

Лекция №3. Гидродинамическая структура потоков

При рассмотрении режимов движения жидкости в потоке было показано, что скорость по сечению потока существенно различается - от нулевой у стенки трубопровода до максимальной вдоль его оси. Поэтому очевидно, что время пребывания частиц жидкости, движущихся по оси потока, меньше времени пребывания частиц, движущихся вблизи стенки трубопровода. (Под частицей в данном случае понимают минимальную совокупность молекул, сохраняющих в потоке общность траектории.) При турбулентном режиме скорости движения отдельных частиц вследствие пульсаций более равномерно распределены по сечению трубопровода, но в то же время резко различаются по его длине - могут совпадать и не совпадать по направлению с движением основной массы потока. Таким образом, и при турбулентном режиме движения отдельные частицы потока могут находиться в трубопроводе разное время.

Поля скоростей в потоках при их движении и продолжительность пребывания в промышленных аппаратах

Движение частиц в химических аппаратах значительно сложнее, чем в трубопроводах. Частицы потока в них движутся по очень сложным криволинейным траекториям, иногда в противоположном по отношению к движению основного потока направлению. Это приводит к тому, что, как и при движении жидкости в трубопроводе, одни частицы могут быстрее пройти через аппарат, другие, наоборот, дольше задерживаются в аппарате, а в так называемых *застойных зонах* аппарата время пребывания может быть намного больше среднего времени пребывания в аппарате основной массы потока. При этом может оказаться, что для частиц, наиболее быстро проходящих аппарат (*байпасирование* частиц потока), время пребывания в нем недостаточно для достижения заданной полноты процесса, а для частиц, попавших в застойные зоны, время пребывания слишком велико (процесс тепло- или массопереноса достиг равновесия для условий этих зон), и поэтому данные участки аппарата используются неэффективно.

Поля скоростей в потоках при их движении и продолжительность пребывания в промышленных аппаратах

Среднее время τ пребывания всех частиц потока жидкости в аппарате определяется простым соотношением

$$\tau = V_a / Q, \quad (1)$$

где V_a - объем рабочей зоны аппарата, Q - объемный расход потока.

Поскольку поле скоростей во многом определяет поле температур и концентраций, то от *гидродинамической структуры потоков* в аппарате существенно зависит скорость многих химико-технологических процессов, и прежде всего - движущая сила этих процессов. Учет гидродинамической структуры потоков очень важен при расчетах промышленных аппаратов и их моделировании, поскольку даже небольшие изменения конструкции промышленного аппарата, а иногда и его масштаба, по сравнению с моделью, на которой изучался процесс, могут существенно повлиять на гидродинамическую структуру потоков. А это, в свою очередь, может заметно отразиться на эффективности (обычно в сторону снижения) осуществляемого в данном промышленном аппарате процесса.

Наиболее полную информацию о гидродинамической структуре потока можно получить, если известна мгновенная скорость потока в любой точке аппарата или его модели, т.е. если известно *поле скоростей в потоке*. Однако провести такие измерения обычно чрезвычайно сложно, а часто практически невозможно. Более того, подобные эксперименты зачастую проводить нерационально из-за трудности обработки полученной таким путем информации о гидродинамической структуре потоков совместно с уравнениями переноса массы и энергии (для тепло- и массообменных процессов).

Поля скоростей в потоках при их движении и продолжительность пребывания в промышленных аппаратах

В принципе неоднородное поле скоростей в потоке можно определять *косвенным* путем, изучая *распределение частиц жидкости по времени их пребывания в аппарате*. При этом удастся установить, какая доля потока находится в аппарате то или иное время. Следует отметить, что при одном и том же *среднем времени* пребывания всех частиц в аппарате, определяемом по уравнению (1), гидродинамическая структура потоков и, следовательно, *поле скоростей* могут существенно различаться.

Совокупную информацию о характере движения среды в аппарате содержит функция распределения частиц потока по времени пребывания. Кроме того, экспериментальные функции распределения времени пребывания могут оказаться полезными для проверки адекватности и определения параметров упрощенных теоретических моделей движения сред в аппаратах, называемых *моделями гидродинамической структуры потоков*.

Для того чтобы измерить случайную величину - время пребывания частицы потока в аппарате, необходимо пометить ее таким образом, чтобы метка позволяла зарегистрировать моменты входа и выхода частицы из аппарата, и получить кривую изменения концентрации в потоке на выходе. Эту кривую называют *выходной кривой*, или *кривой отклика*.

