



Электричество и магнетизм.
Колебания и волны

ФИЗИКА

ЛЕКЦИЯ №15-2

к. пед.н., доцент Полицинский Е.В.





Рассматриваем следующие вопросы:



1

Сопротивление соединения проводников

2

Работа и мощность тока. Закон Джоуля–Ленца

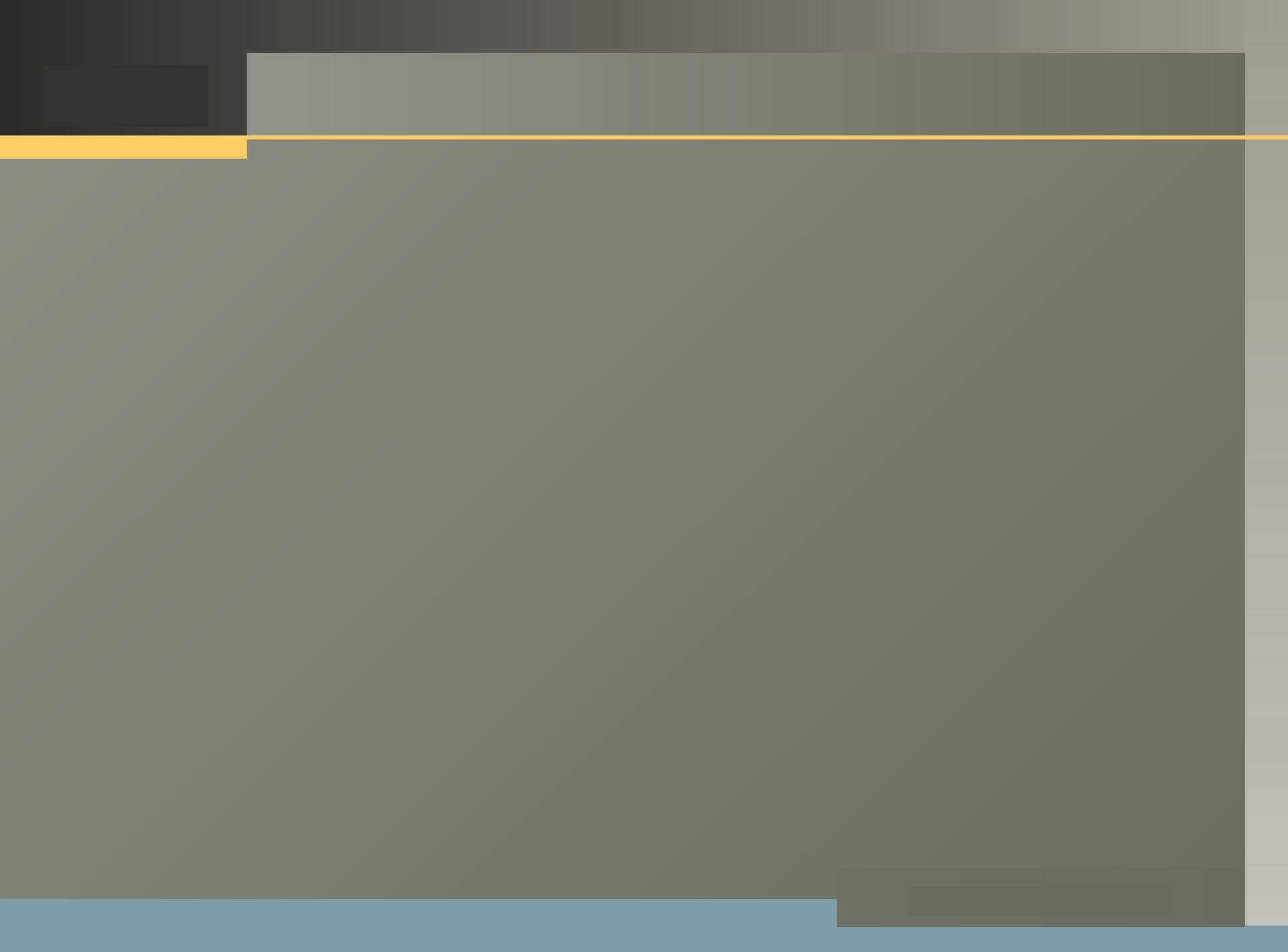
3

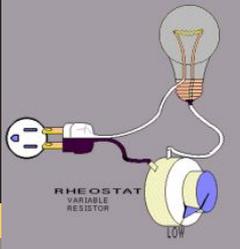
Закон Ома для неоднородного участка цепи

