

Давайте вспомним что такое мода, размах, медиана и среднее арифметическое.

Мода – наиболее часто встречающееся число данного ряда.

Средним арифметическим ряда чисел называется частное от деления суммы этих чисел на число слагаемых.

Размах – разность между наибольшим и наименьшим числом данного ряда.

Медианой упорядоченного ряда чисел **с нечетным числом членов** называется число, записанное посередине.

А медианой упорядоченного ряда **с четным числом членов** называется среднее арифметическое двух чисел, записанных посередине.

Медианой произвольного ряда чисел называется медиана соответствующего упорядоченного ряда.



Но среднее арифметическое, медиана и мода числового ряда позволяют оценить поведение ряда только в «среднем». Для получения более полного представления о числовом ряде, помимо средних, надо знать **характеристики разброса**, показывающие, как сильно значения ряда «рассеяны» вокруг средних.

Простейшая характеристика такого ряда вам также знакома – это размах. Однако этой характеристики недостаточно.

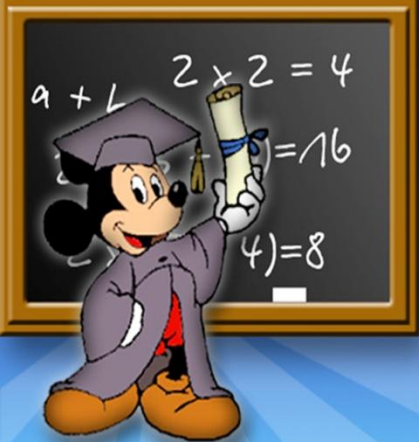
О том, насколько разбросаны числа в ряду данных, можно судить по их **отклонениям от среднего арифметического**.

Чтобы понять особенность такой характеристики, как набор отклонений от среднего, найдем, например, отклонения для данных следующего ряда: **1; 3; 4; 6; 7; 10; 11**

Вычислим среднее арифметическое:

$$\frac{1 + 3 + 4 + 6 + 7 + 10 + 11}{7} = 6$$





Тогда отклонения будут соответственно равны:

$$6-1=5$$

$$6-3=3$$

$$6-4=2$$

$$6-6=0$$

$$6-7=-1$$

$$6-10=-4$$

$$6-11=-5$$

А ряд отклонений выглядит так :

5; 3; 2; 0; -1; -4; -5.

Вообще, пусть имеются данные

$$x_1, \dots, x_n$$

Обозначим их среднее арифметическое через

$$\bar{x}$$

Тогда отклонения данных от среднего соответственно равны:

$$\bar{x} - x_1, \dots, \bar{x} - x_n$$



Понятно, что отклонения могут быть и положительными, и отрицательными, и равными нулю. При этом сумма всех отклонений всегда равна нулю. Убедимся в этом на рассмотренном нами примере:

$$5+3+2+0+(-1)+(-4)+(-5)=0$$

Однако такая характеристика, как набор отклонений, неудобна, если чисел много; желательно описывать разброс чисел в ряду с помощью одного числа, некоторого «среднего».

Очевидно, что использовать в качестве характеристики разброса «среднее отклонение» нельзя, так как оно равно нулю.

Поэтому в статистике принято находить **среднее арифметическое квадратов отклонений от среднего значения**. Такую меру разброса называют **дисперсией** (от латинского слова *dispersio*, означающего «рассеяние») и обозначают буквой

D

На величину дисперсии влияют все отклонения, причем независимо от их знаков.

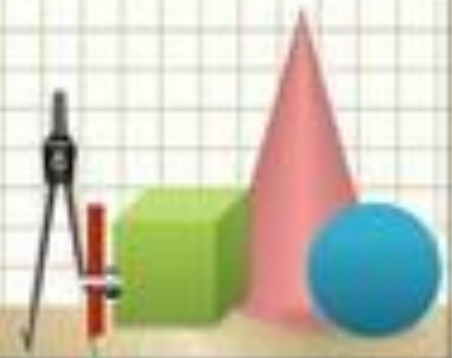


Найдем дисперсию числового ряда, рассмотренного нами ранее примера:

$$D = \frac{25 + 9 + 4 + 0 + 1 + 16 + 25}{7} = \frac{80}{7} \approx 11$$

Но у дисперсии есть один существенный недостаток: если исходные значения ряда измеряются в каких-то единицах (например в часах), то у дисперсии эти единицы возводятся в квадрат («квадратные» часы) .

Избавиться от таких странных единиц измерения можно, если использовать другую характеристику разброса – **стандартное отклонение.**





Стандартным (или средним квадратичным) отклонением числового ряда называется квадратный корень из дисперсии.

Обозначается стандартное отклонение греческой буквой  (читается «сигма»).

В рассмотренном нами ранее примере стандартное отклонение:

$$\sigma = \sqrt{11} \approx 3,3$$



Характеристики разброса, как и средние характеристики, можно находить по таблице частот.

Рассмотрим следующий пример: **Найдем размах и стандартное отклонение отметок ученика, заданных следующей частотной таблицей:**

Отметка	2	4	5
Абсолютная частота	1	3	6
Относительная частота	0,1	0,3	0,6



Из таблицы видно, что всего у ученика 10 отметок: одна двойка, три четверки и шесть пятерок.

Найдем размах ряда: $5 - 2 = 3$.

