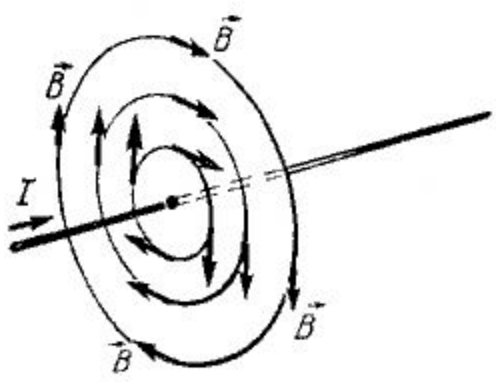
Теорема о циркуляции вектора магнитной индукции. Ротор векторного поля.

Теорема о циркуляции вектора $\vec{B}$



184

$$\oint_L \vec{B}\vec{dl} = \mu_0 \sum I_k$$

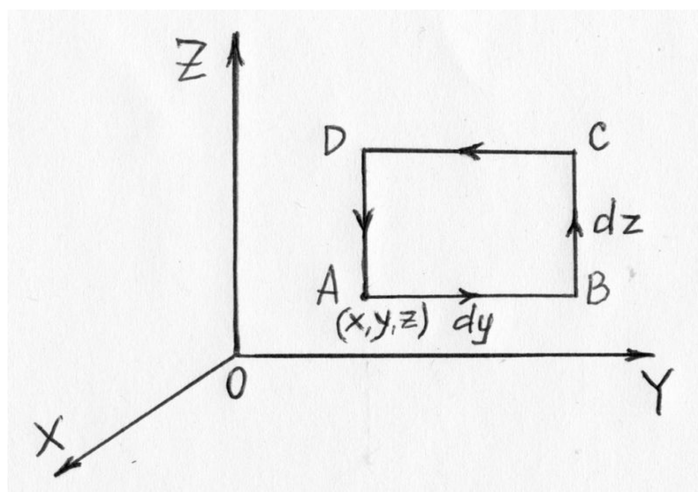
Циркуляция вектора $\vec{B}$ по произвольному контуру *L* равна произведению μ_0 на алгебраическую сумму токов, охватываемых контуром *L.*

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

Теорема о циркуляции в интегральной форме

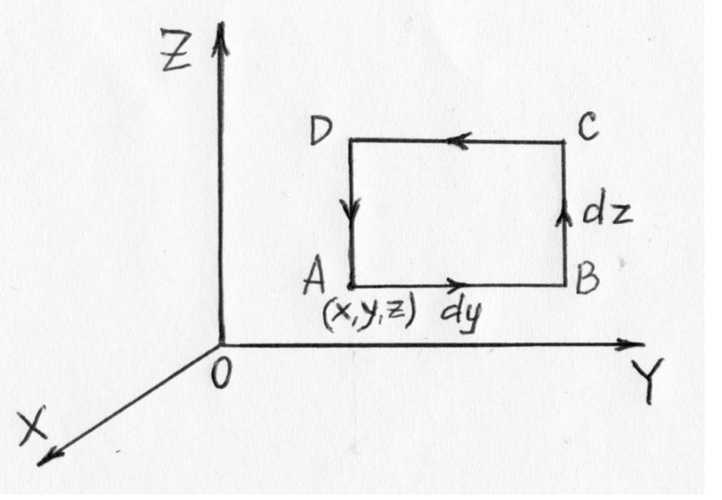
$$\oint_L \vec{B}\,\vec{dl} = \mu_0 \sum I_i$$

Перейдем к дифференциальной форме. Рассмотрим плоский контур ABCD, находящийся в проводящей среде с плотностью тока $\vec{j}$, расположенный параллельно плоскости ZOY.
Обходим контур против часовой стрелки.



$$dS = dydz$$

Рассмотрим стороны AB и CD



$$B_y(x,y,z)dy - B_y(x,y,z+dz)dy = -\frac{\partial B_y}{\partial z}dydz$$

Рассмотрим стороны BC и AD

$$B_z(x,y+dy,z)dz - B_z(x,y,z)dz = \frac{\partial B_z}{\partial y}dydz$$

$$\oint \vec{B}\ \vec{dl} = \left(\frac{\partial B_z}{\partial y} - \frac{\partial B_y}{\partial z}\right)dS = \mu_0 j_x dS$$

В случае произвольного контура

$$\frac{\partial B_z}{\partial y} - \frac{\partial B_y}{\partial z} = \mu_0 j_x$$

$$\frac{\partial B_x}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial x} = \mu_0 j_y$$

$$\frac{\partial B_y}{\partial x} - \frac{\partial B_x}{\partial y} = \mu_0 j_z$$

$$\left(\frac{\partial B_z}{\partial y} - \frac{\partial B_y}{\partial z}\right)\vec{i} + \left(\frac{\partial B_x}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial x}\right)\vec{j} + \left(\frac{\partial B_y}{\partial x} - \frac{\partial B_x}{\partial y}\right)\vec{k} = \mu_0 \vec{j}$$

$$\boldsymbol{rot}\vec{\boldsymbol{B}} = \boldsymbol{\mu_0}\vec{\boldsymbol{j}}$$

Мы рассмотрели бесконечно малый контур.
Можно за

$$\lim_{S_L \to 0} \frac{\oint_L \vec{B}\,\overrightarrow{dl}}{S_L} = \left(rot\vec{B}\right)_n$$

$$rot\vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

Предел – скалярная величина, которая ведет себя как проекция некоторого вектора на направление нормали к плоскости контура, по которому берется циркуляция. Этот вектор – ротор поля. Предел зависит от ориентации контура в данной точке пространства. Направление нормали связано с направлением обхода правилом правого винта.

Полевые уравнения.

Электростатическое поле

$$\oint_S \vec{E}\,\overrightarrow{dS} = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_V \rho dV$$

$$div\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

$$\oint_L \vec{E}\,\overrightarrow{dl} = 0$$

$$rot\vec{E} = 0$$

Магнитное поле

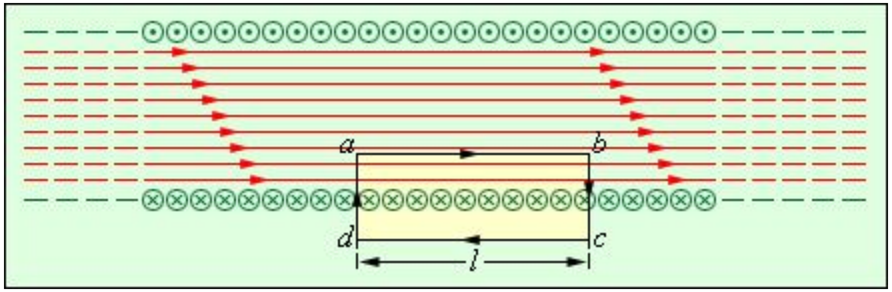
$$\oint_S \vec{B}\,\overrightarrow{dS} = 0$$

$$div\vec{B} = 0$$

$$\oint_L \vec{B}\,\overrightarrow{dl} = \mu_0\int_S \vec{j}\,\overrightarrow{dS}$$

$$rot\vec{B} = \mu_0\vec{j}$$

Применение теоремы о циркуляции. Магнитное поле бесконечного соленоида.



$$\oint\limits_{abcd} B_l dl = \int\limits_a^b B_l dl + \int\limits_b^c B_l dl + \int\limits_c^d B_l dl + \int\limits_d^a B_l dl$$

$$\oint\limits_{abcd} B_l dl = \int\limits_a^b B_l dl = Bl = \mu_0 NI = \mu_0 nlI$$

$$B = \mu_0 nI$$