4

Правила Кирхгофа для разветвлённых цепей







Сопротивление соединения проводников

Проводники в электрических цепях могут соединяться последовательно и параллельно.

Последовательное соединение n проводников (рис. 46)

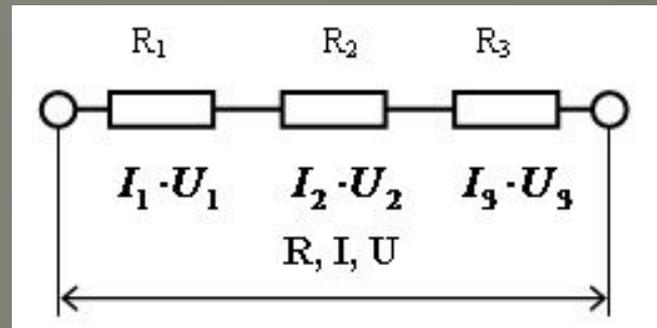


Рис. 46. Последовательное соединение проводников

$$I_1 = I_2 = \dots = I_n = I,$$

$$I \cdot R = U = \sum_{i=1}^n U_i = I \cdot \sum_{i=1}^n R_i, \quad (84).$$

$$R = \sum_{i=1}^n R_i.$$



Параллельное соединение n проводников

(рис. 47)

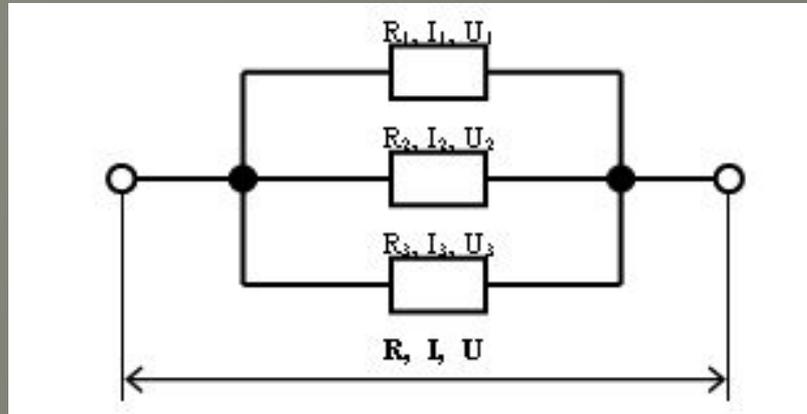


Рис. 47. Параллельное соединение проводников

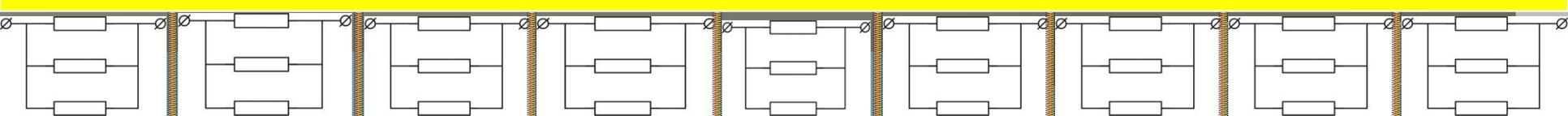
$$U_1 = U_2 = \dots = U_n = U,$$

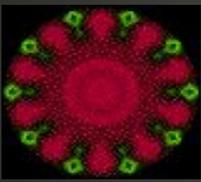
$$\frac{U}{R} = I = \sum_{i=1}^n I_i = U \cdot \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i},$$

(85).

$$\frac{1}{R} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}.$$

При параллельном соединении проводников величина, обратная общему сопротивлению цепи, равна сумме величин, обратных сопротивлениям параллельно включенных проводников.





