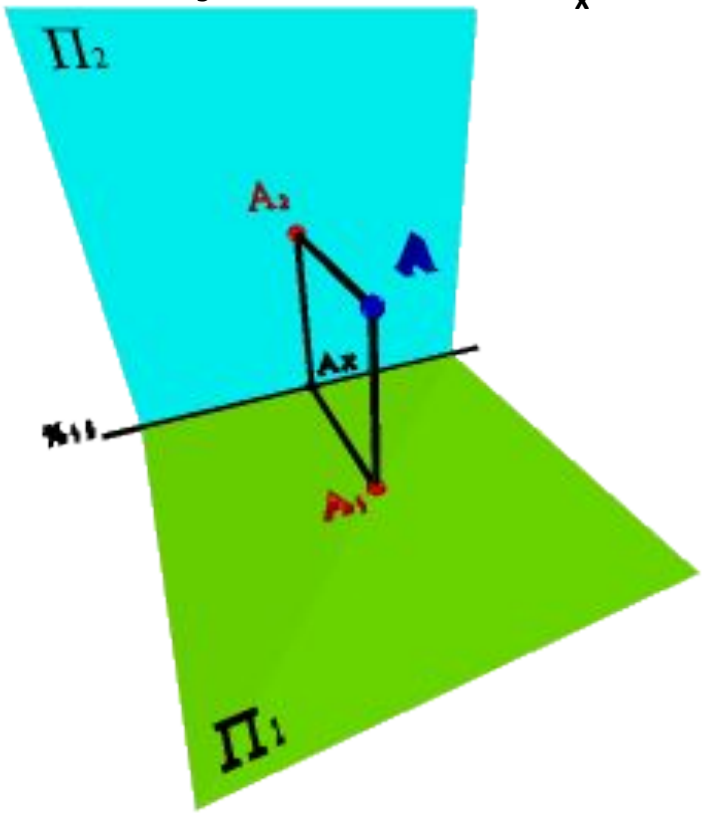
<u>Линия пересечения плоскостей проекций</u> называется осью координат и обозначается X_{12}.

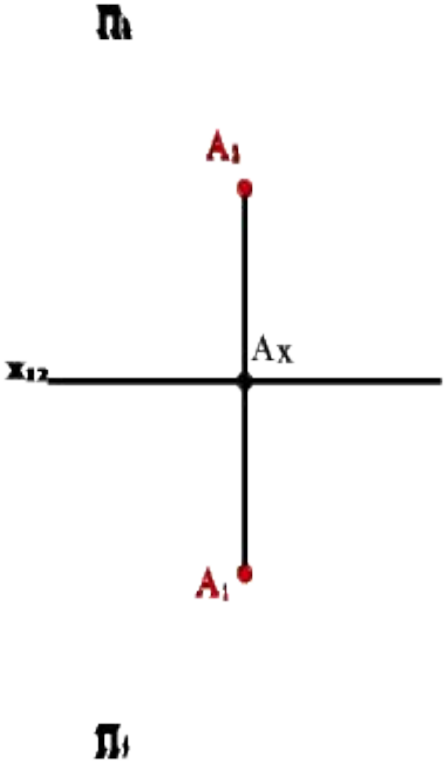
Чтобы получить плоский чертеж, состоящий из указанных проекций, плоскость $П_1$ совмещают вращением вокруг оси X_{12} с плоскостью $П_2$. Проекционный чертеж называется **эпюром Монжа** или **комплексным чертежом**.

ТОЧКА В ОРТОГОНАЛЬНОЙ СИСТЕМЕ ДВУХ ПЛОСКОСТЕЙ ПРОЕКЦИЙ

Ортогональной проекцией точки на плоскость является основание перпендикуляра, опущенного из данной точки на эту плоскость. На рисунке показана точка ***A*** и ее ортогональные проекции A_1 и A_2, которые называют соответственно горизонтальной и фронтальной проекциями.

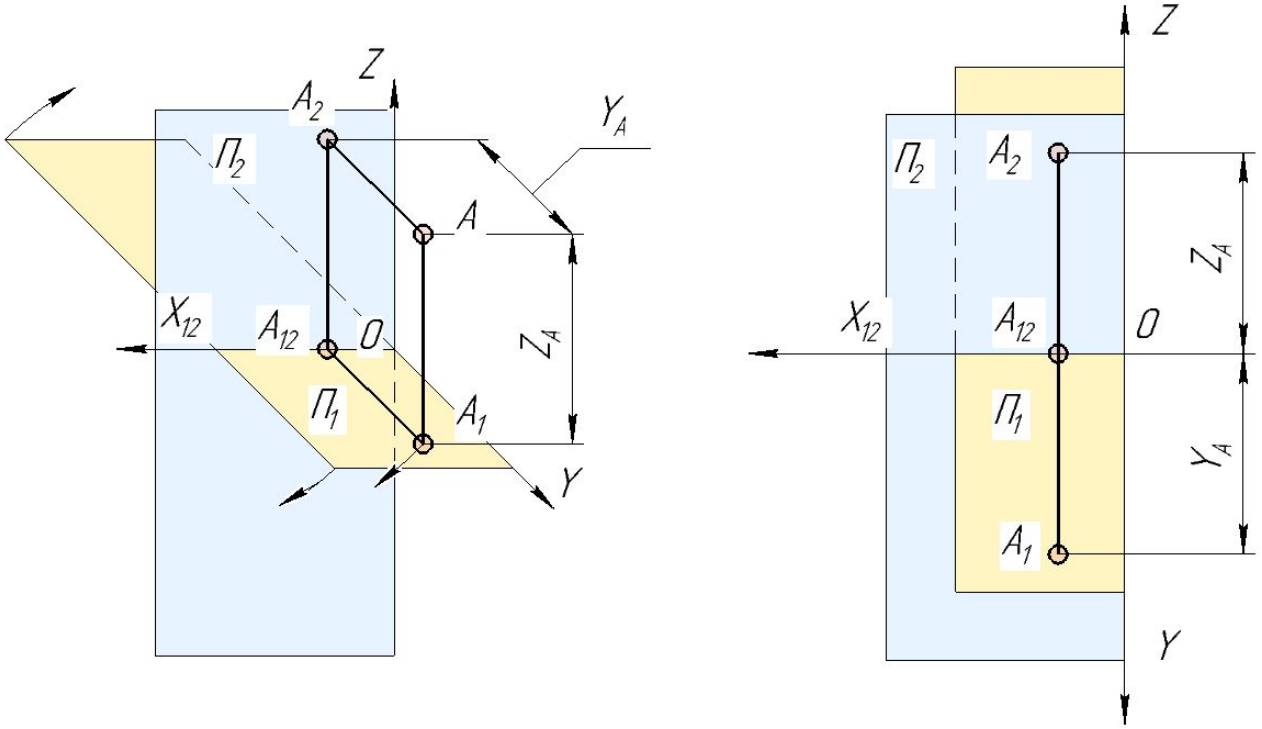
Проекции точки всегда расположены на прямой, перпендикулярной оси x_{12} и пересекающей эту ось в точке A_x.