Поля скоростей в потоках при их движении и продолжительность пребывания в промышленных аппаратах

Для получения кривых отклика используют установку, принципиальная схема которой представлена на рис. 1.

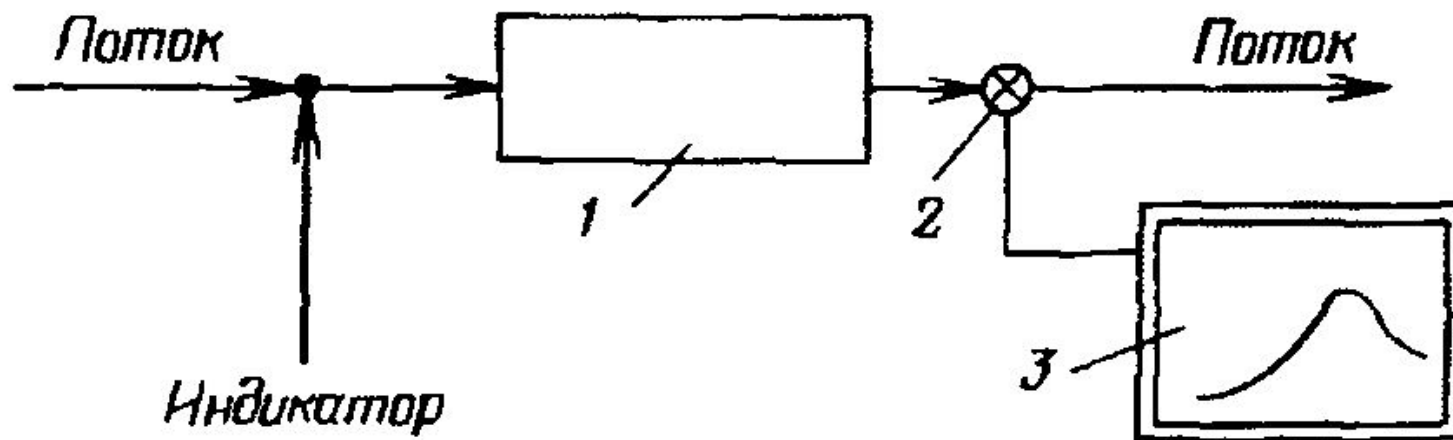


Рис. 1. Схема установки для получения кривых отклика:

- 1 - аппарат;
- 2 - концентратомер;
- 3- графопостроитель

Поля скоростей в потоках при их движении и продолжительность пребывания в промышленных аппаратах

По одному методу в момент, принимаемый за начало τ , во входящий поток быстро (теоретически мгновенно) вводят индикатор, или трассер. По другому методу индикатор вводится ступенчато, т.е. в момент τ концентрация индикатора скачком возрастает до некоторой величины C_1 и остается на этом уровне длительное время. В качестве индикатора может быть использовано вещество, которое легко количественно определяется в жидкости и не реагирует ни с жидкостью, ни с материалом аппарата (например, к воде можно примешивать раствор красителя, неорганической соли, радиоактивные изотопы и т.д.). Количество индикатора должно быть небольшим, чтобы не оказывать влияния на характер потока. Затем измеряют концентрацию C индикатора в потоке, выходящем из аппарата, как функцию времени τ , т.е. отклик на входное возмущение получают в виде выходных кривых, или кривых отклика, которые часто называют *C-кривыми*. Знание *C-кривых* позволяет установить, сколько жидкости, какая часть ее от вошедшей в аппарат, выйдет из него через определенный промежуток времени.

В зависимости от способа ввода индикатора получают или *дифференциальную функцию распределения* $C(\tau)$ - при импульсном вводе индикатора, или *интегральную функцию распределения* $F(\tau)$ - при ступенчатом вводе индикатора. По виду полученных кривых отклика делают вывод о структуре потоков в аппарате.

Идеализированные модели гидродинамической структуры потоков

Математические модели потоков классифицируют, основываясь на виде функции распределения времени пребывания. Наиболее простыми из них являются модели *идеального вытеснения* и *идеального смешения*. Единственным параметром этих моделей является среднее время пребывания τ .

