

ТЕМА 1.1

**ЦЕЛЫЕ и РАЦИОНАЛЬНЫЕ
ЧИСЛА.**

ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫЕ ЧИСЛА.

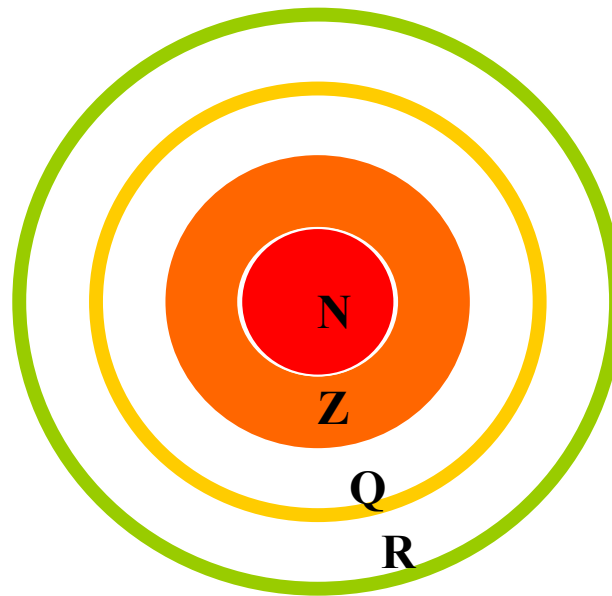


СОДЕРЖАНИЕ:

1. Натуральные числа.
2. Целые числа.
3. Рациональные числа
4. Действительные числа
5. Преобразование выражений с действительными числами.



ЗНАКОМЬТЕСЬ:



Натурал
ные
Целые
числа
Рацион
альные
Действ
ительн
ые
числа



Для счета предметов используются числа, которые называются натуральными. Для обозначения множества натуральных чисел употребляется буква **N** - первая буква латинского слова **Naturalis**, «естественный», «натуральный»

Натуральные числа, числа и противоположные и число нуль, образуют множество целых чисел, которое обозначается **Z** - первой буквой немецкого слова **Zahl** - «число».





Натуральные числа

1, 2, 3, 4, 5, 6...

n - натуральное



$n \in N$

Сумма и произведение натуральных чисел есть число натуральное.

ЦЕЛЫЕ ЧИСЛА

- Целыми числами называют множество натуральных чисел, их противоположных и число нуль.
- $Z = (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, \dots$
 $-1, -2, -3, -4, -5, -6, -7, -8, \dots, 0)$
- Целые числа замкнуты относительно суммы, произведения и разности.

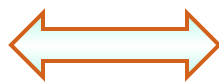




Целые числа

$\dots -3; -2; -1; 0, 1, 2, 3, \dots$

m - целое



$m \in \mathbb{Z}$

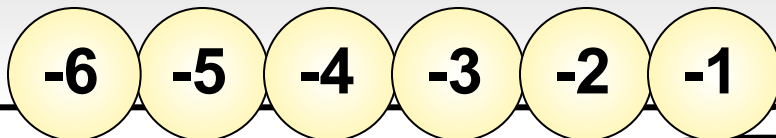
*Сумма, произведение и разность
целых чисел есть число **целое**.*



*Отрицательные числа ввели
в математический обиход
Михаэль Штифель (1487—1567)
в книге «Полная арифметика» (1544),
и Никола Шюке (1445—1500)-
его работа была обнаружена в 1848
году.*



Числа,
им противоположные



Натуральные числа



Z 

Целые 





Множество чисел, которое можно представить в виде $\frac{m}{n}$, называется множеством рациональных чисел и обозначается первой буквой французского слова *Quotient* - «отношение».



РАЦИОНАЛЬНЫЕ ЧИСЛА

- Целые и дробные числа составляют множество рациональных чисел.
- $Q = (\text{целые числа}, \text{дробные числа})$
- Рациональные числа замкнуты относительно суммы, разности, произведения и частного (исключая деления на нуль)



- Рациональное число (лат. ratio — отношение, деление, дробь) — число, представляемое обыкновенной дробью $\frac{m}{n}$, где числитель m — целое число, а знаменатель n — натуральное число. Такую дробь следует понимать как результат деления m на n , даже если нацело разделить не удаётся. В реальной жизни рациональные числа используются для счёта частей некоторых целых, но делимых объектов, например, тортов или других продуктов, разрезаемых на несколько частей



Дробные числа

$\frac{2}{7}$

$\frac{2}{5}$

$7\frac{1}{1}$

$3\frac{2}{2}$

$0,(2)$

$0,1$

Целые числа

1

0

-4

9

58

10

$\mathbb{Q}$



Рациональные

Выполнить действия

$$-1,3 + (-1,7)$$

$$-1 \bullet (-0,01)$$

$$\frac{1}{8} + \left(-\frac{3}{8}\right)$$

$$-1\frac{1}{3} \cdot 1\frac{1}{2}$$

$$-10 + (-6) \bullet (-1,5)$$

$$\begin{array}{r} -4 - 6 \\ \hline 4 \\ -\frac{4}{11} - \frac{8}{11} \end{array}$$