Формулы для последовательного и параллельного соединения проводников позволяют во многих случаях рассчитывать сопротивление сложной цепи, состоящей из многих резисторов. На рис. 48 приведен пример такой сложной цепи и указана последовательность вычислений.

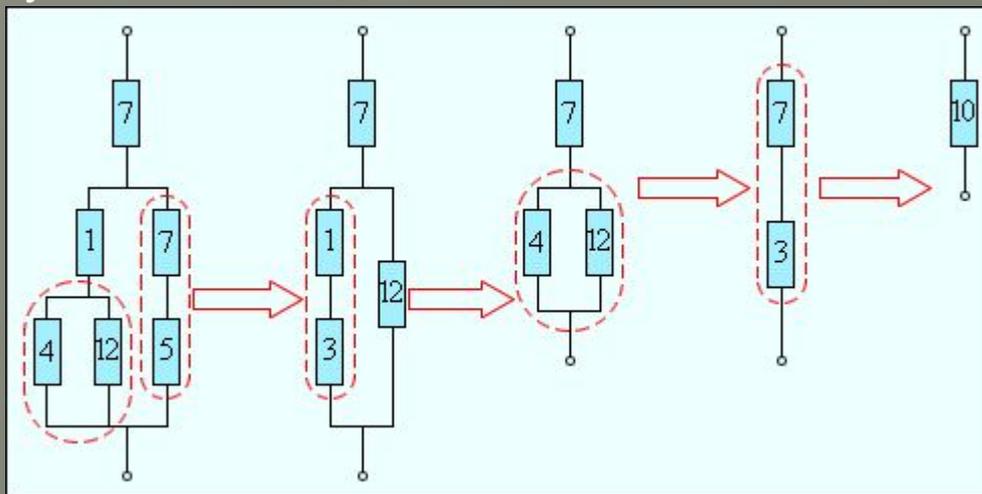


Рис. 48. Расчет сопротивления сложной цепи. Сопротивления всех проводников указаны в омах (Ом).

Цепи, подобные изображенной на рис. 49, а также цепи с разветвлениями, содержащие несколько источников, рассчитываются с помощью **правил Кирхгофа**.

Однако, далеко не все сложные цепи, состоящие из проводников с различными сопротивлениями, могут быть рассчитаны с помощью формул для последовательного и параллельного соединения. На рис. 49 приведен пример электрической цепи, которую нельзя рассчитать указанным выше методом.

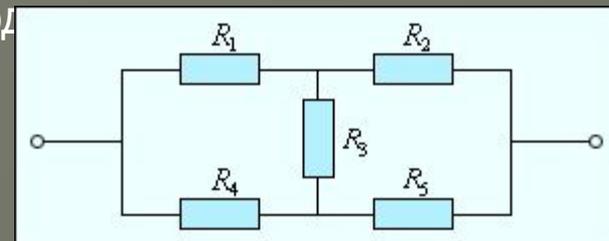
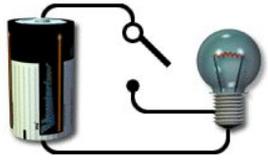


Рис. 49. Пример электрической цепи, которая не сводится к комбинации последовательно и параллельно соединенных проводников

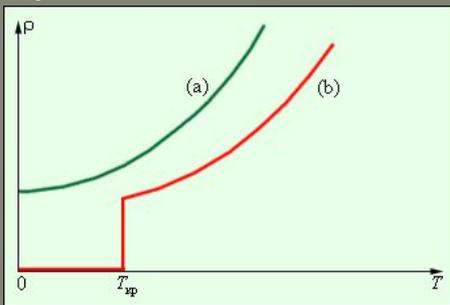
CURRENT**Температурная зависимость сопротивления**

Опытным путём было установлено, что для большинства случаев изменение удельного сопротивления (а значит и сопротивления) с температурой описывается линейным законом:

$$\rho = \rho_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t) \quad \text{или} \quad R = R_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t) \quad (86),$$

где ρ и ρ_0 , R и R_0 – соответственно удельные сопротивления и сопротивления при температурах t и 0°C , α – температурный коэффициент сопротивления.

