

**Правительство Москвы**  
**Московский департамент образования**  
**М Г П У**

# **ОСНОВЫ КОМБИНАТОРИКИ**

Москва 2017

# Правило суммы

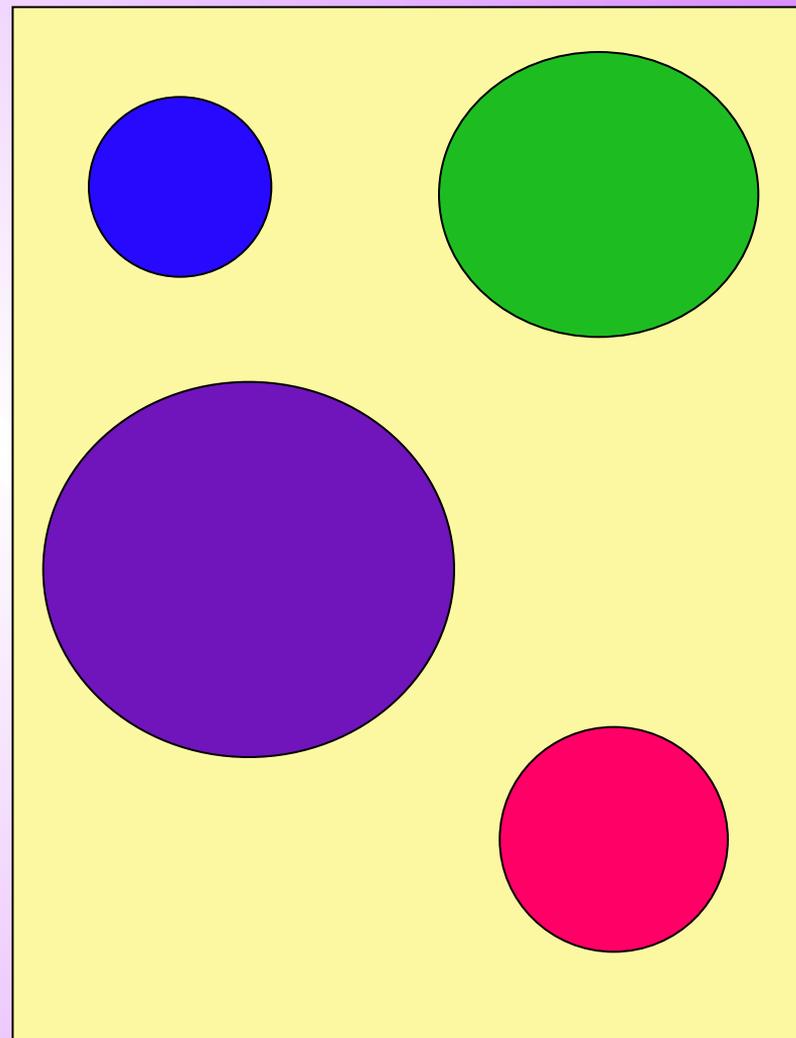
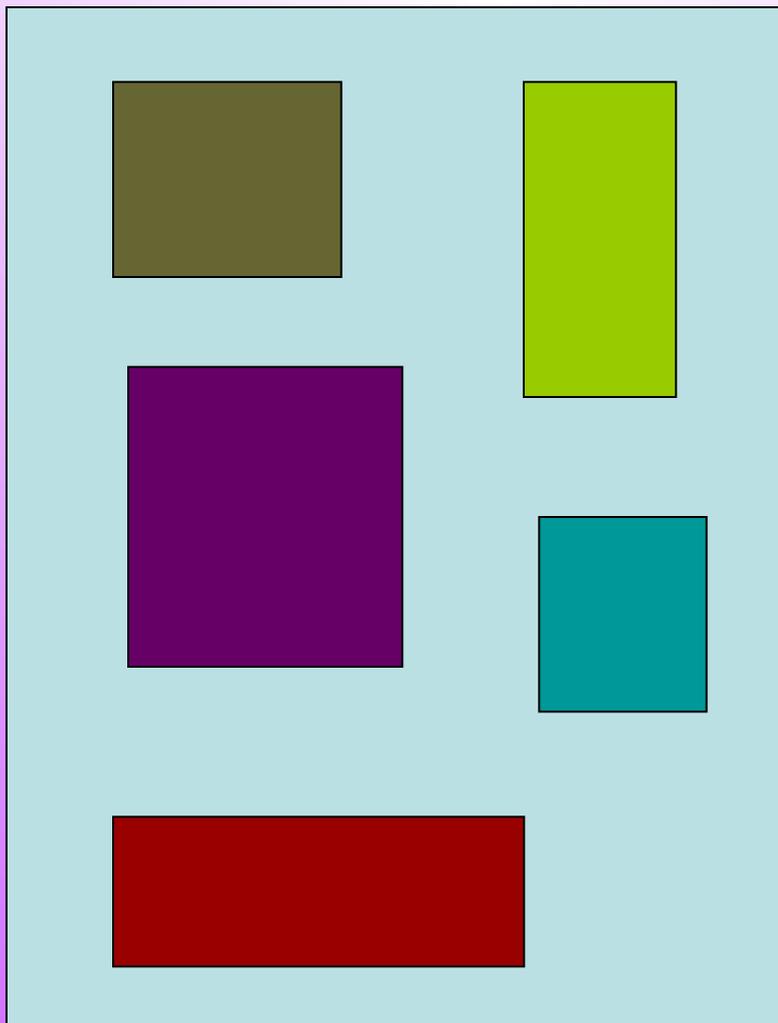
Если объект **A** можно выбрать **n** способами, а объект **B** можно выбрать **m** способами, то объект **(A или B)** можно выбрать **m+n** способами.