Найдем среднее арифметическое отметок:

$$\frac{2 * 1 + 4 * 3 + 5 * 6}{10} = 4,4$$

Дисперсию, как и среднее арифметическое, можно вычислять с использованием либо абсолютных, либо относительных частот:

$$D = \frac{(2 - 4.4)^2 * 1 + (4 - 4.4)^2 * 3 + (5 - 4.4)^2 * 6}{10} = 0.84$$





Или иначе:

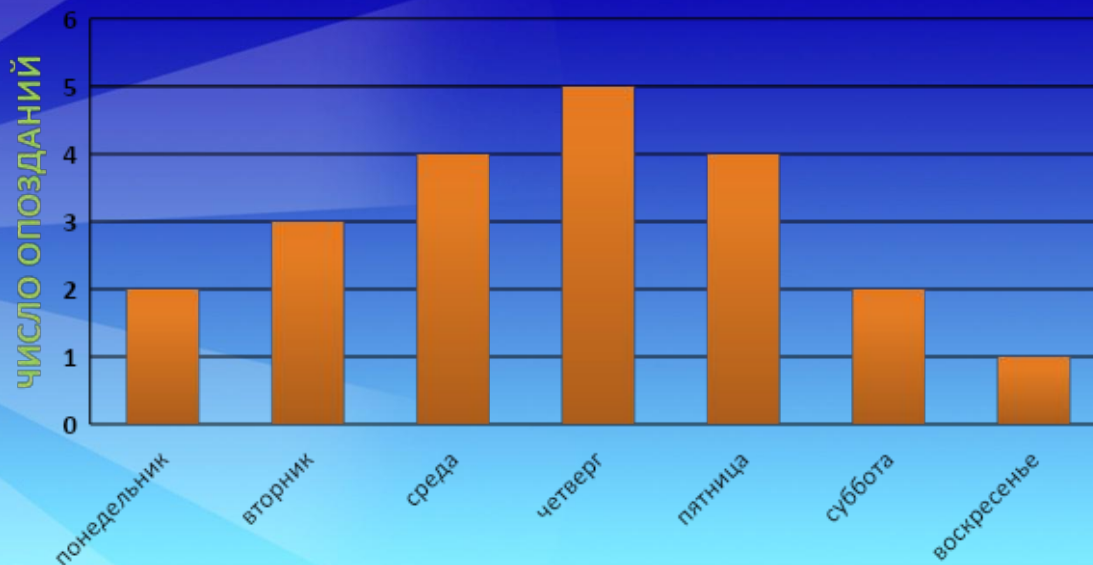
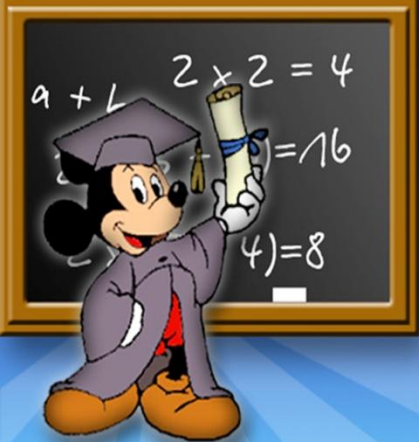
$$D = (2 - 4.4)^2 * 0.1 + (4 - 4.4)^2 * 0.3 + (5 - 4.4)^2 * 0.6 = 0.84$$

теперь вычислим стандартное отклонение:

$$\sigma = \sqrt{0.84} \approx 0.92$$

Обратите внимание: практически все отметки ученика отличаются от среднего меньше чем на σ , т.е. он учится достаточно стабильно. Одна двойка, которая попадает из этого диапазона, по-видимому, для него случайная.

Разберем следующий пример: Жалобы на опоздания электричек, поступившие в диспетчерскую станции Семафорово в течении недели, позволили составить диаграмму частот по опозданиям за неделю. (рис.1). Определите среднее число опозданий за неделю и стандартное отклонение.

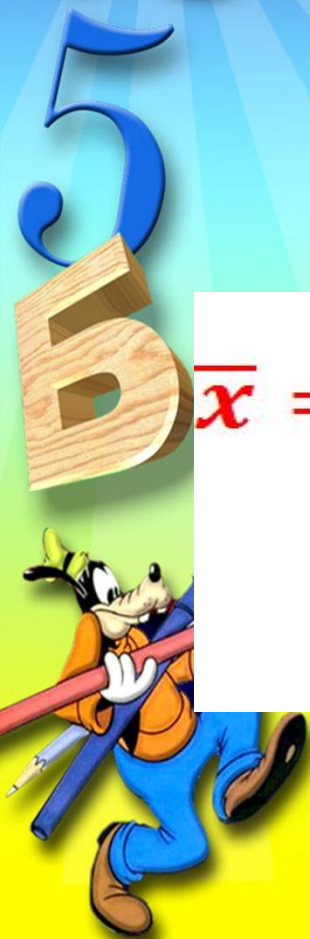


Среднее арифметическое:

$$\bar{x} = \frac{2 + 3 + 4 + 5 + 4 + 2 + 1}{7}$$

$$= \frac{21}{7} = 3$$

Отклонения: $3 - 2 = 1$; $3 - 3 = 0$;
 $3 - 4 = -1$; $3 - 5 = -2$; $3 - 4 = -1$; $3 - 2 = 1$;
 $3 - 1 = 2$.



Дисперсия равна:

$$D = \frac{1 + 0 + 1 + 4 + 1 + 1 + 4}{7} = \frac{12}{7} \approx 1.71$$

Стандартное отклонение:

$$\sigma = \sqrt{1.71} \approx 1.31$$

И так, сегодня на уроке, мы познакомились с такими характеристиками разброса, как отклонение, дисперсия и стандартное отклонение