Сопротивление металлов при очень низких температурах T_k (0,14 – 20 К), называемых критическими, характерных для каждого вещества, скачкообразно уменьшается до нуля, и металл становится абсолютным проводником. Это явление называется **сверхпроводимостью (рис.50)**.

Рис.50 $\rho(T)$

На рис. 50: а – нормальный металл; б – сверхпроводник.

Работа и мощность тока

Кулоновские и сторонние силы при перемещении заряда q вдоль электрической цепи совершают работу A .



Рассмотрим однородный проводник с сопротивлением R к концам которого приложено напряжение U .

За время dt через сечение проводника переносится заряд $dq = I \cdot dt$. Работа по перемещению заряда q_0 между двумя точками поля равна: $A_{12} = q_0 \cdot \Delta\varphi$, откуда

$$dA = U dq = U \cdot I dt = I^2 \cdot R \cdot dt = \frac{U^2}{R} dt \quad (87).$$

Мощность тока

$$P = \frac{dA}{dt} = U \cdot I = I^2 \cdot R = \frac{U^2}{R} \quad (88).$$

Единица мощности – ватт (1 Вт).

Внесистемные единицы работы тока: ватт-час (Вт·ч) и киловатт-час (кВт·ч). 1 Вт·ч – работа тока мощностью 1 Вт в течение 1 ч: $1 \text{ Вт} \cdot \text{ч} = 3600 \text{ Вт} \cdot \text{с} = 3,6 \cdot 10^3 \text{ Дж}$. Аналогично $1 \text{ кВт} \cdot \text{ч} = 1000 \text{ Вт} \cdot \text{ч} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ Дж}$.

Закон Джоуля–Ленца

При прохождении тока по проводнику происходит рассеяние энергии вследствие столкновений носителей тока между собой и с любыми другими частицами среды. Если ток проходит по неподвижному проводнику, то вся работа тока идёт на нагревание проводника (выделение теплоты).



По закону сохранения энергии

$$dA = dQ.$$

$$dQ = I \cdot U dt = I^2 \cdot R dt = \frac{U^2}{R} dt \quad (89).$$

Количество теплоты Q , выделяющееся за конечный промежуток времени от 0 до t постоянным током I во всём объёме проводника, электрическое сопротивление которого R , получаем, интегрируя предыдущее выражение:

$$Q = \int_0^t I^2 \cdot R dt = I^2 \cdot R \cdot t \quad (90).$$

Закон Джоуля–Ленца (в интегральной форме): количество теплоты, выделяемое постоянным электрическим током на участке цепи, равно произведению квадрату силы тока на время его прохождения и электрическое сопротивление этого участка цепи.

Выделим в проводнике цилиндрический объём $dV = dS dl$ (ось цилиндра совпадает с направлением тока). Сопротивление этого объёма

$$R = \rho \cdot \frac{dl}{dS}$$

По закону Джоуля–Ленца, за время в этом объёме выделится теплота:

$$dQ = I^2 \cdot R dt = \frac{\rho dl}{dS} \cdot (j dS)^2 dt = \rho \cdot j^2 dV dt \quad (91).$$



Удельной тепловой мощностью тока ω называется количество теплоты, выделяющееся в единицу времени в единице объёма:

$$\omega = \frac{dQ}{dVdt} = \rho \cdot j^2 \quad (92).$$

Используя дифференциальную форму закона Ома $j = \gamma \cdot E$ и определение $\frac{1}{\gamma}$, получим **закон Джоуля–Ленца в дифференциальной форме**:

$$\omega = j \cdot E = \gamma \cdot E^2 \quad (93).$$

Тепловое действие электрического тока используется в осветительных и электронагревательных приборах, электросварке.