Модель идеального вытеснения (МИВ). В аппарате идеального вытеснения частицы потока движутся параллельно друг другу с одинаковой скоростью, поперечное (по сечению потока) и продольное (по длине потока) перемешивание частиц отсутствует. Поэтому время пребывания всех частиц в аппарате одинаково и равно среднему времени τ , определяемому соотношением (1). Поскольку фронт потока в аппаратах МИВ движется как твердый поршень или стержень, то иногда такой поток называют поршневым или стержневым. Математическое описание МИВ можно получить из материального баланса элемента аппарата по индикатору:

$$Q\delta c\delta\tau = -S\delta x\delta c, \quad (2)$$

где S - площадь поперечного сечения аппарата; x - длина пути потока. Знак δ означает бесконечно малое приращение.

Идеализированные модели гидродинамической структуры потоков

Тогда

$$\frac{\partial c}{\partial \tau} = - \frac{Q}{S} \frac{\partial c}{\partial x} = - w \frac{\partial c}{\partial x}, \quad (3)$$

где w - средняя скорость движения жидкости.

Кривая отклика в аппарате идеального вытеснения при импульсном вводе индикатора представлена на рис. 2а, из которого следует, что начиная с момента $\tau = 0$, когда индикатор был введен во входящий поток, и до момента $\tau = \tau_{\text{вых}}$ индикатор в выходящем потоке не обнаруживался. При $\tau = \tau_{\text{вых}}$ концентрация индикатора мгновенно возрастает (теоретически, если бы индикатор вводился за время, равное нулю, до бесконечности), а затем так же мгновенно снижается до нуля. Таким образом, в аппарате идеального вытеснения индикатор проходит через него неразмытым тончайшим слоем. Любое отклонение от идеального вытеснения часто называют *перемешиванием* или *обратным перемешиванием*.

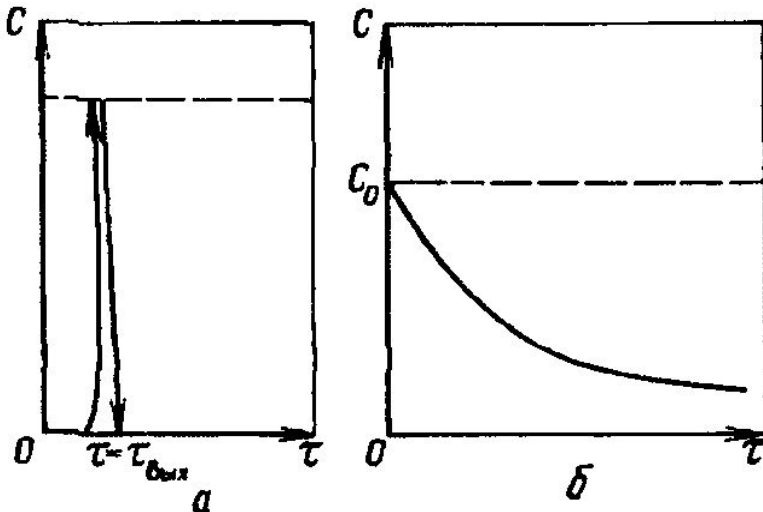


Рис. 2. Кривые отклика при импульсном вводе индикатора в аппарат идеального вытеснения (а) и идеального смешения (б)

Идеализированные модели гидродинамической структуры потоков

К модели идеального вытеснения наиболее близки аппараты, выполненные из длинных трубок, цилиндрические аппараты небольшого диаметра, но значительной высоты, заполненные зернистым материалом (сорбентом, катализатором, насадкой и т.д.).

Модель идеального смешения (МИС). Если в аппарат, в котором структура потоков соответствует МИС (например, аппарат с мешалкой) импульсно ввести индикатор (краситель), то весь объем жидкости в таком аппарате мгновенно и равномерно окрасится (начальная концентрация индикатора при этом c_0). После этого концентрация индикатора начнет убывать во времени, так как индикатор непрерывно выносится потоком, а входящая жидкость индикатора уже не содержит. Однако в любой момент времени концентрация индикатора будет оставаться одинаковой во всех точках аппарата. Таким образом, в аппаратах идеального смешения концентрация на входе в аппарат изменяется скачкообразно (мгновенно) - от значений на входе в аппарат (c_0) до выходных (или текущих) значений c . Время пребывания частиц потока в аппарате идеального смешения распределено неравномерно: некоторые частицы жидкости в результате, например, действия мешалки сразу попадут близко к выходу из аппарата и выйдут из него, а некоторые частицы надолго задержатся в аппарате.

