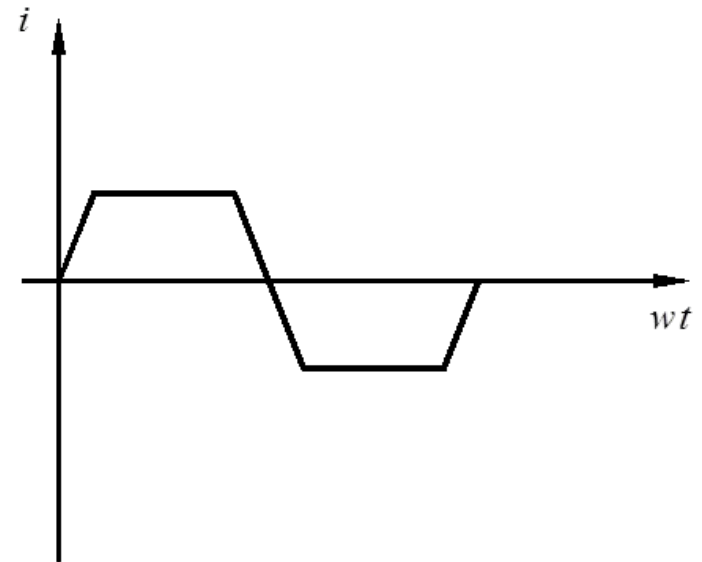
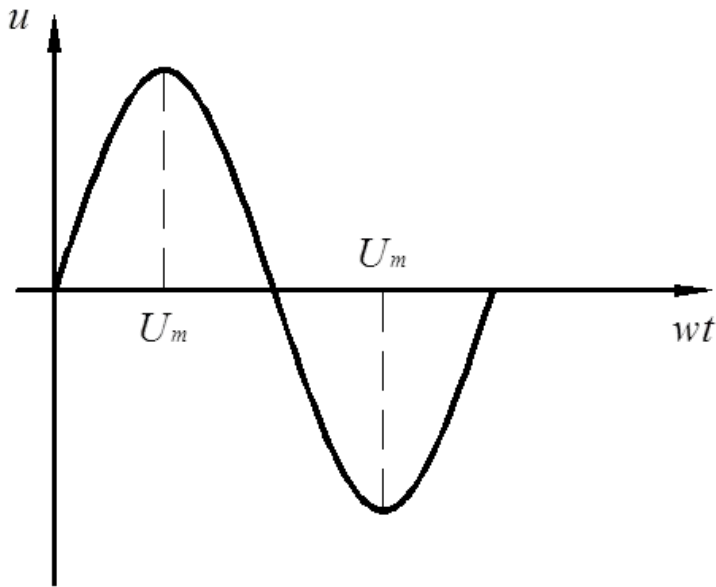


ЛЕКЦИЯ 3

Электрические цепи однофазного переменного тока

Переменным называется электрический ток, величина и направление которого изменяются во времени.
Форма кривой переменного тока разнообразна.



Значение переменного тока в рассматриваемый момент времени называют **мгновением значением** и обозначают строчной буквой ***i***.

Мгновенный ток называется **периодическим**, если значения его повторяются через одинаковые промежутки времени:

$$i(t) = i(t + T)$$

Наименьший промежуток времени, через который значения переменного тока повторяются, называется **периодом**.

Период ***T*** измеряется в секундах [с].

Периодические токи, изменяющиеся по синусоидальному закону, называются **синусоидальными**.

Мгновенное значение синусоидального тока определяется по формуле:

$$i(t) = I_m \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t + \varphi_i\right) = I_m \cdot \sin(2\pi f \cdot t + \varphi_i) = I_m \cdot \sin(\omega t + \varphi_i)$$

где **I_m** - максимальное, или **амплитудное**, значение тока.

Амплитудное значение синусоидального тока или напряжения можно измерить с помощью осциллографа.

Аргумент синусоидальной функции $\frac{2\pi}{T} \cdot t + \varphi_i$

- называют фазой.

Величину φ , равную фазе в момент времени $t = 0$, называют **начальной фазой**.

Фаза измеряется в радианах [рад] или градусах.