Справедливо и обратное, т. е. ***если на плоскостях проекций даны точки A_1 и A_2 расположенные на прямой, пересекающей ось x_{12} в точке A_{12} под прямым углом, то они являются проекцией некоторой точки A.***

На эпюре Монжа проекции A_1 и A_2 расположены на одном перпендикуляре к оси x_{12}. Прямые линии, соединяющие разноименные проекции точки на эпюре, называются ***линиями проекционной связи.***



$П_2$ – фронтальная плоскость проекций **$П_1$ – горизонтальная плоскость проекций**

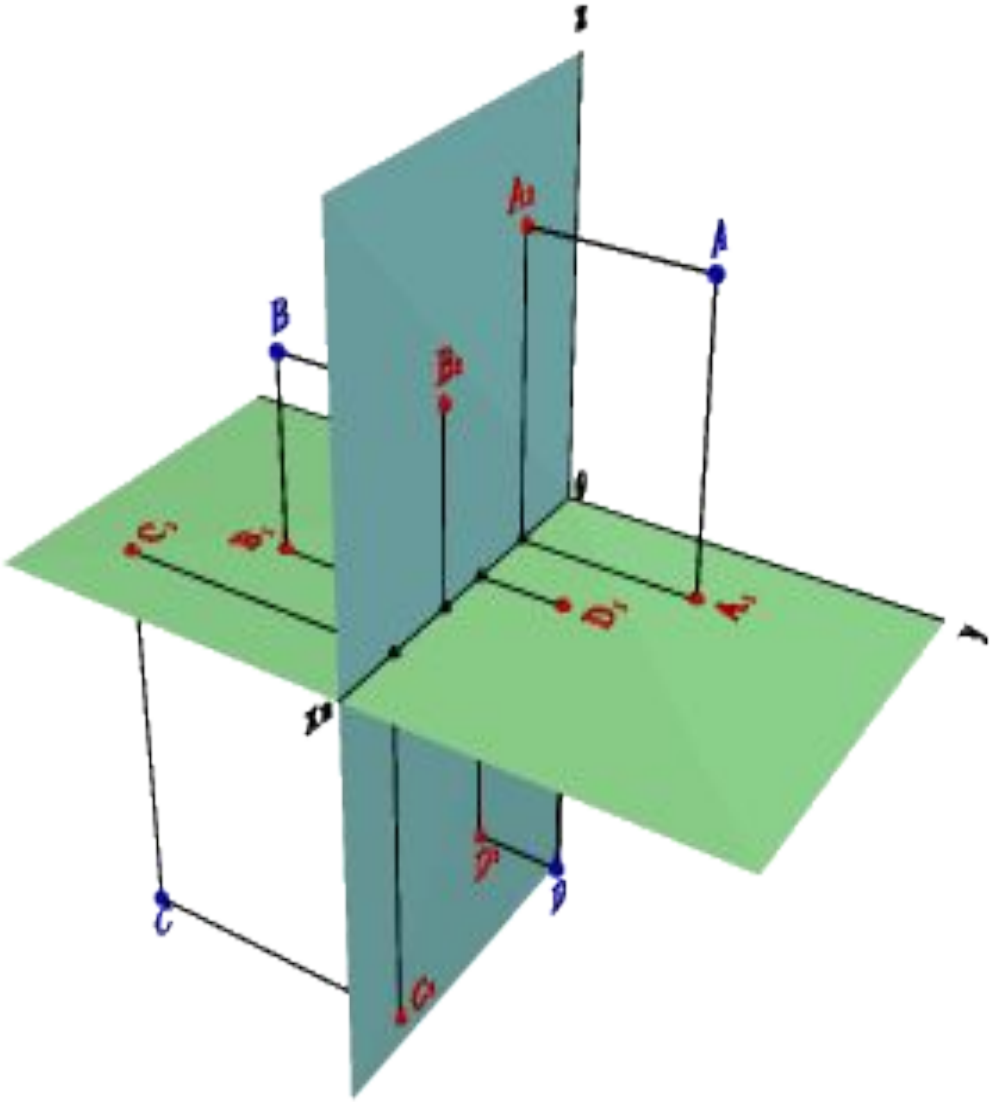
X_{12} – ось проекций **$П_2 \perp П_1$**

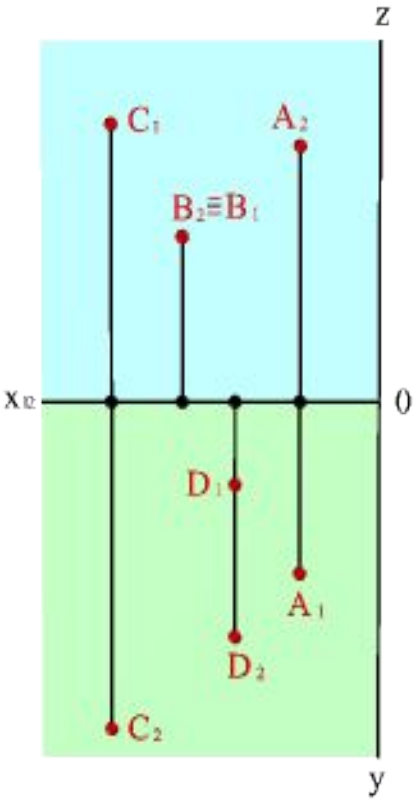
$AA_2 = A_1A_{12}$ расстояние до фронтальной плоскости **(Y_A)**

$AA_1 = A_2A_{12}$ расстояние до горизонтальной плоскости **(Z_A)**

A_2A_1 – линия связи $A_2A_1 \perp X_{12}$

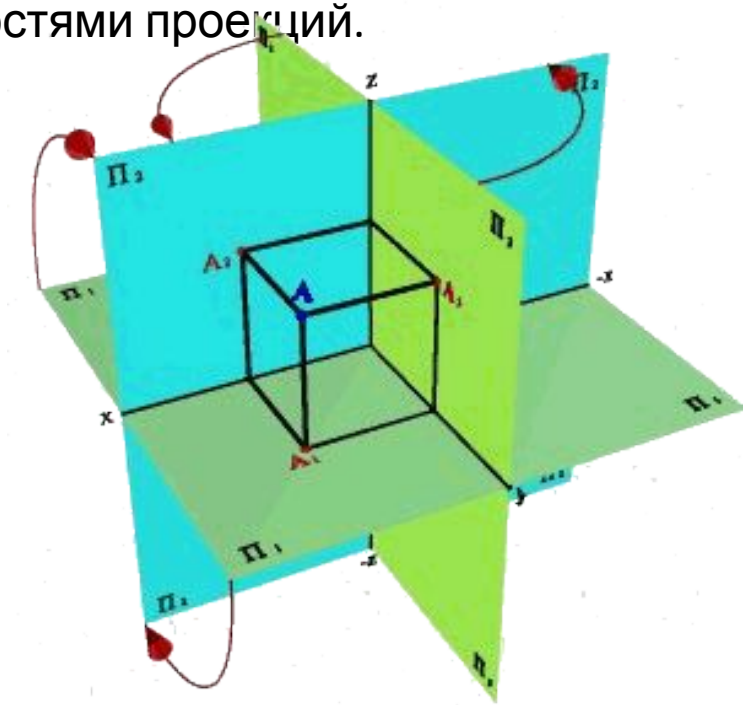
Две проекции точки определяют ее положение в пространстве

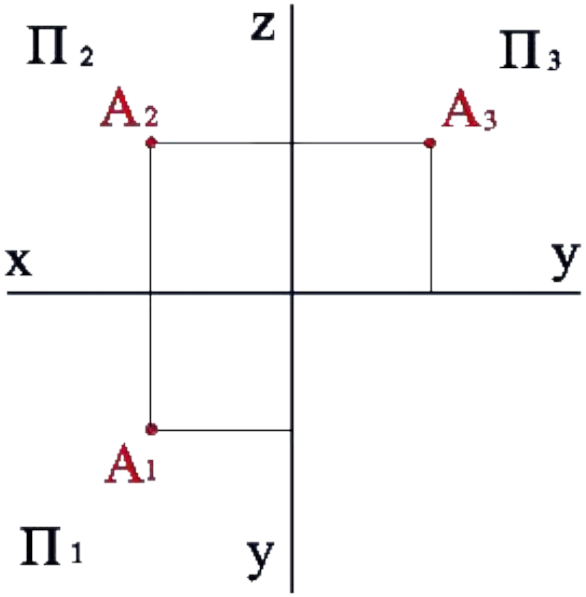



z
C₁
A₂
B₂≡B₁
x
0
D₁
A₁
D₂
C₂
y

ТОЧКА В ОРТОГОНАЛЬНОЙ СИСТЕМЕ ТРЕХ ПЛОСКОСТЕЙ ПРОЕКЦИЙ

В практике изображения различных геометрических объектов, чтобы сделать проекционный чертеж более ясным, возникает необходимость использовать третью – профильную плоскость проекций $\boldsymbol{П_3}$, расположенную перпендикулярно к $\boldsymbol{П_1}$ и $\boldsymbol{П_2}$. Плоскости проекций $\boldsymbol{П_1}$, $\boldsymbol{П_2}$ и $\boldsymbol{П_3}$ являются основными плоскостями проекций.