Идеализированные модели гидродинамической структуры потоков

Кривая отклика в аппарате идеального смешения при мгновенном вводе индикатора представлена на рис. 2б. Математическое описание МИС получают из материального баланса по индикатору для аппарата (при условии постоянства объема жидкости в нем).

Количество индикатора, выходящего из аппарата за произвольный промежуток времени $d\tau$, составит $cQd\tau$, что приведет к изменению $(-dc)$ концентрации индикатора в аппарате на величину $-V_a dc$, т.е.

$$-V_a dc = cQd\tau, \quad (4)$$

откуда

$$dc/c = - Qd\tau/V_a, \quad (5)$$

а с учетом выражения (1)

$$dc/c = - d\tau/\tau \quad (6)$$

Идеализированные модели гидродинамической структуры потоков

Проинтегрируем последнее уравнение в пределах от c_0 (при $\tau = 0$) до c (в произвольный момент времени τ):

$$\int_0^c dc/c = - (1/\tilde{\tau}) \int_0^{\tau} d\tau \quad (7)$$

Получим

$$\ln(c/c_0) = -\tau/\tilde{\tau} = -\theta, \text{ или } c = e^{-\theta} \quad (8)$$

Интегральную кривую отклика можно получить при интегрировании уравнения (8):

$$F(\theta) = \int_0^{\theta} c d\theta = \int_0^{\tau} e^{-\theta} d\theta = 1 - e^{-\theta}. \quad (9)$$

К аппаратам идеального смешения близки сосуды с интенсивным перемешиванием, аппараты с псевдооживленным слоем (сушилки, адсорберы и т. п.) и др.

Идеализированные модели гидродинамической структуры потоков

Отметим, что каждый из идеальных потоков отличается предельная равномерность: для МИВ - равномерность скоростей и времени пребывания, для МИС - равномерность концентраций (а также и температуры) по объему аппарата. Равномерность времени пребывания способствует более глубокому протеканию процессов переноса массы и энергии.

На рис. 3 показано изменение концентрации компонентов в потоках по длине аппарата при одинаковых для МИВ и МИС начальных и конечных концентрациях компонента (это возможно только, если объем аппарата МИС больше объема аппарата МИВ).

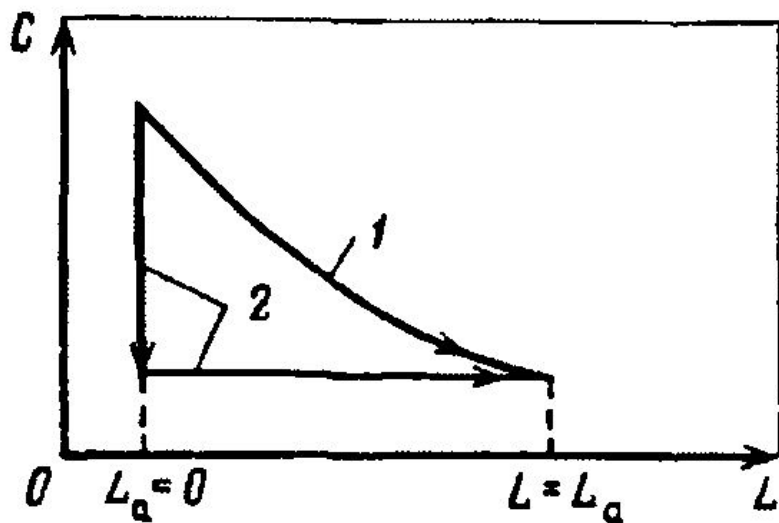


Рис. 3. Изменение концентрации в потоке по длине аппарата идеального вытеснения (1) и идеального смешения (2)

Из рис. 3 видно, что концентрация в аппарате МИВ больше, чем в аппарате МИС. Следовательно, и движущая сила процесса переноса массы для МИВ будет больше. Отметим, что рассмотренные в этом разделе упрощенные модели МИВ и МИС называют *идеальными потоками*.

Неидеализированные модели гидродинамической структуры потоков

Очень часто потоки в промышленных аппаратах не соответствуют ни идеальному вытеснению, ни идеальному смешению. По гидродинамической структуре потоков их относят к аппаратам *промежуточного* типа. В таких случаях игнорирование действительных полей скоростей, температур и концентраций и использование идеализированных представлений о структуре потоков может привести к большим ошибкам при расчетах промышленных аппаратов.