Величину, обратную периоду, называют **частотой**.

$$f = \frac{1}{T}$$

Частота – ток и напряжение меняют свое направление (в секунду)

Частота f измеряется в герцах [Гц].

Величину $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot f$ называют **круговой**

(или **угловой**) **частотой**.

Угловая частота измеряется в [рад/с].

Если у синусоидальных токов начальные фазы при **одинаковых частотах одинаковы**, говорят, что эти токи совпадают по фазе.

Если неодинаковы по фазе, говорят, что токи сдвинуты по фазе.

Сдвиг фаз двух синусоидальных токов измеряется разностью начальных фаз:

$$\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$$

*Амперметры и вольтметры электромагнитной системы измеряют **действующие значения** переменного тока и напряжения.*

Действующим значением переменного тока называется среднеквадратичное значение тока за период.

Действующее значение тока для синусоиды $i = I_m \cdot \sin \omega t$ можно определить, как:

$$\begin{aligned} I &= \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 \cdot dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T I_m^2 \cdot \sin^2 \omega t \cdot dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T I_m^2 \cdot \frac{(1 - \cos 2\omega t)}{2} \cdot dt} = \\ &= \frac{I_m}{\sqrt{2}} \sqrt{\int_0^T dt - \int_0^T \cos 2\omega t \cdot dt} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \end{aligned}$$

Аналогично определяются действующие значения ЭДС и напряжений...

Действующие значения переменного тока, напряжения, ЭДС меньше максимальных в $\sqrt{2}$.


$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}, \quad U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}, \quad E = \frac{E_m}{\sqrt{2}}.$$

Законы Ома и Кирхгофа справедливы для мгновенных значений токов и напряжений.

Закон Ома для мгновенных значений:

$$i = \frac{u}{R} \quad .$$

Законы Кирхгофа для мгновенных значений:

$$\sum i = 0 \quad ,$$

$$\sum e = \sum u \quad .$$

Изображения синусоидальных функций времени в векторной форме

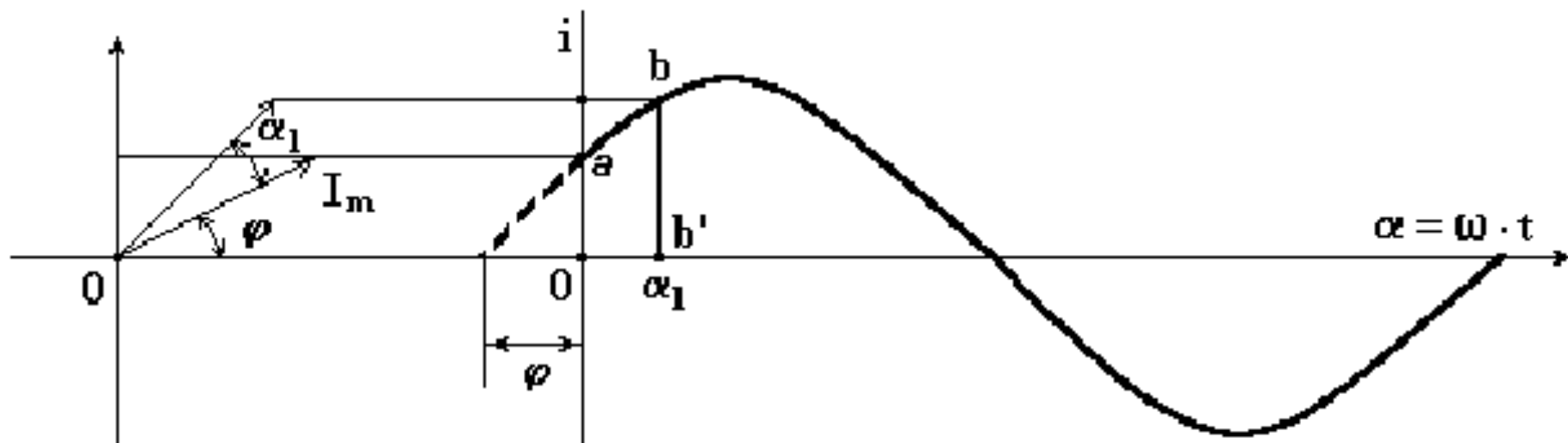
При расчете электрических цепей часто приходится складывать или вычитать величины токов или напряжений, являющиеся синусоидальными функциями времени.