# Примеры применения правила суммы

**В тексте** есть пять букв латинского алфавита и четыре буквы русского. Таня хочет выбрать одну букву. Сколько вариантов выбора у нее есть?

Ответ: 9 вариантов.

# Правило суммы



# Правило произведения

Если объект **A** можно выбрать **n** способами, а после выбора объекта **A** объект **B** можно выбрать **m** способами, то объект **(A и B)** можно выбрать  **$n \cdot m$**  способами.

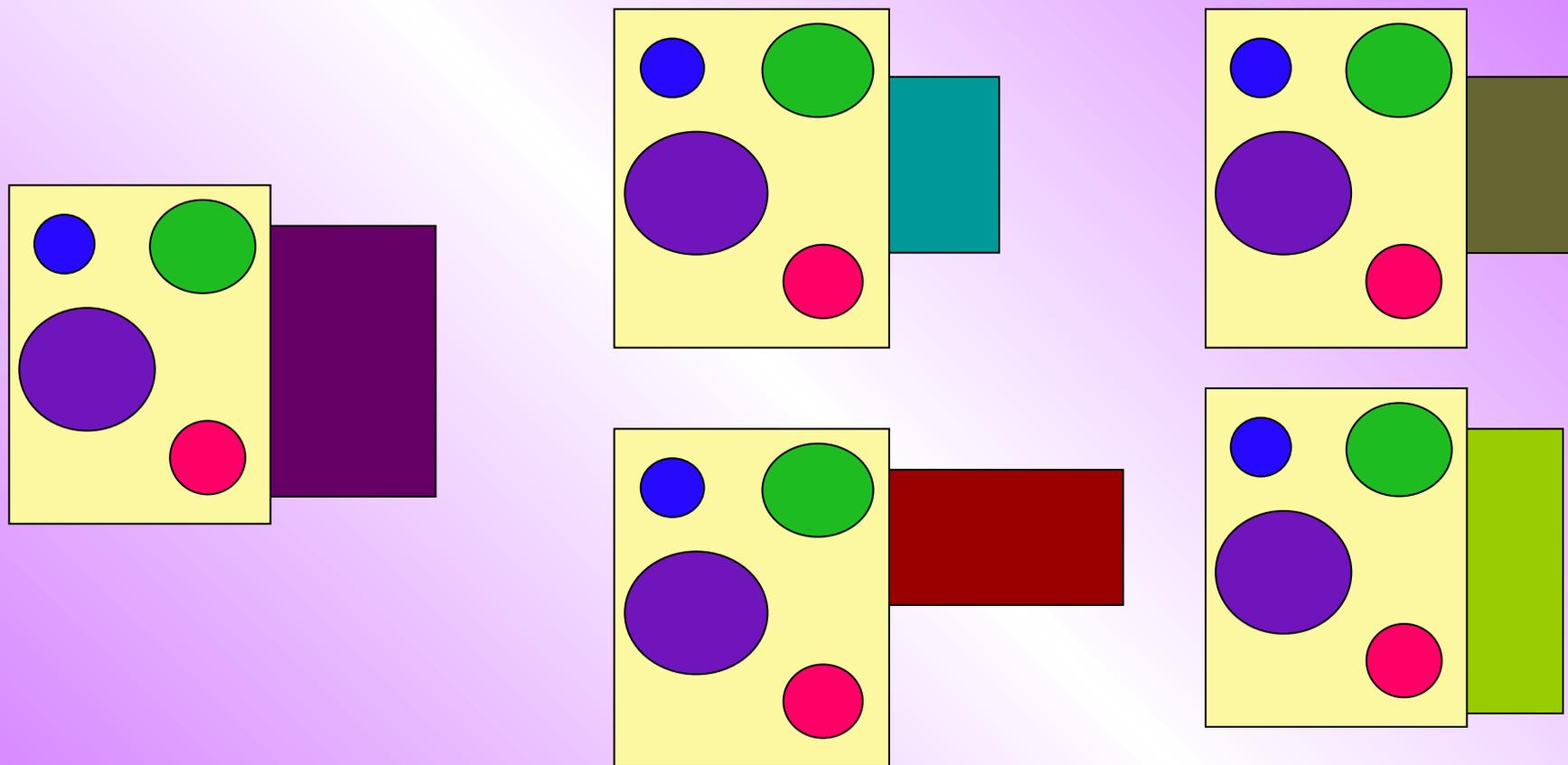
# Примеры применения правила произведения