Кривая отклика для аппаратов промежуточного типа может существенно отличаться от кривых отклика для МИВ и МИС (рис. 4). Введенный импульсом индикатор в выходящем потоке сначала не обнаруживается. К моменту τ_1 , выходного сечения достигает наиболее быстрая часть потока, и индикатор появляется. Затем концентрация индикатора возрастает до момента τ_2 , а потом начинает убывать, так как основная масса потока прошла, и выходят те доли объема индикатора, которые попали в зоны застоя или циркуляции. Выход этой части индикатора обычно продолжается длительное время.

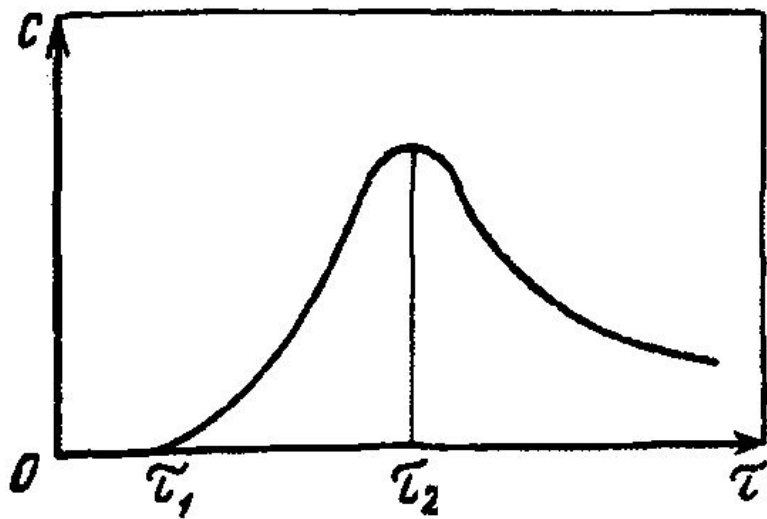


Рис. 4. Кривая отклика при импульсном вводе индикатора в аппарат (модель структуры потока промежуточного типа)

Неидеализированные модели гидродинамической структуры потоков

Для идеализированных моделей расчет скоростей процессов и размеров соответствующих аппаратов при известных кинетических коэффициентах достаточно хорошо разработан (например, расчет поверхности теплопередачи теплообменников). Значительно труднее описать и учесть реальное поле температур или концентраций при расчете аппаратов промежуточного типа. В этих аппаратах возникает градиент температур или концентраций по длине аппарата, так как обратное перемешивание неэквивалентно идеальному перемешиванию.

Наибольшее распространение среди промежуточных моделей получили однопараметрические модели - *ячеечная* и *диффузионная*.

Ячеечная модель схематически представляет собой реальный аппарат как некоторое число n одинаковых последовательно соединенных аппаратов (ячеек) идеального смешения (рис. 5). Суммарный объем всех ячеек равен объему реального аппарата. Следовательно, объем одной ячейки (при условии равенства их объемов) $V_i = V_a/n$. Параметром, характеризующим данную модель, является число ячеек n .

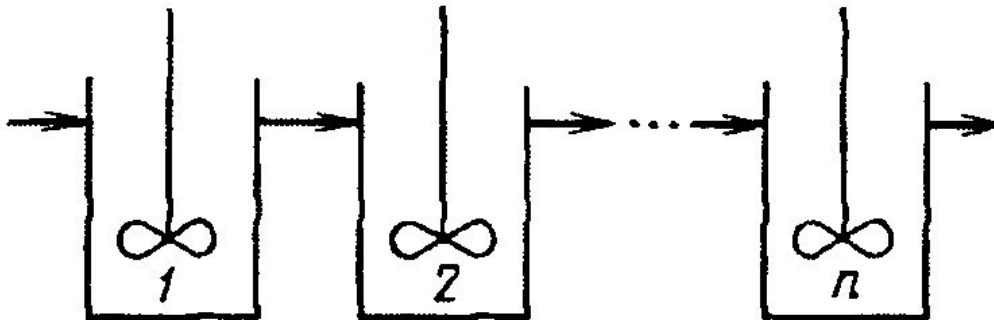


Рис. 5. К пояснению ячейчной модели структуры потоков

Неидеализированные модели гидродинамической структуры потоков

Математическое описание ячеечной модели включает n линейных дифференциальных уравнений первого порядка

$$(dc_i/dx) = (n/\tau)(c_{i-1} - c_i), \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (10)$$

Дифференциальная функция распределения времени пребывания [кривая отклика $c(\theta)$]

$$c(\theta) = n^n \theta^{n-1} e^{-n\theta} / (n-1) \quad (11)$$

При $n \rightarrow \infty$ ячеечная модель переходит в МИВ; при $n = 1$ ячеечная модель переходит в МИС. Таким образом, МИВ и МИС являются крайними случаями ячеечной модели.