Ответы

$$-1,3 + (-1,7)$$

$$-1 \bullet (-0,01)$$

$$\frac{1}{8} + \left(-\frac{3}{8}\right)$$

$$-1\frac{1}{3} \cdot 1\frac{1}{2}$$

$$-10 + (-6) \bullet (-1,5)$$

$$\begin{array}{r} -4 - 6 \\ \hline 4 \\ -\frac{4}{11} - \frac{8}{11} \end{array}$$

Вычислите:

$$-1,3 + (-1,7)$$

$$-1 \bullet (-0,01)$$

$$\frac{1}{8} + \left(-\frac{3}{8}\right)$$

$$-1\frac{1}{3} \cdot 1\frac{1}{2}$$

$$-10 + (-6) \bullet (-1,5)$$

$$\frac{-4-6}{48}$$

$$-\frac{4}{11} - \frac{48}{11}$$

$$1,3 + (-1,7)$$

$$-1 \bullet (-0,01)$$

$$\frac{1}{8} + \left(-\frac{3}{8}\right)$$

$$-1\frac{1}{3} \cdot 1\frac{1}{2}$$

$$-10 + (-6) \bullet (-1,5)$$

$$\frac{-4-6}{48}$$

$$-\frac{4}{11} - \frac{48}{11}$$

$$-1,3 + (-1,7)$$

$$-1 \bullet (-0,01)$$

$$\frac{1}{8} + \left(-\frac{3}{8}\right)$$

$$-1\frac{1}{3} \cdot 1\frac{1}{2}$$

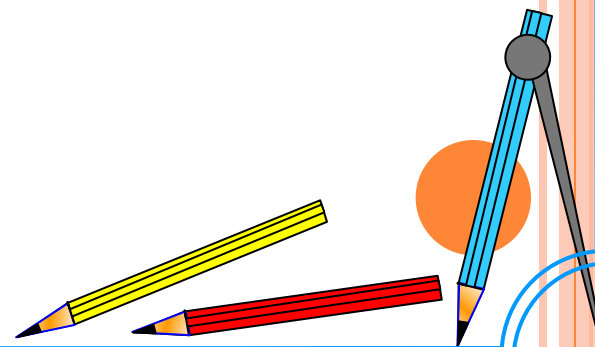
$$-10 + (-6) \bullet (-1,5)$$

$$\frac{-4-6}{48}$$

$$-\frac{4}{11} - \frac{48}{11}$$

3,5

ОТВЕТ



***Дроби** естественно возникли при решении задач о разделе имущества, измерении земельных участков, исчислении времени.*





Дробные числа

$$\frac{23}{67}; \frac{1}{8}; \frac{1}{123}; \frac{1}{2}; \frac{34}{1}; \frac{5}{1};$$

$$\frac{3}{16}; \frac{1}{16}; \frac{1}{4}; \frac{21}{5}; \frac{1}{100}; \frac{1}{3600};$$

Сумма, произведение и частное дробных чисел есть число дробное.



*Десятичные дроби в XV веке
ввел самаркандский ученый
ал - Каши.*



*Ничего, не зная об открытии ал – Каши,
десятичные дроби открыл второй раз,
приблизительно через 150 лет, после него,
фламандский ученый математик и инженер
Симон Стевин в труде «Децималь» (1585 г).*



Множество рациональных чисел

- Множество рациональных чисел обозначается $\mathbb{Q}$ и может быть записано в виде: $Q=m:n$
- Нужно понимать, что численно равные дроби
- такие как, например, $3/4$ и $9/12$, входят в это множество как одно число.
- Поскольку делением числителя и знаменателя дроби на их наибольший общий делитель можно получить единственное несократимое представление рационального числа, то можно говорить об их множестве как о множестве несократимых дробей со взаимно простыми целым числителем и натуральным знаменателем:





Рациональные числа

r - рациональное



$r \in \mathbb{Q}$

Сумма, произведение, разность и частное рациональных чисел есть число рациональное.





Замените данные рациональные числа десятичными дробями.