Третья плоскость, перпендикулярная и $П_1$, и $П_2$, обозначается буквой $\mathbf{П_3}$ и называется **профильной**.

Плоскости проекций, попарно пересекаясь, определяют три оси 0x, 0y и 0z. Три плоскости проекций делят пространство на восемь трехгранных углов - октантов. Для получения эпюра точки в системе трех плоскостей проекций плоскости $П_1$ и $П_3$ вращают до совмещения с плоскостью $П_2$.

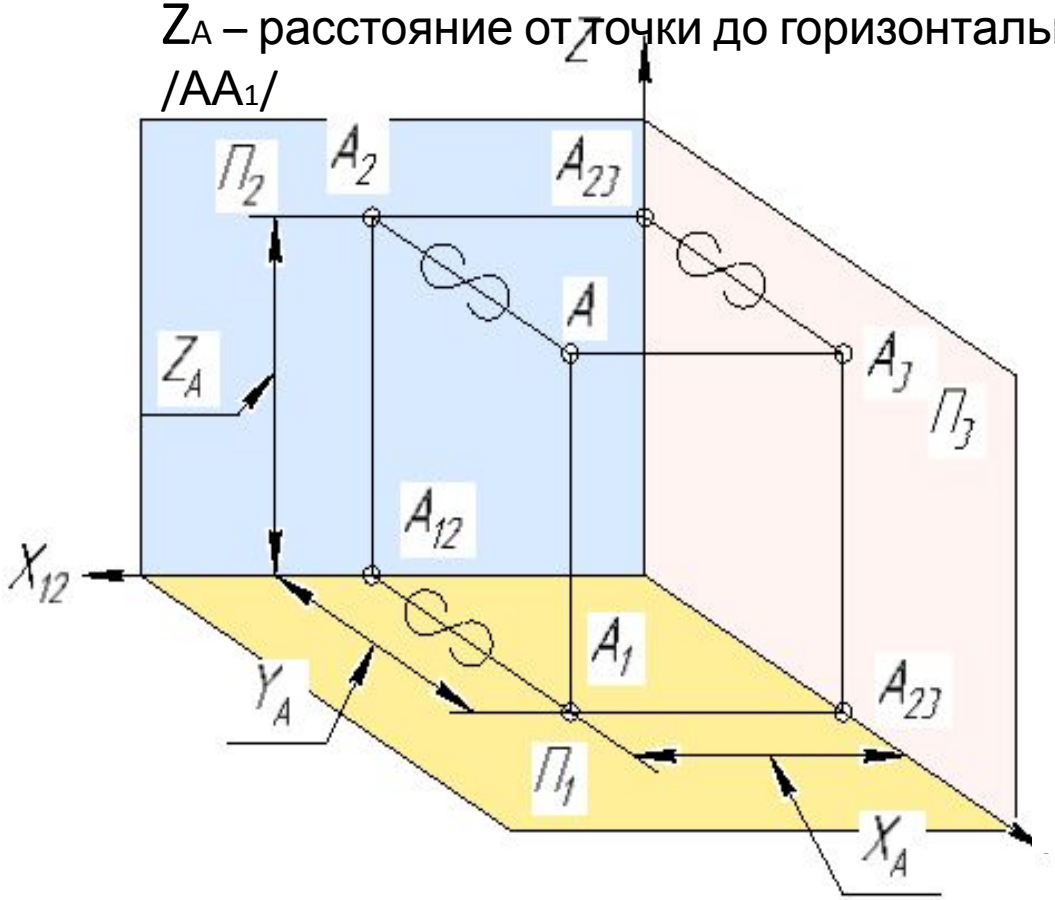
Положение точки в пространстве определяется тремя координатами – X,Y,Z

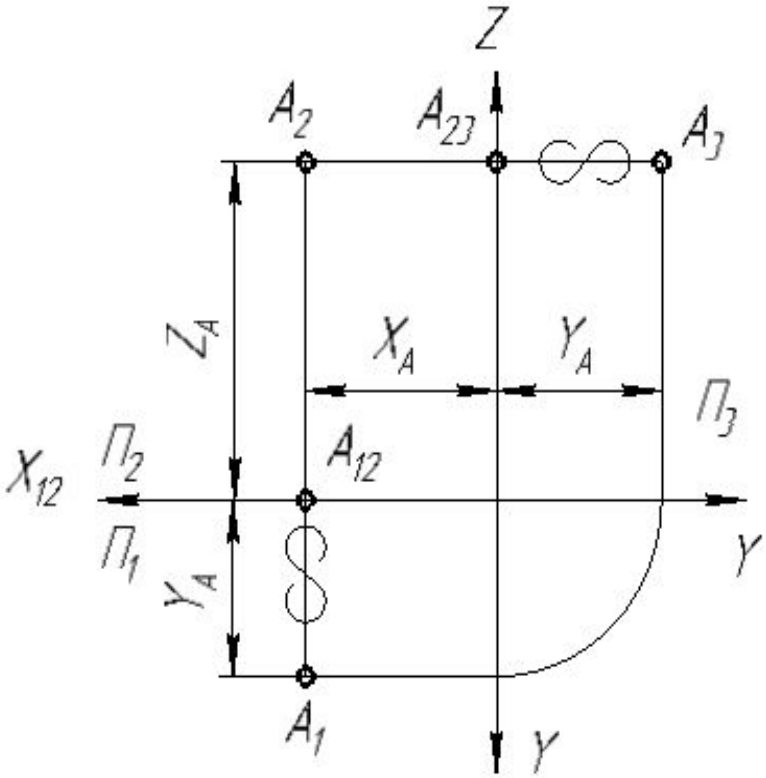
Координаты – расстояния от точки до плоскостей проекций