Закон Ома для неоднородного участка цепи

Рассмотрим неоднородный участок цепи 1–2 на котором присутствуют силы неэлектрического происхождения (сторонние силы). Обозначим через \mathcal{E}_{12} – ЭДС на участке 1–2, $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$ – приложенную на концах участка разность потенциалов.

Если участок 1–2 неподвижен, то (по закону сохранения энергии) общая работа A_{12} сторонних и электростатических сил, совершаемая над носителями тока, равна теплоте Q , выделяющейся на участке.





Работа сил по перемещению заряда :

$$A_{12} = q_0 \cdot \varepsilon_{12} + q_0 \cdot \Delta\varphi.$$

ЭДС ε_{12} , как и сила тока I , – величина скалярная. Если ЭДС способствует движению положительных зарядов в выбранном направлении, то $\varepsilon_{12} > 0$, если препятствует, то $\varepsilon_{12} < 0$.

За время t в проводнике выделится теплота:

$$Q = I^2 \cdot R \cdot t = I \cdot R \cdot (I \cdot t) = I \cdot R \cdot q_0$$

Отсюда следует **закон Ома для неоднородного участка цепи в интегральной форме**, который является **обобщённым законом Ома**:

$$I \cdot R = \varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon_{12} \quad \text{или} \quad I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon_{12}}{R} \quad (94).$$

Частные случаи:

- 1). Если на данном участке цепи источник тока отсутствует, то мы получаем закон Ома для однородного участка цепи: $I = \frac{U}{R}$.
- 2). Если цепь замкнута ($\Delta\varphi = 0$), то получаем закон Ома для замкнутой цепи:

$$I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{\varepsilon}{R_{\text{внеш}} + r_{\text{внут}}}, \text{ где } R \text{ – суммарное сопротивление всей цепи, } R_{\text{внеш}} \text{ – сопротивление внешней цепи, } r_{\text{внут}} \text{ – внутреннее сопротивление источника тока.}$$

Отношение $\eta = \frac{P}{P_{ист}}$, равное $\eta = \frac{P}{P_{ист}} = 1 - \frac{r}{R+r} I = \frac{R}{R+r}$,

называется **коэффициентом полезного действия источника**.

На рис. 51 графически представлены зависимости мощности источника $P_{ист}$, полезной мощности P , выделяемой во внешней цепи, и коэффициента полезного действия η от тока в цепи I для источника с ЭДС, равной \mathcal{E} , и внутренним сопротивлением r . Ток в цепи может изменяться в пределах от $I = 0$ (при $R \rightarrow \infty$) до $I_{кз} = \mathcal{E}/r$ (при $R = 0$).

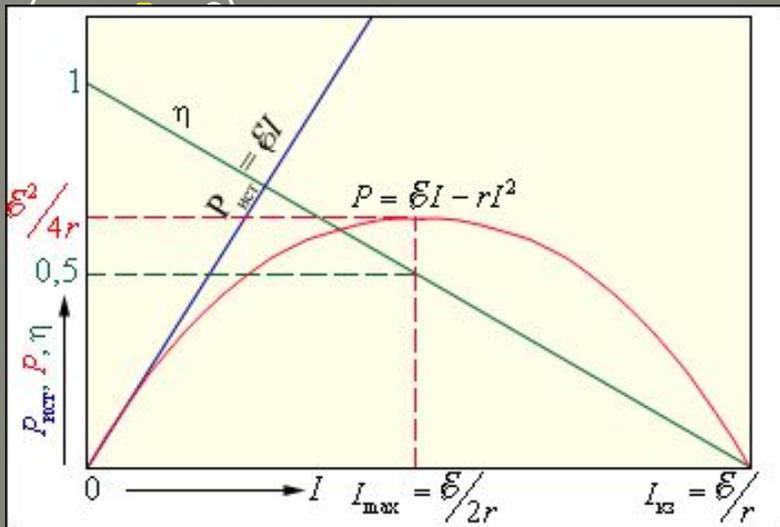


Рис. 51. Зависимость мощности источника $P_{ист}$, мощности P во внешней цепи и КПД источника η от силы тока

Из приведенных графиков видно, что максимальная мощность во внешней цепи P_{max} , равная

$$P_{max} = \frac{\mathcal{E}^2}{4r},$$

достигается при $R = r$. При этом ток в цепи

$$I_{max} = \frac{1}{2} I_{кз} = \frac{\mathcal{E}}{2r},$$

а КПД источника равен 50%. Максимальное значение КПД источника достигается при $I \rightarrow 0$, то есть при $R \rightarrow \infty$. В случае короткого замыкания полезная мощность $P = 0$ и вся мощность выделяется внутри источника, что может привести к его перегреву и разрушению.