В тексте есть пять букв латинского алфавита и четыре русского.

Таня хочет выбрать одну букву латиницы и одну русскую. Сколько вариантов выбора у нее есть?

Ответ: 20 вариантов выбора подарка.

# Правило произведения



# Упорядоченные множества

**Множество называется упорядоченным**, если каждому элементу этого множества поставлено в соответствие некоторое число (номер элемента) от 1 до  $n$ , где  $n$  - число элементов множества (мощность множества).

# Перестановки

Есть неупорядоченное множество  $A$   
мощности  $n$ .

$$A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$$

Упорядоченное некоторым способом  
подмножество мощности  $n$  множества  $A$   
называется **перестановкой** элементов  
множества  $A$

Количество перестановок

$$P_n = n!$$

# Факториал

$$n! = 1 * 2 * 3 * \dots * n$$

$$2! = 1 * 2 = 2$$

$$3! = 1 * 2 * 3 = 6$$

$$4! = 1 * 2 * 3 * 4 = 24$$

$$5! = 1 * 2 * 3 * 4 * 5 = 120$$

# Перестановки

Пусть множество  $A$  мощности 3

$$A = \{1, 2, 3\}$$

Упорядоченные подмножества

$$A = \{1, 2, 3\} \quad A = \{2, 1, 3\} \quad A = \{3, 1, 2\}$$

$$A = \{1, 3, 2\} \quad A = \{2, 3, 1\} \quad A = \{3, 2, 1\}$$

$$P_3 = 3! = 6$$

# Перестановки

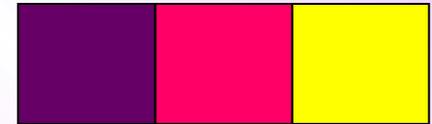
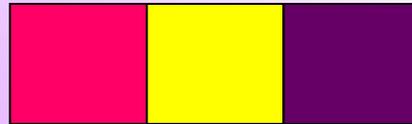
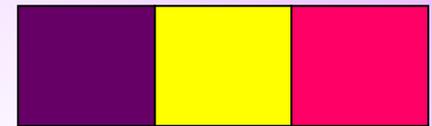
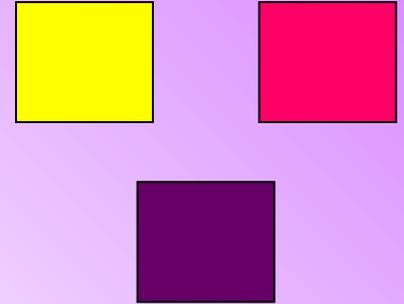
- Есть три ноты :до, ми, соль (первой октавы).
- Сколько различных вариантов мелодий можно сыграть, если каждую ноту использовать только один раз ?



# Перестановки. Задачи

**Задача 1.** Есть три кубика разного цвета. Сколько различных «радуг» можно из них составить?

**Ответ:**  $P_3 = 3! = 6$



# Перестановки. Задачи

**Задача 2. Сколько «слов» можно составить из слова «ПАР»?**

**Ответ:  $P_3 = 3! = 6$**

**ПАР    АПР    РПА**  
**ПРА    АРП    РАП**

# Перестановки. Задачи

Задача 3. **СКОЛЬКО «СЛОВ» МОЖНО СОСТАВИТЬ ИЗ СЛОВА «WORD»?**

Ответ:  $P_4 = 4! = 24$

**W**ORD **W**ODR **W**RDO **W**ROD **W**DRO **W**DOR  
**O**RWD **O**RDW **O**DWR **O**DRW **O**WDR **O**WRD  
**R**DWO **R**DOW **R**ODW **R**OWD **R**WOD **R**WDO  
**D**WOR **D**WRO **D**OWR **D**ORW **D**ROW **D**RWO