X_A – расстояние от точки до профильной плоскости проекций $П_3$ /AA_3/

Y_A – расстояние от точки до фронтальной плоскости проекций $П_2$/ AA_2/

Z_A – расстояние от точки до горизонтальной плоскости проекций $П_1$ /AA_1/



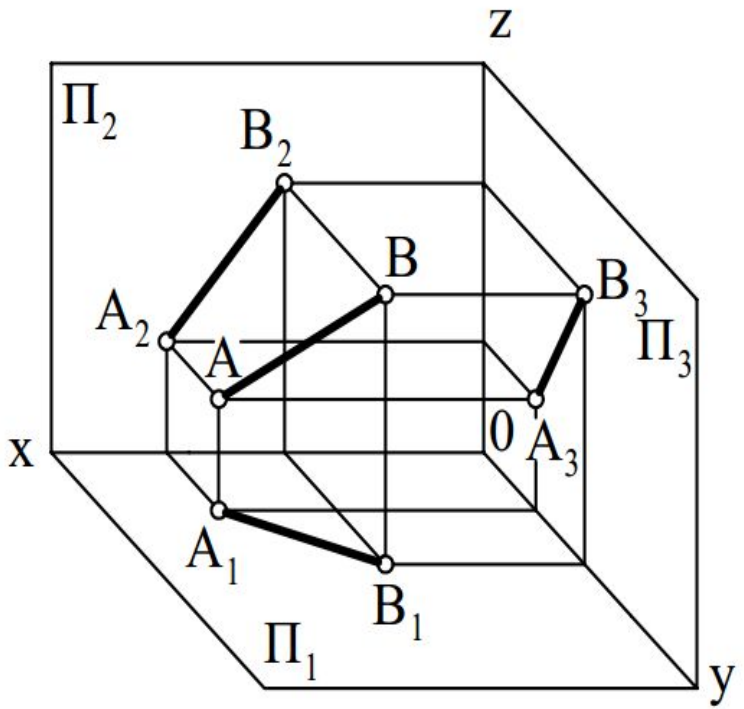


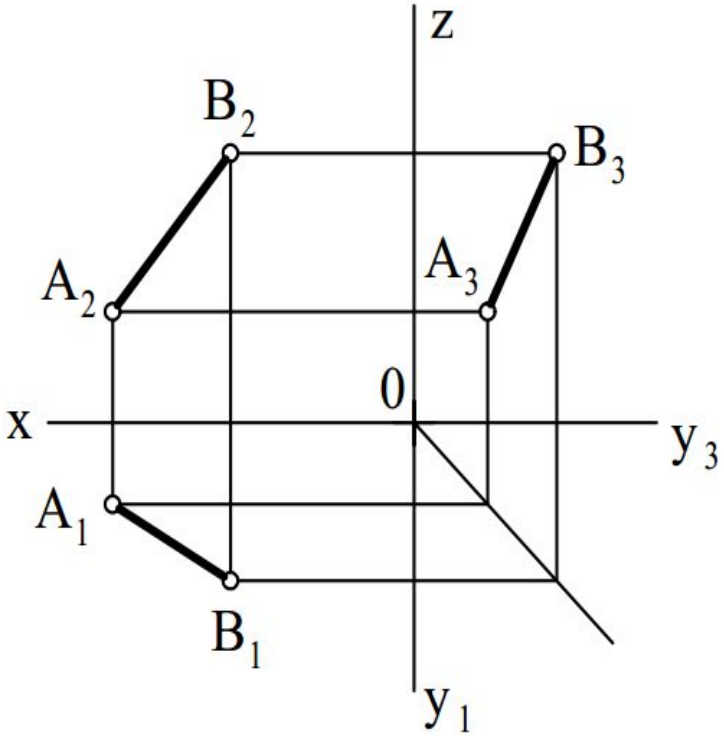
Комплексный чертеж прямой

Прямые, непараллельные и неперпендикулярные плоскости проекций называются ***прямыми общего положения.***

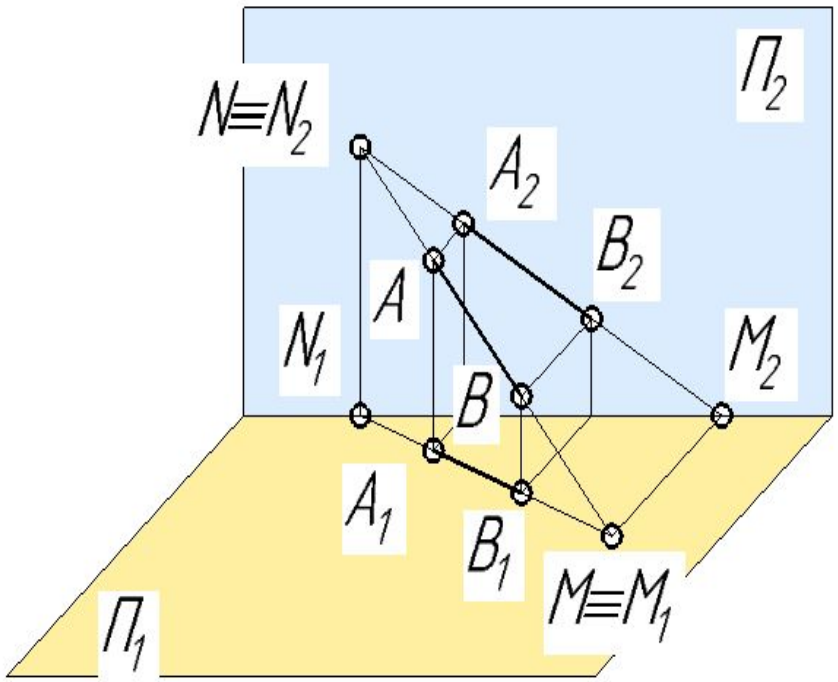
Прямая на комплексном чертеже может быть задана:

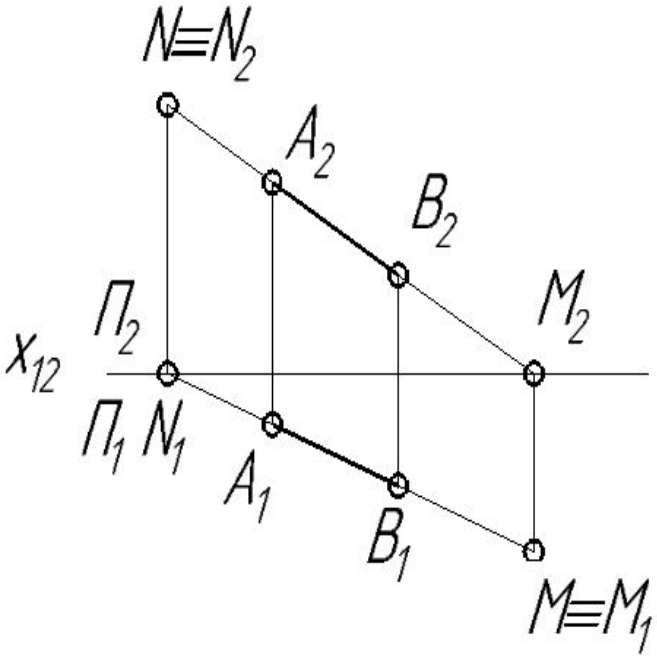
- двумя точками (A, B);
- своими проекциями (m_1, m_2).





Следы прямой – *точки ее пересечения с плоскостями*





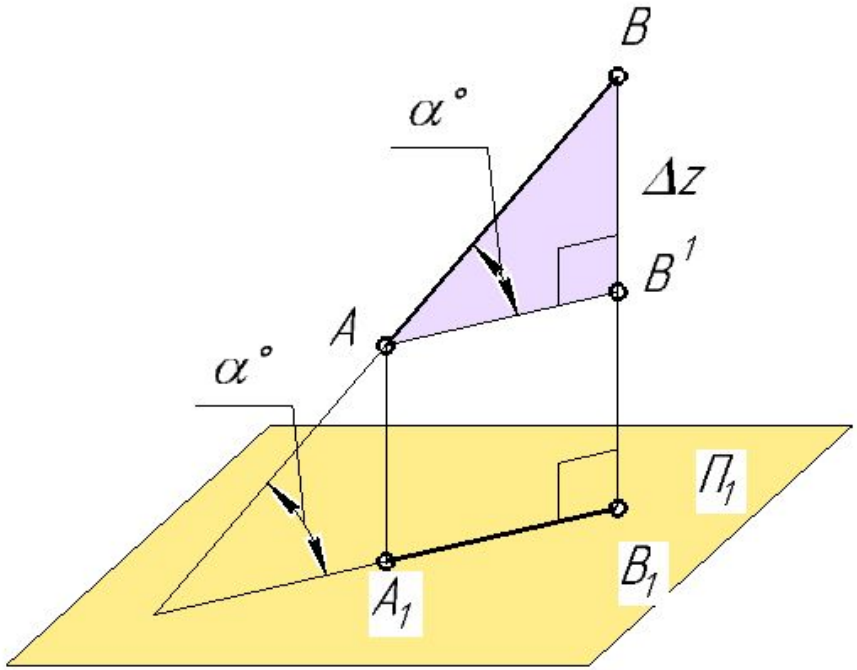
M – горизонтальный след прямой AB $M=AB\cap П_1$