Диффузионная модель. Основой этой модели является модель идеального вытеснения, осложненная обратным перемешиванием, наличие которого описывается формальным законом диффузии

$$\frac{\partial c}{\partial \tau} = -w \frac{\partial c}{\partial x} + D_L \frac{\partial^2 c}{\partial x^2}, \quad (12)$$

т.е. к уравнению (2) добавляется диффузионный член, учитывающий турбулентную диффузию или перемешивание (где D_L - коэффициент продольной диффузии, учитывающий и молекулярную, и турбулентную диффузию, а также неравномерность поля скоростей). В практических задачах D_L обычно является эмпирическим параметром. Причем считается, что D_L постоянен по длине аппарата.

Неидеализированные модели гидродинамической структуры потоков

Таким образом, единственным параметром этой модели является коэффициент продольной диффузии D_L (или коэффициент продольного перемешивания). Но при одном и том же значении D_L картина перемешивания может быть разной - на нее влияют также длина аппарата и скорость потока. Поэтому, чтобы распространить результаты на ряд подобных процессов, продольное перемешивание характеризуют *критерием подобия Пекле*:

$$Pe_L = wL/D_L \quad (13)$$

Анализ уравнения (13) показывает, что при $Pe_L = 0$ ($D_L = \infty$) поток соответствует идеальному смешению (бесконечно быстрая диффузия полностью выравнивает концентрации). При $Pe_L = \infty$ уравнение (12) переходит в уравнение (2) - поток движется по схеме идеального вытеснения. Реальному же потоку соответствуют условия

$$0 < Pe_L < \infty \quad (14)$$

Кроме однопараметрической диффузионной модели достаточно широко используют *двухпараметрическую диффузионную модель*, учитывающую перемешивание как в продольном, так и в поперечном направлениях. Эта модель характеризуется коэффициентами продольного (D_L) и радиального (D_r) перемешивания:

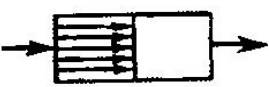
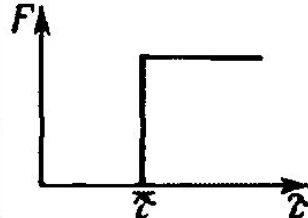
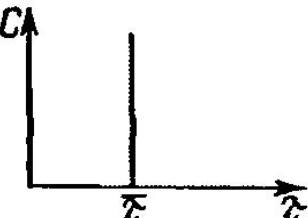
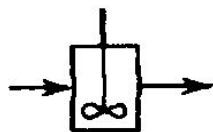
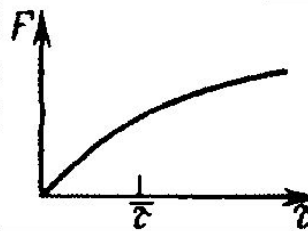
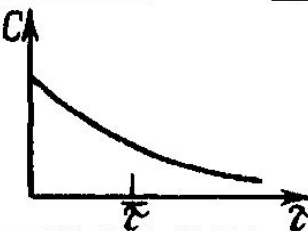
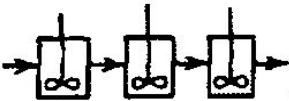
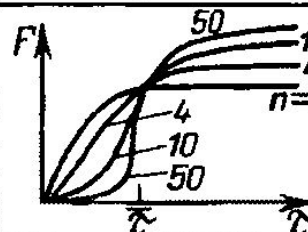
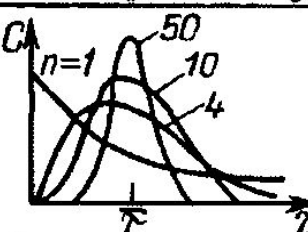
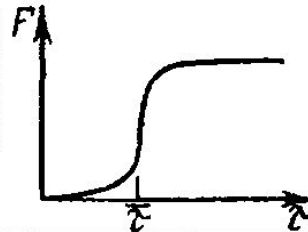
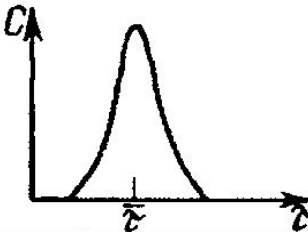
$$\frac{\partial c}{\partial \tau} = -w \frac{\partial c}{\partial x} + D_L \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + \frac{D_r}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial c}{\partial r} \right), \quad (15)$$