Графические построения или тригонометрические преобразования в этом случае могут оказаться слишком громоздкими.

Задача упрощается, если представить наши синусоидальные функции в векторной форме.

Имеем синусоидальную функцию

$$i = I_m \cdot \sin(\omega t + \varphi)$$

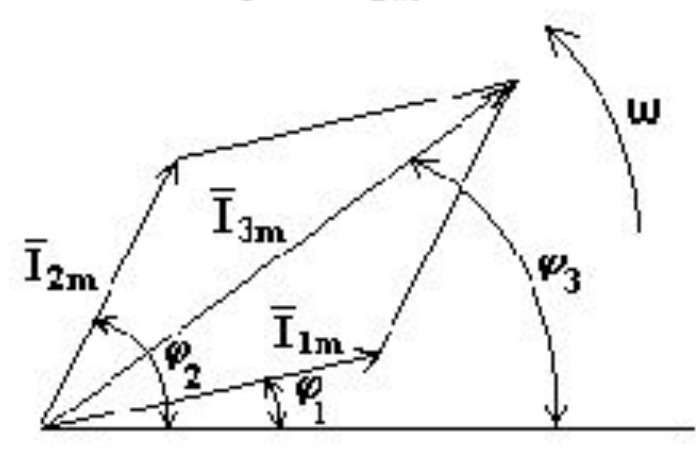


Пусть даны два синусоидальных тока:

$$i_1 = I_{1m} \cdot \sin(\omega t + \varphi_1), \quad i_2 = I_{2m} \cdot \sin(\omega t + \varphi_2)$$

Нужно сложить эти токи и получить результирующий ток:

$$i_3 = i_1 + i_2 = I_{1m} \cdot \sin(\omega t + \varphi_1) + I_{2m} \cdot \sin(\omega t + \varphi_2) = I_{m3} \cdot \sin(\omega t + \varphi_3)$$



Векторная диаграмма - это совокупность векторов, изображающих синусоидальные напряжения, токи и ЭДС одинаковой частоты.

Необходимо отметить, что напряжение, ток и ЭДС - это скалярные, а не векторные величины.

Мы представляем их на векторной диаграмме в виде не пространственных, а временных радиус - векторов, вращающихся с одинаковой угловой скоростью.

Изображать на векторной диаграмме два вектора, вращающихся с различной угловой скоростью, бессмысленно.

Положительным считается направление вращения векторов против часовой стрелки.

Векторные диаграммы используются для качественного анализа электрических цепей, а также при решении некоторых электротехнических задач.

Изображение синусоидальных функций времени в комплексной форме

При расчетах цепей синусоидального тока используют символический метод расчета или метод комплексных амплитуд.

В этом методе сложение двух синусоидальных токов заменяют сложением двух комплексных чисел, соответствующих этим токам.

Из курса математики известно, что комплексное число может быть записано в показательной или алгебраической форме:

$$C = c \cdot e^{j\varphi} = a + jb$$

где C - модуль комплексного числа; φ - аргумент;

a - вещественная часть комплексного числа;

b - мнимая часть;

j - мнимая единица, $j = \sqrt{-1}$.

С помощью формулы Эйлера можно перейти от показательной формы записи к алгебраической:

$$c \cdot e^{j\varphi} = c \cdot \cos \varphi + j \cdot c \cdot \sin \varphi = a + jb$$