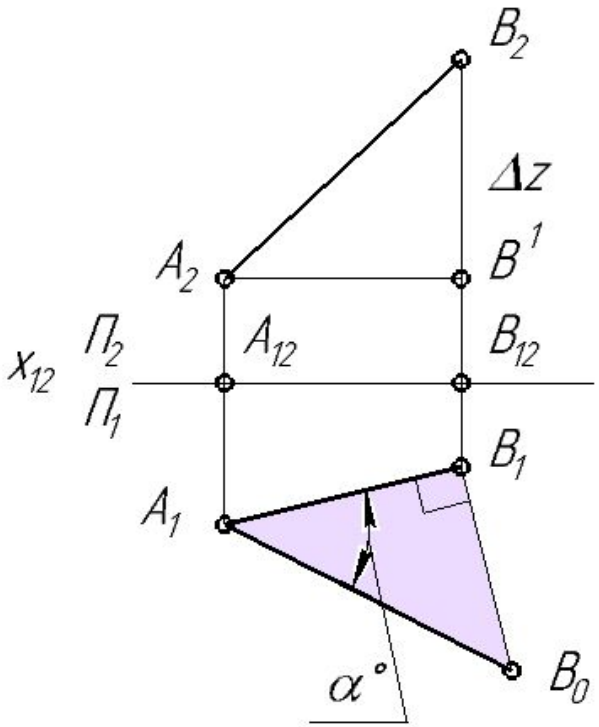
N – фронтальный след прямой AB $N=AB\cap П_2$

1. Для построения горизонтального следа M прямой необходимо продолжить ее фронтальную проекцию до пересечения с осью 0x и в этой точке восстановить перпендикуляр к оси до пересечения с горизонтальной проекцией прямой.

2. Для построения фронтального следа N прямой нужно из точки пересечения горизонтальной проекции её с осью 0x восстановить перпендикуляр до пересечения с фронтальной проекцией прямой.

Определение длины отрезка способом прямоугольного треугольника





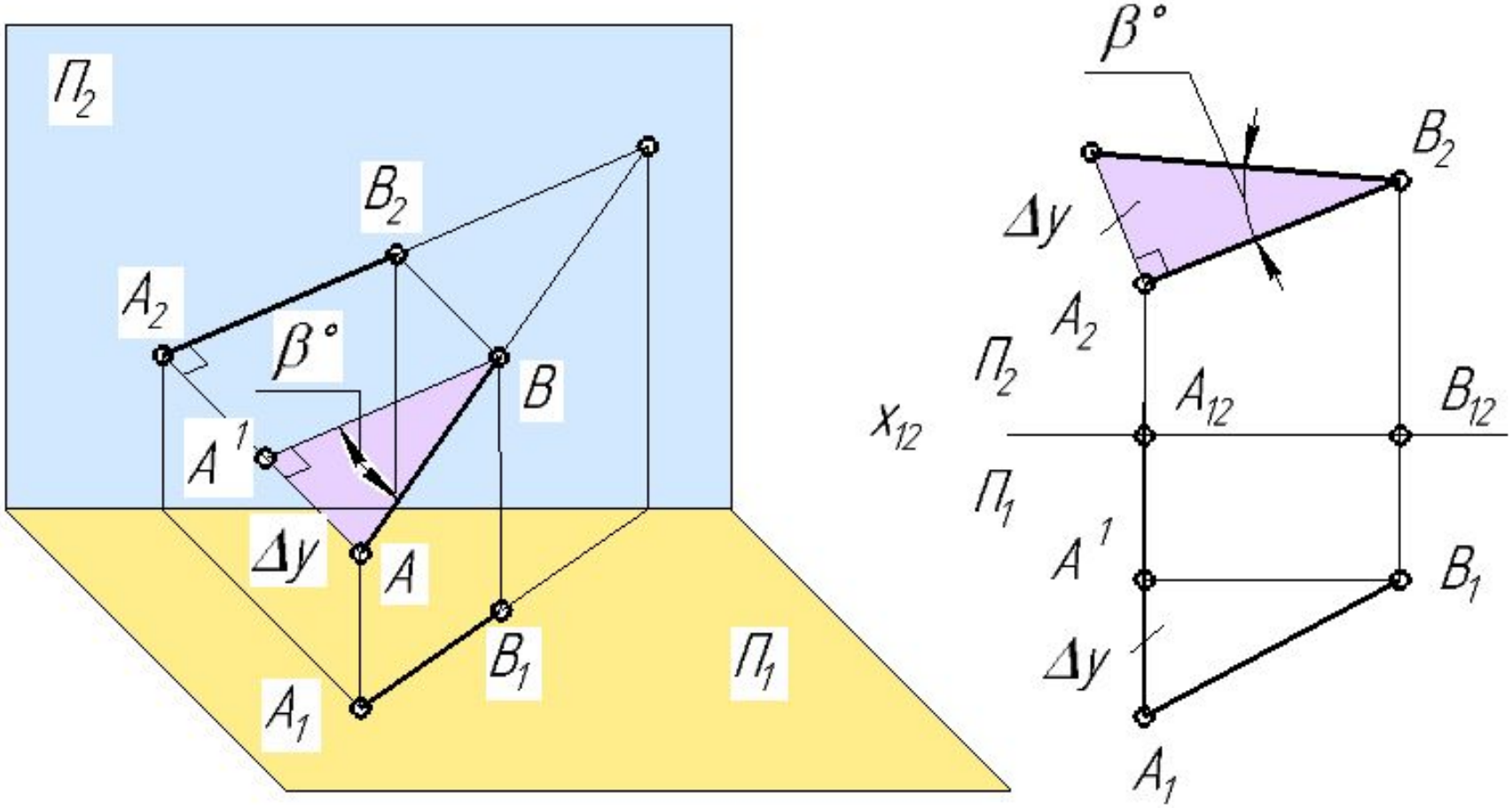
$\Delta Z = BB_1 - B^1B_1$; $AA_1 = B^1B_1$

Натуральная величина отрезка прямой – *это* ***гипотенуза*** *прямоугольного треугольника, у которого один катет – это горизонтальная (фронтальная) проекция отрезка, а другой катет – это разность расстояний концов отрезка до горизонтальной (фронтальной) плоскости проекций.*

α- угол наклона прямой к горизонтальной плоскости проекций (угол между гипотенузой и горизонтальной проекцией отрезка).

Для определения угла наклона отрезка прямой АВ на фронтальной плоскости проекций П2 строят прямоугольный треугольник аналогичным путем

Угол **β** в этом же треугольнике А'ВА является углом наклона прямой АВ к плоскости П2.