КПД источника при $I \rightarrow 0$ равен 100%. В нуль





Правила Кирхгофа для разветвленных цепей

Для упрощения расчетов сложных электрических цепей, содержащих неоднородные участки, используются **правила Кирхгофа**, которые являются обобщением закона Ома на случай разветвленных цепей.

В разветвленных цепях можно выделить **узловые точки (узлы)**, в которых сходятся не менее трех проводников (рис. 52). Токи, втекающие в узел, принято считать положительными; токи, вытекающие из узла – отрицательными.

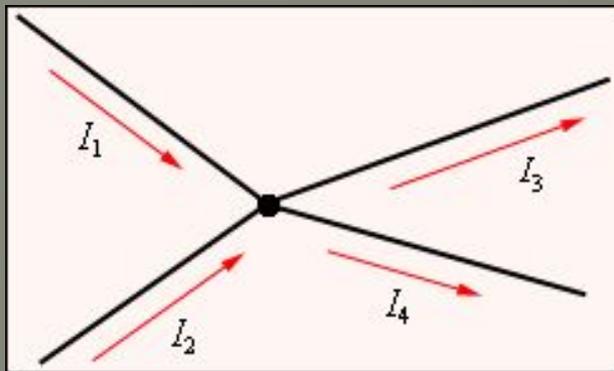


Рис. 52. Узел электрической цепи.

$$I_1, I_2 > 0; \quad I_3, I_4 < 0$$

Первое правило Кирхгофа: алгебраическая сумма токов, сходящихся в узле, равна нулю.

Например, для узла А (рис. 53) первое правило Кирхгофа:

$$I_1 - I_2 - I_3 + I_4 + I_5 - I_6 = 0.$$

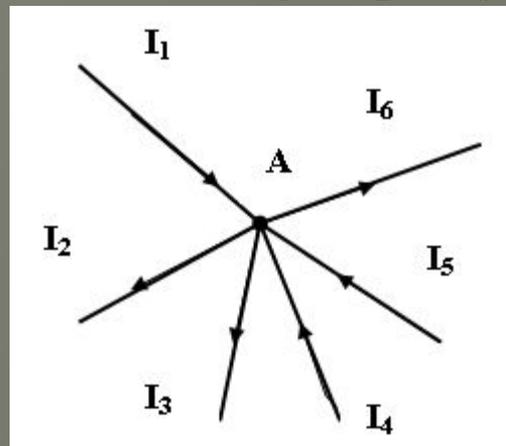


Рис.53. К первому правилу Кирхгофа

Первое правило Кирхгофа является следствием **закона сохранения электрического заряда**.

В разветвленной цепи всегда можно выделить некоторое количество замкнутых путей, состоящих из однородных и неоднородных участков. Такие замкнутые пути называются **контурами**. На разных участках выделенного контура могут протекать различные токи. На рис. 54 представлен простой пример разветвленной цепи. Цепь содержит два узла a и d , в которых сходятся одинаковые токи; поэтому только один из узлов является независимым (a или d).