$\frac{1}{2} = 0,5$	$\frac{1}{5} = 0,2$	$\frac{1}{8} = 0,125$	$\frac{1}{3} = 0,333...$
$\frac{1}{4} = 0,25$	$\frac{2}{5} = 0,4$	$\frac{3}{8} = 0,375$	$\frac{2}{3} = 0,666...$
$\frac{3}{4} = 0,75$	$\frac{3}{5} = 0,6$	$\frac{5}{8} = 0,625$	$\frac{1}{6} = 0,1666..$

Чтобы обратить чисто периодическую дробь в обыкновенную, нужно в числителе обыкновенной дроби поставить число, образованное из цифр, стоящих в периоде, а в знаменателе – написать цифру 9 столько раз, сколько цифр в периоде.

$$0,(\underline{2}) = \frac{\quad}{9}$$

1 цифра

$$0,(\underline{81}) = \frac{\quad}{99} = \frac{9}{11}$$

2 цифры



Чтобы обратить смешанную периодическую дробь в обыкновенную, нужно в **числителе** обыкновенной дроби поставить **число**, равное **разности** числа, образованного цифрами, стоящими после запятой до **начала второго периода**, и числа, образованного из цифр, стоящих после запятой до **начала первого периода**;
а в знаменателе написать цифру **9** столько раз, сколько **цифр** в **периоде**, и со столькоими **нулями**, сколько цифр между **запятой** и **началом периода**.

$$0,4(6) = \frac{\quad}{90} = \frac{42}{90} = \frac{7}{15}$$

1 цифра
1 цифра



РАЦИОНАЛЬНЫЕ ЧИСЛА КАК БЕСКОНЕЧНЫЕ ДЕСЯТИЧНЫЕ ДРОБИ

- Для всех рациональных чисел можно использовать один и тот же способ записи. Рассмотрим
- 1. Целое число 5
- 5,000
- 2. Обыкновенную дробь
- 0, 3(18)
- 3. Десятичную дробь 8,377
- 8,3(7)



ПРИМЕР. ЗАПИСАТЬ В ВИДЕ ОБЫКНОВЕННОЙ
ДРОБИ БЕСКОНЕЧНУЮ ДЕСЯТИЧНУЮ
ПЕРИОДИЧЕСКУЮ ДРОБЬ.

□ Положим, что $x=1,(23)$, т.е. $1,232323\dots$

□ $100x=123,2323\dots$

□ $100x=123,2323\dots$

$x=1,2323\dots$

□ $99x=122$

□ $x=$

□ Итак: $1,(23)=$

$$\frac{122}{99}$$



- Положим $x=1,5(23)=1,52323\dots$
- Сначала умножим на 10.
- Получим $15,2323\dots$, а потом ещё на 100

- $1000x=1523,2323\dots$

- $\underline{10x= 5,232323\dots}$

- $990x=1508$

- $x=$

- Итак: $1,5(23)=$

$$\frac{1508}{999}$$

$$\frac{1508}{999}$$



ИРРАЦИОНАЛЬНЫЕ ЧИСЛА

Бесконечная
непериодическая дробь
называется иррациональным
числом.

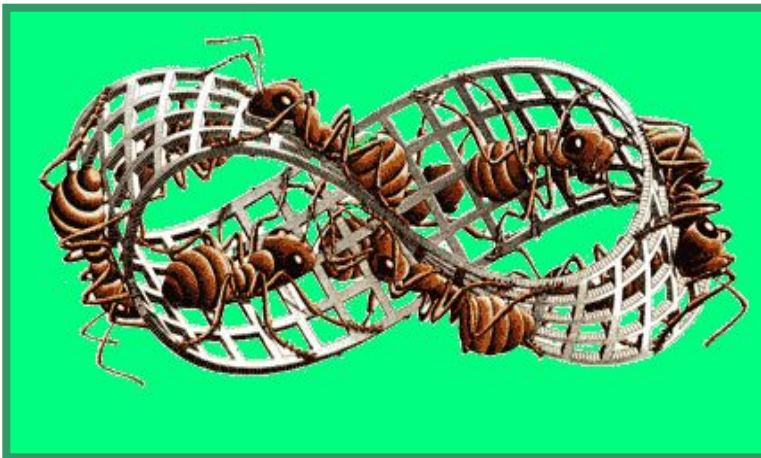
Например: $\pi = 3,1416\dots$; $e = 2,7183\dots$

Множество иррациональных чисел
обозначается **J**.



ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫЕ ЧИСЛА

- $\mathbb{R}$ =(рациональные числа, иррациональные числа)
- Действительные числа не обладают свойством замкнутости - не всякое уравнение имеет корни.



ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

- Какие дроби называются десятичными
- Действия с обыкновенными и десятичными дробями
- Какие числа называются действительными?
- Действия с действительными числами.



Проверь себя

• 1) $1,(72) = 1 + \frac{72}{99} = 1 + \frac{8}{11} = 1\frac{8}{11}$

• 2) $2,9(12) = 2 + \frac{912-9}{990} = 2 + \frac{903}{990} = 2\frac{301}{495}$

• 3) $1,12(8) = 1 + \frac{128-12}{900} = 1 + \frac{116}{900} = 1\frac{29}{225}$



Самостоятельная работа

□ 1. Записать в виде десятичной дроби

□ а) $\frac{5}{99}$ б) $\frac{53}{12}$

□ 2. Представьте в виде обыкновенной дроби

□ а) $2,3(82)$

□ б) $2,(14)$

□ в) $1,6(1)$