Прямые частного положения (прямые уровня и проецирующие)

Прямые частного положения *– это прямые параллельные и перпендикулярные плоскостям проекций.*
Прямые уровня *– прямые параллельные плоскостям проекций.*

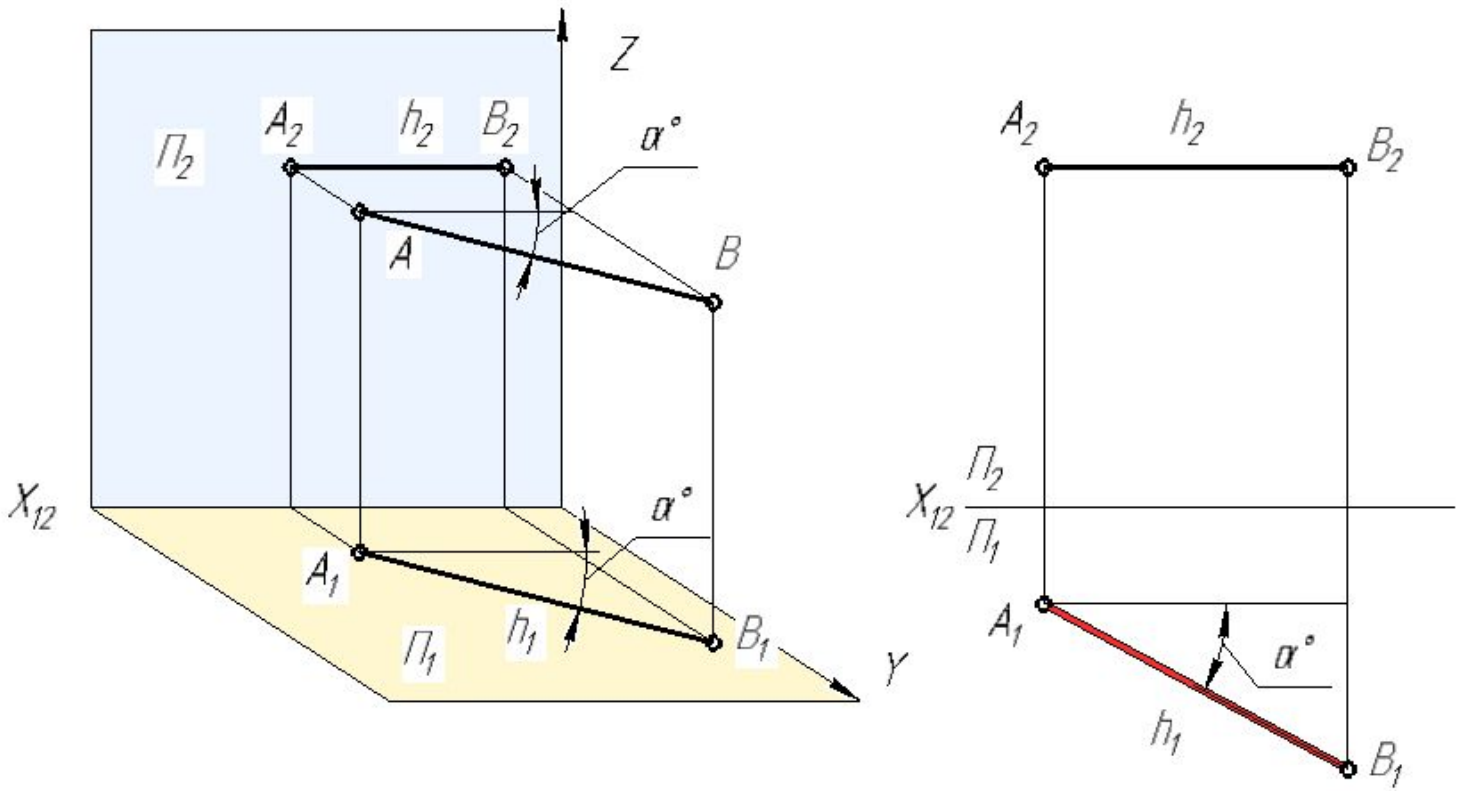
Прямые уровня

Различают три линии уровня:

1) прямую, параллельную горизонтальной плоскости проекций; называют горизонтальной или горизонталью h;
2) прямую, параллельную фронтальной плоскости проекций; называют фронтальной или фронталью f;
3) прямую, параллельную профильной плоскости проекций; называют профильной p.

Каждая линия уровня будет проецироваться в натуральную величину на ту плоскость проекций, которой она параллельна, углы наклона, которые эта прямая образует с двумя другими плоскостями проекций, также будут проецироваться на эту плоскость без искажения.

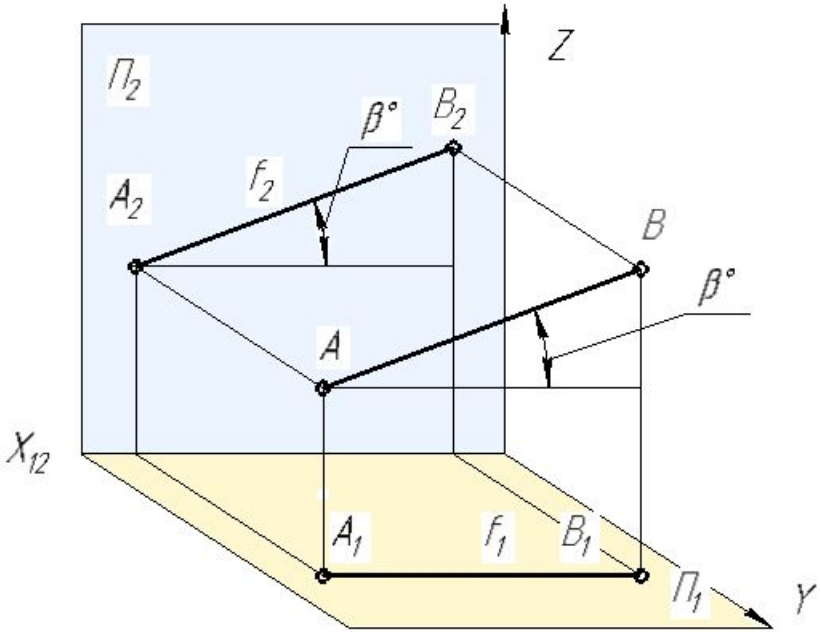
Горизонталь

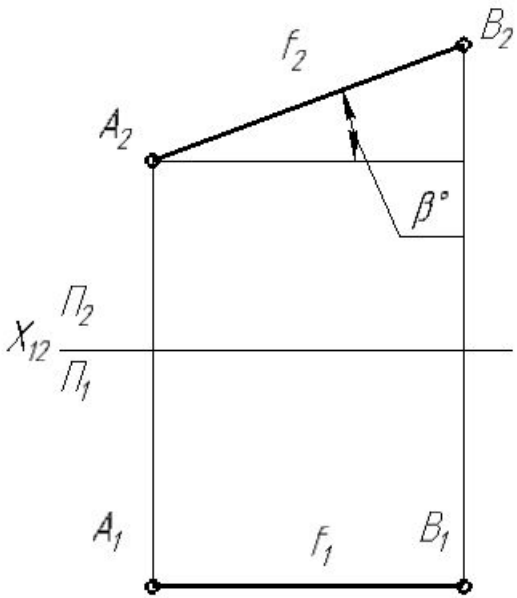


h_2 II X_{12} ; h_1 – натуральная величина;

α °- угол наклона прямой к фронтальной плоскости проекций.