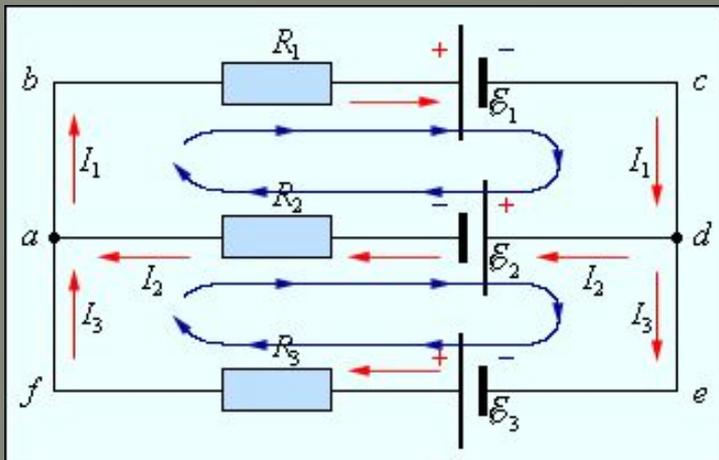
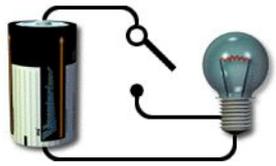


Рис. 54. Пример разветвленной электрической цепи

В цепи можно выделить три контура $abcd$, $adef$ и $abcdef$. Из них только два являются независимыми (например, $abcd$ и $adef$), так как третий не содержит никаких новых участков.

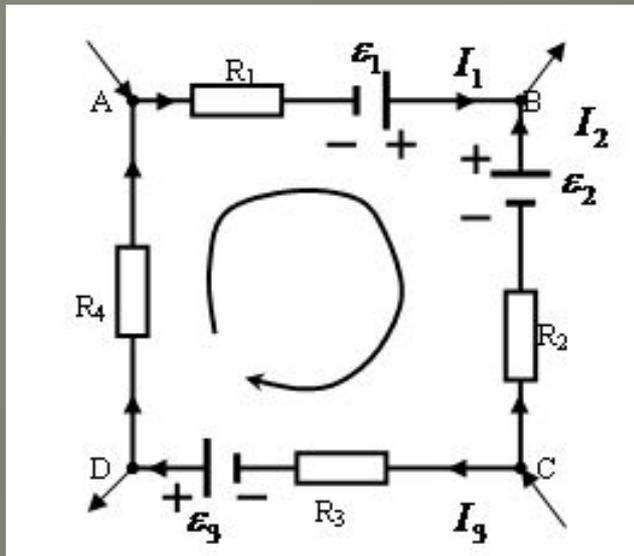
Таким образом, цепь (рис. 54) содержит один независимый узел (a или d) и два независимых контура (например, $abcd$ и $adef$).



Второе правило Кирхгофа:

в любом замкнутом контуре, произвольно выбранном в разветвлённой электрической цепи, алгебраическая сумма произведений сил токов I_i на сопротивление R_i соответствующих участков этого контура равна алгебраической сумме ЭДС ε_k , встречающихся в этом контуре:

$$\sum_i I_i \cdot R_i = \sum_k \varepsilon_k \quad (95).$$



Например, для обхода по часовой стрелке замкнутого контура (рис. 55) $ABCD$ второе правило Кирхгофа имеет вид:

$$I_1 \cdot R_1 - I_2 \cdot R_2 + I_3 \cdot R_3 + I_4 \cdot R_4 = \varepsilon_1 - \varepsilon_2 + \varepsilon_3.$$

Рис. 55. Ко второму правилу Кирхгофа



При расчёте сложных цепей с применением правил Кирхгофа необходимо:

1. Выбрать произвольное направление токов на всех участках цепи; действительное направление токов определяется при решении задачи: если искомый ток получается положительным, то его направление было выбрано правильно, а если отрицательным – его истинное направление противоположно выбранному.
2. Выбрать направление обхода контура и строго его придерживаться; произведение положительно, если ток на данном участке совпадает с направлением обхода. ЭДС, действующие по выбранному направлению обхода, считаются положительными, против – отрицательными.
3. Составить столько уравнений, чтобы их число было равно числу искомых величин (в систему уравнений должны входить все сопротивления и ЭДС рассматриваемой цепи), каждый рассматриваемый контур должен содержать хотя бы один элемент, не содержащийся в предыдущих контурах, чтобы не получались уравнения, которые являются простой комбинацией уже составленных уравнений.