# Перестановки. Задачи

**Задача 4. Сколько вариантов 5-значного кода можно составить из цифр 4,5,6,7,8?**

**Ответ:  $P_5 = 5! = 120$**

# Перестановки. Задачи

**Задача 6. Сколько вариантов 6-значного кода можно составить из цифр 4,5,6,7,8,9?**

**Ответ:  $P_6 = 6! = 720$**

# Размещения

Есть неупорядоченное множество  $A$   
мощности  $n$ .

$$A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$$

Упорядоченное некоторым способом подмножество  
множества  $A$  мощности  $m$  ( $m < n$ ) называется

**размещением** элементов множества  $A$

Количество размещений

$$A_n^m = n * (n-1) * \dots * (n-m+1)$$

# Размещения

Количество размещений

$$A_n^m = n * (n-1) * \dots * (n-m+1)$$

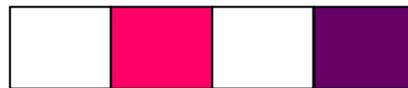
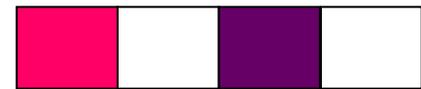
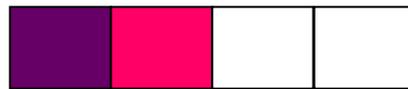
$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$$

# Размещения. Задачи

**Задача 1. Сколькими способами можно расставить две буквы на четырех клетках тетради. Ответ:**

$$A_4^2 = \frac{4!}{2!} = 12$$

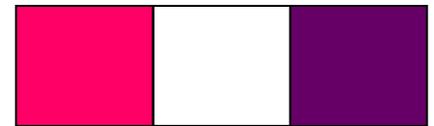
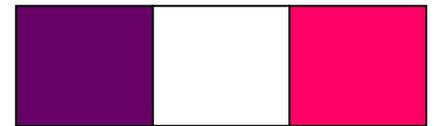
 -буква а       -буква б



# Размещения. Задачи

**Задача 2. Сколькими способами можно расставить две буквы на трех клетках. Ответ:  $A_3^2 = 3*2 = 6$ .**

 -буква а       -буква б



# Размещения. Задачи

**Задача 3. Сколько вариантов трехзначного цифрового кода существует?**

**Ответ: 720**

$$A_{10}^3 = 10 * 9 * 8 * = 720$$

# Размещения. Задачи

**Задача 4. Сколькими способами можно составить программу концерта из 6 номеров, если предлагается выбрать из 10 артистов?**

**Ответ: 151200**

$$A_{10}^6 = \frac{10!}{4!} = \frac{1*2*3*4*5*6*7*8*9*10}{1*2*3*4} =$$
$$= 5*6*7*8*9*10 = 151200$$

# Сочетания

Есть множество  $A$  мощности  $n$ .

$$A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$$

Неупорядоченное подмножество множества  $A$  мощности  $m$  ( $m < n$ ) называется

**сочетанием** элементов множества  $A$

Количество сочетаний

$$C_n^m = \frac{n!}{(n-m)! * m!}$$

# Сочетания. Задачи

**Задача 1. В конспекте 2 буквы белого цвета, 2 буквы синего цвета и 1 буква желтого цвета. Сколькими способами можно выбрать 3 буквы (порядок выбора буквы не важен) ?**

**Ответ: 10**

$$C_5^3 = \frac{5!}{3! * 2!} = \frac{1 * 2 * 3 * 4 * 5}{1 * 2 * 3 * 1 * 2} = 5 * 2 = 10$$

# Сочетания. Задачи

**Задача 2. Сколько вариантов экзаменационных билетов из двух вопросов можно создать, имея список из 20 вопросов?**

**Ответ: 190**

$$C_{20}^2 = \frac{20!}{18! * 2!} = \frac{19 * 20}{2} = 19 * 10 = 190$$

# Сочетания. Задачи

**Задача 3. Сколькими способами можно выбрать 3 делегатов на студенческую конференцию в группе из 7 человек?**

**Ответ: 35**

$$C_7^3 = \frac{7!}{4! * 3!} = \frac{1 * 2 * 3 * 4 * 5 * 6 * 7}{1 * 2 * 3 * 4 * 1 * 2 * 3} = 5 * 7 = 35$$

# Литература

- Математика и информатика: Учебное пособие для студентов педагогических ВУЗов / В.Д., Будаев, Н.П. Стефанова, Е.Ю. Яшина и др.; Под ред. В.Д., Будаева, Н.П. Стефановой. М.: Высшая школа, 2004.- 349 с.
- А.Ф Холтыгин, Н.Я. Сотникова. Введение в математику и информатику.Изд-во С-Пб ун-та, 2003. -138 с.
- В.И. Бажанов. Математика и информатика: Учебное пособие.-,М.:МГИУ, 2005.-186 с.
- <http://www.wikipedia.org/>