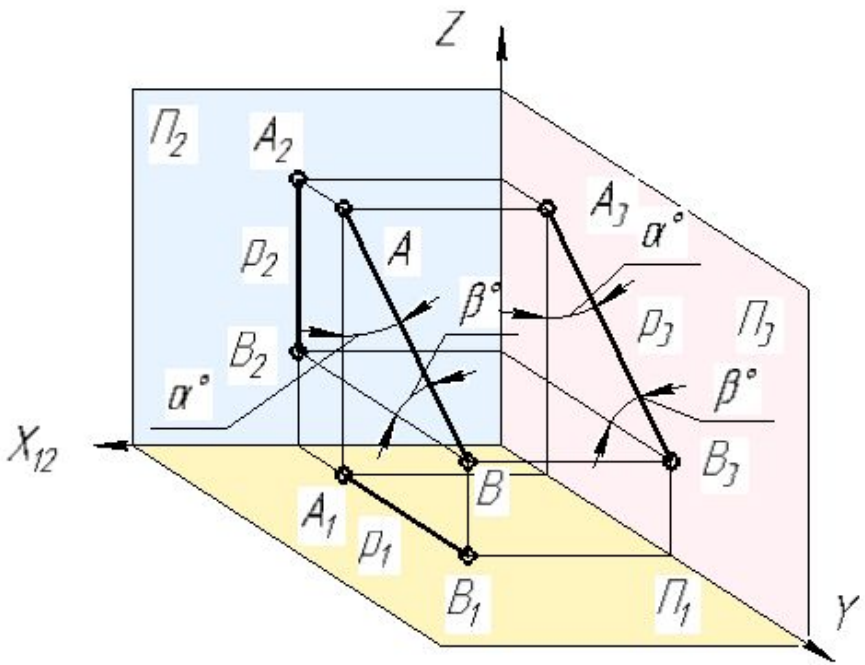
Фронта

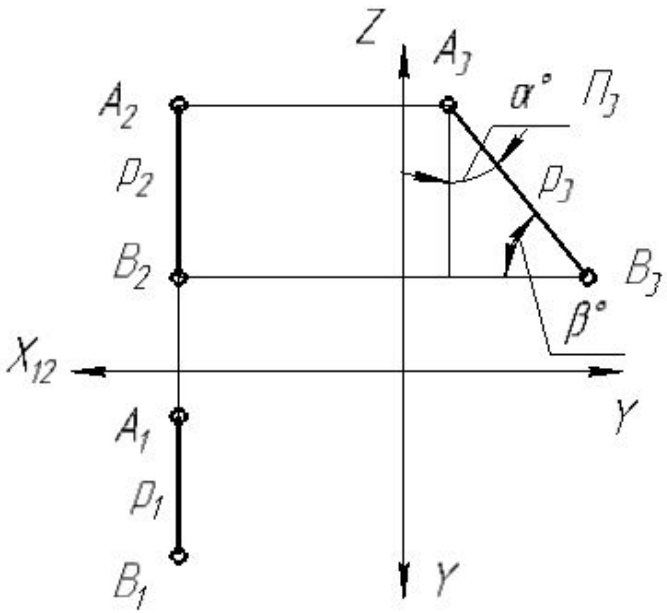




f_1 II X_{12} ; f_2 - натуральная величина;
β ° - угол наклона прямой к горизонтальной плоскости проекций.

Профильная прямая





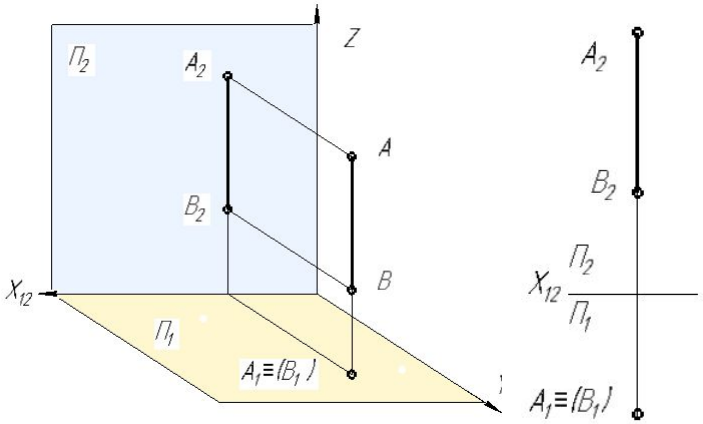
A_3B_3 – натуральная величина;

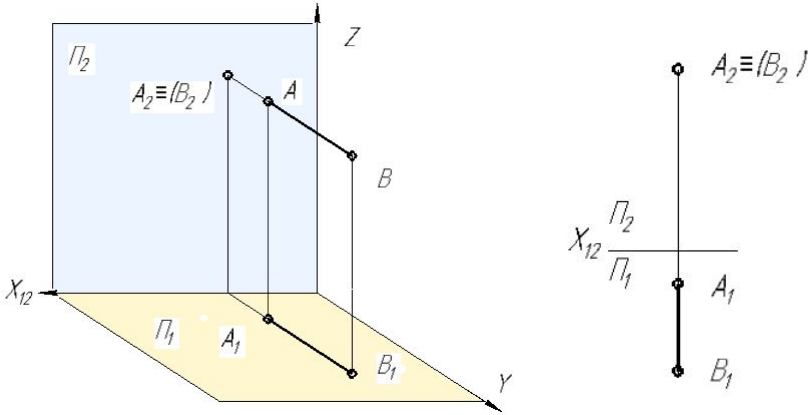
α °- угол наклона прямой к фронтальной плоскости проекций;

β ° - угол наклона прямой к горизонтальной плоскости проекций.

Проецирующие прямые

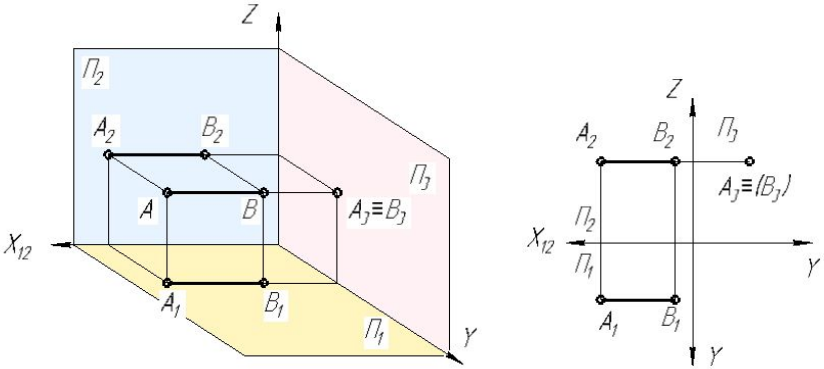
***Проецирующие прямые** – прямые перпендикулярные плоскостям*





***Горизонтально проецирующая прямая** – прямая перпендикулярная горизонтальной плоскости.*

***Фронтально проецирующая прямая** - прямая перпендикулярная фронтальной плоскости.*

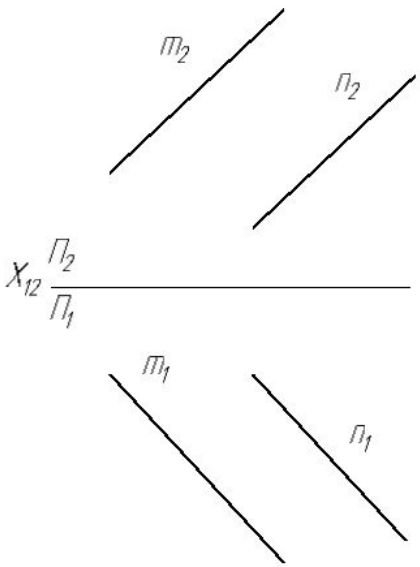


***Конкурирующие точки** – точки, лежащие на проецирующей прямой.*

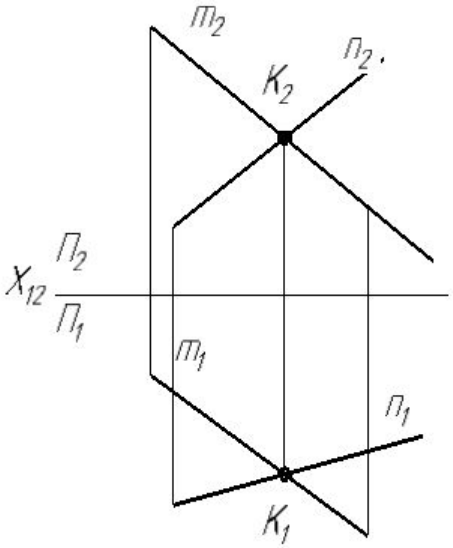
***Профильно- проецирующая прямая** - прямая перпендикулярная профильной плоскости.*