Таким образом, правила Кирхгофа сводят расчет разветвленной электрической цепи к решению системы линейных алгебраических уравнений. Если в результате решения сила тока на каком-то участке оказывается отрицательной, то это означает, что ток на этом участке идет в направлении, противоположном выбранному положительному направлению.

Электрический ток в различных средах

Электрический ток в металлах



Электрический ток в металлах – это упорядоченное движение электронов под действием электрического поля. опыты показывают, что при протекании тока по металлическому проводнику не происходит переноса вещества, следовательно, ионы металла не принимают участия в переносе электрического заряда.

Наиболее убедительное доказательство электронной природы тока в металлах было получено в опытах с инерцией электронов. Идея таких опытов и первые качественные результаты принадлежат русским физикам Л. И. Мандельштаму и Н. Д. Гальванометру (1913 г.).

В 1916 году американский физик Р. Толмен и шотландский физик Б. Стюарт усовершенствовали методику этих опытов и выполнили количественные измерения, неопровержимо доказавшие, что ток в металлических проводниках обусловлен движением электронов. Схема опыта Толмена и Стюарта показана на рис. 56. Катушка с большим числом витков тонкой проволоки приводилась в быстрое вращение вокруг своей оси. Концы катушки с помощью гибких проводов были присоединены к чувствительному баллистическому гальванометру Г. Раскрученная катушка резко тормозилась, и в цепи возникал кратковременный ток, обусловленный инерцией носителей заряда. Полный заряд, протекающий по цепи, измерялся по отбросу стрелки гальванометра.

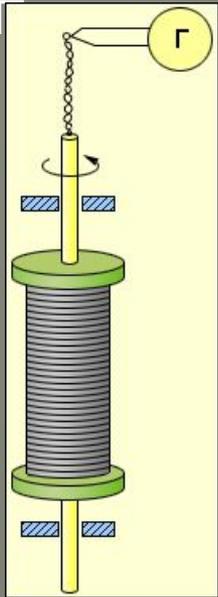


Рис. 56. Схема опыта

Толмена и Стюарта.



При торможении вращающейся катушки на каждый носитель заряда e действует тормозящая сила

$$F = -m \cdot \frac{dv}{dt},$$

которая играет роль сторонней силы, то есть силы неэлектрического происхождения. Сторонняя сила, отнесенная к единице заряда, по определению является напряженностью E_{cm} поля сторонних сил:

$$E_{cm} = -\frac{m}{e} \cdot \frac{dv}{dt}.$$

Следовательно, в цепи при торможении катушки возникает электродвижущая сила, равная

$$\varepsilon = E_{cm} \cdot l = -\frac{m}{e} \cdot \frac{dv}{dt} \cdot l,$$

где l – длина проволоки катушки. За время торможения катушки по цепи протечет заряд q , равный

$$q = \int Idt = \frac{1}{R} \cdot \int \varepsilon dt = \frac{m}{e} \cdot \frac{l \cdot v_0}{R}.$$

Здесь I – мгновенное значение силы тока в катушке, R – полное сопротивление цепи, v_0 – начальная линейная скорость проволоки.



Отсюда удельный заряд e / m свободных носителей тока в металлах равен:

$$\frac{e}{m} = \frac{l \cdot v_0}{R \cdot q}$$

Все величины, входящие в правую часть этого соотношения, можно измерить. На основании результатов опытов Толмена и Стюарта было установлено, что носители свободного заряда в металлах имеют отрицательный знак, а отношение заряда носителя к его массе близко к удельному заряду электрона, полученному из других опытов. Так было установлено, что носителями свободных зарядов в металлах являются электроны.

По современным данным модуль заряда электрона (элементарный заряд) равен

$$K \approx 1,60218 \cdot 10^{-19} \text{ Кл},$$

а его удельный заряд есть

$$\frac{e}{m} = 1,75882 \cdot 10^{11} \text{ Кл / кг}.$$

Хорошая электропроводность металлов объясняется высокой концентрацией свободных электронов, равной по порядку величины числу атомов в единице объема.





Спасибо за внимание