где r - радиус. Коэффициенты радиального перемешивания D_r и продольного перемешивания D_L определяют опытным путем.

Неидеализированные модели гидродинамической структуры потоков

В таблице 1 представлены схемы потоков, соответствующие рассмотренным моделям, их математическое описание и кривые отклика.

Таблица 1 - Схемы потоков, математическое описание их моделей и кривые отклика

Модель	Схема потока	Математическое описание	Кривые отклика	
			при ступенчатом возмущении	при импульсном возмущении
Идеального вытеснения (МИВ)		$\frac{\partial C}{\partial \tau} = -W \frac{\partial C}{\partial x}$		
Идеального смешения (МИС)		$\frac{\partial C}{\partial \tau} = \frac{1}{\tau} (C_{вх} - C)$		
Ячеичная		$\frac{\partial C}{\partial \tau} = \frac{n}{\tau} (C_{i-1} - C_i)$		
Диффузионная		$\frac{\partial C}{\partial \tau} = -W \frac{\partial C}{\partial x} + D_L \frac{\partial^2 C}{\partial x^2}$		

Неидеализированные модели гидродинамической структуры потоков

Комбинированные модели. Не все реальные процессы удастся описать с помощью рассмотренных выше моделей - в частности, процессы, в которых наблюдаются байпасные и циркуляционные потоки, застойные зоны. В таких случаях используют комбинированные модели структуры потоков. При построении такой модели принимают, что аппарат состоит из отдельных зон, соединенных последовательно или параллельно, с различными структурами потоков (идеального вытеснения, идеального смешения, зона с продольным перемешиванием, застойная зона и т.д.).

Например, аппарат, в котором имеются короткий байпас и зона циркуляции, можно изобразить схемой, показанной на рис. 6. Основная часть потока Q_1 движется по схеме диффузионной модели (параметр которой Pe_L) через часть аппарата объемом V_{a1} . Часть потока Q_2 попадает в зону циркуляции объемов V_{a2} с практически идеальным перемешиванием. Часть потока Q_3 по схеме идеального вытеснения идет коротким байпасом, занимая объем V_{a3} .

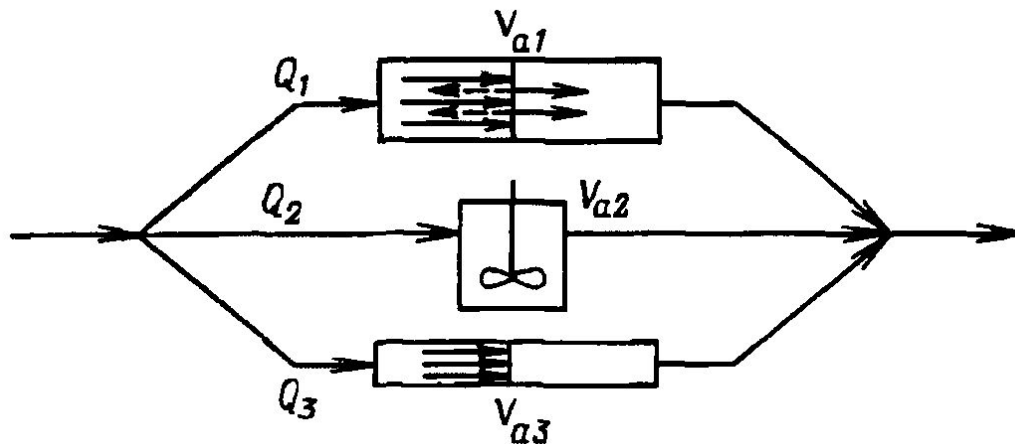


Рис. 6. Схема комбинированной модели структуры потоков:

V_{a1} - аппарат, работающий в режиме диффузионной модели;

V_{a2} - аппарат идеального смешения;

V_{a3} - аппарат идеального вытеснения