Взаимное расположение прямых

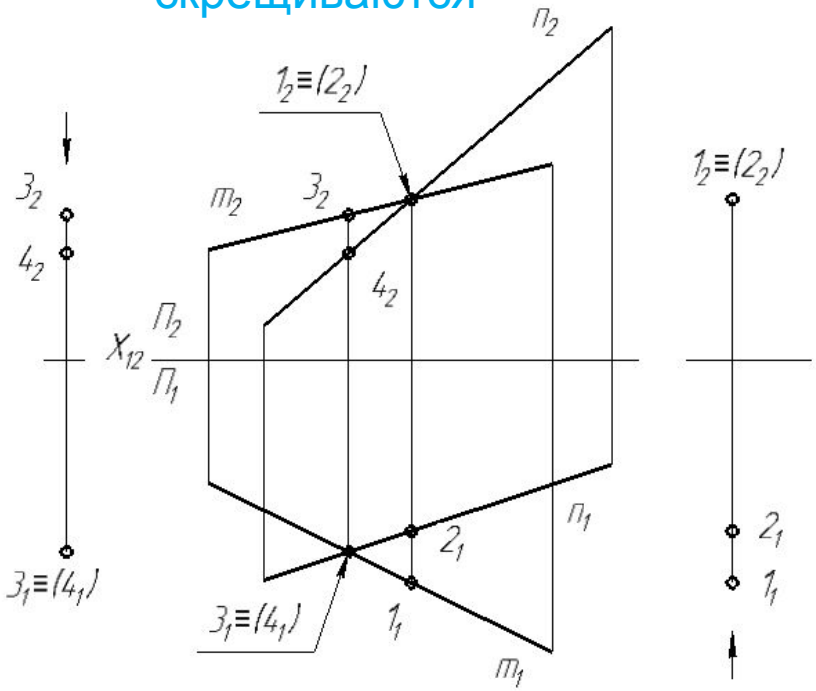
Прямые параллельны



Прямые пересекаются



Прямые скрещиваются



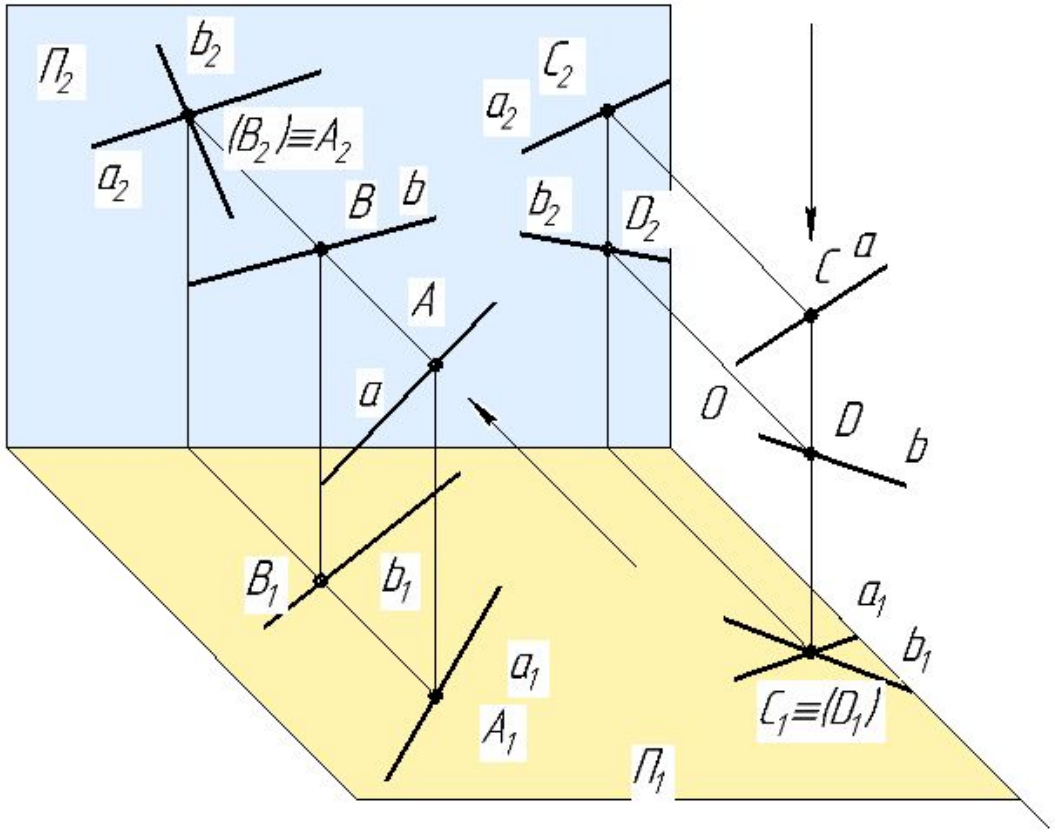
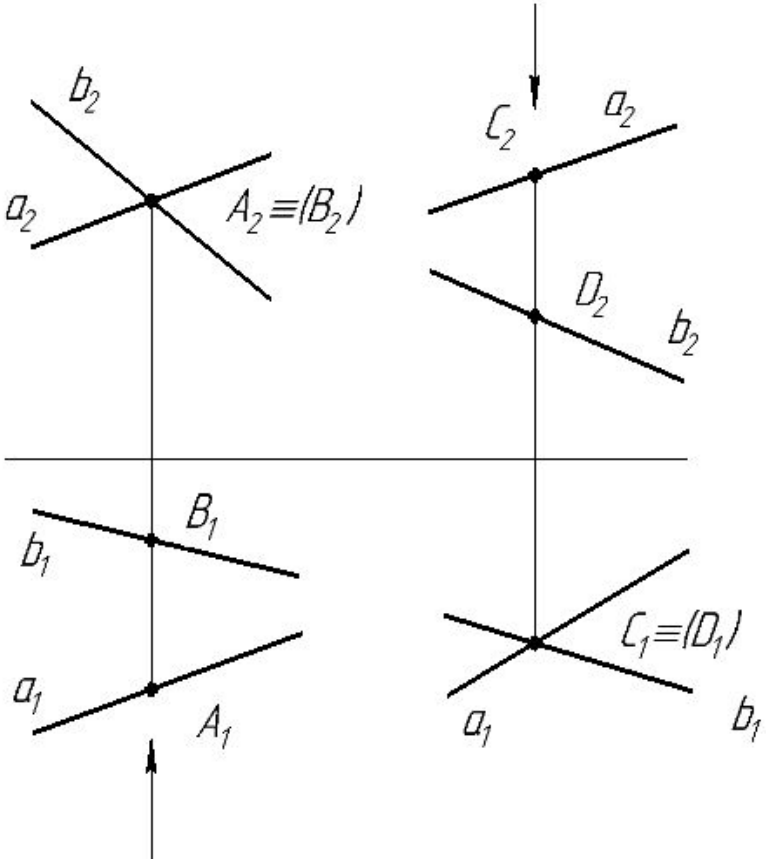
Если прямые параллельны, то их одноименные проекции параллельны.

m∥n

$m_1 \parallel n_1$

$m_2 \parallel n_2$

K=m∩n

***Конкурирующие точки** – точки, лежащие на одной проецирующей прямой.*

Конкурирующие точки