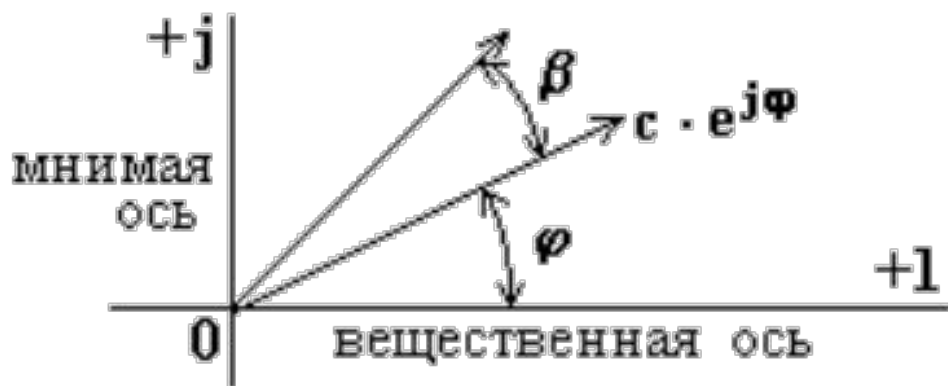
$$a = c \cdot \cos \varphi, \quad b = c \cdot \sin \varphi$$

От алгебраической формы записи переходят к показательной форме с помощью формул:

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}, \quad \varphi = \arctg \frac{b}{a}$$

Комплексное число может быть представлено в виде **радиус - вектора** в комплексной плоскости.

Вектор длиной, равной модулю C , расположен в начальный момент времени под углом φ относительно вещественной оси



• Умножим комплексное число на множитель $e^{j\beta}$.

Радиус - вектор на комплексной плоскости повернется на угол β .

Множитель $e^{j\beta}$ называется поворотным.

$$c \cdot e^{j\varphi} \cdot e^{j\beta} = c \cdot e^{j(\varphi+\beta)}$$

Если $\beta = \omega t$, то вектор, умноженный на $e^{j\omega t}$, превратится во вращающийся со скоростью ω радиус - вектор.

Выражение $c \cdot e^{j\omega t} \cdot e^{j\varphi} = c \cdot e^{j(\omega t+\varphi)}$ называется комплексной функцией времени.

Применительно к току, получим:

$I_m \cdot e^{j\omega t} \cdot e^{j\varphi} = \dot{I}_m \cdot e^{j\omega t}$ - комплексную функцию времени для тока.

$\dot{I}_m = I_m \cdot e^{j\varphi}$ - комплексная амплитуда тока (исходное положение вектора в комплексной плоскости).

Зная $\dot{I}_m$, можем найти комплекс действующего значения:

$$\dot{I} = \frac{\dot{I}_m}{\sqrt{2}} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \cdot e^{j\varphi} = I \cdot e^{j\varphi} \quad (1)$$

Определим, чему равна мнимая часть комплексной функции времени для напряжения:

$$\begin{aligned} \text{Im}[\dot{I}_m \cdot e^{j\omega t}] &= \text{Im}[\dot{I}_m \cdot e^{j(\omega t + \varphi)}] = \\ &= \text{Im}[\dot{I}_m \cdot \cos(\omega t + \varphi) + j\dot{I}_m \cdot \sin(\omega t + \varphi)] = I_m \cdot \sin(\omega t + \varphi) = i \end{aligned} \quad (2)$$

Из соотношений (1) и (2) следует:

Правило перехода от тригонометрической формы записи к показательной:

Нужно амплитудное значение поделить на $\sqrt{2}$ и умножить на $e^{j\varphi}$.

Правило перехода от показательной формы к тригонометрической:

Нужно комплекс действующего значения увеличить на $\sqrt{2}$ и от полученного значения взять мнимую часть.

Применительно к напряжению, получим:

$U_m \cdot e^{j\omega t} \cdot e^{j\varphi} = \dot{U}_m \cdot e^{j\omega t}$ - комплексную функцию времени для напряжения.

$\dot{U}_m = U_m \cdot e^{j\varphi}$ - комплексная амплитуда напряжения (исходное положение вектора в комплексной плоскости).

Определим, чему равна мнимая часть комплексной функции времени для напряжения:

$$\begin{aligned} \text{Im}[\dot{U}_m \cdot e^{j\omega t}] &= \text{Im}[\dot{U}_m \cdot e^{j(\omega t + \varphi)}] = \\ &= \text{Im}[U_m \cdot \cos(\omega t + \varphi) + jU_m \cdot \sin(\omega t + \varphi)] = U_m \cdot \sin(\omega t + \varphi) = u \end{aligned}$$

Мгновенное синусоидальное напряжение (ток, ЭДС) является мнимой частью соответствующей комплексной функции времени.

Замечание. В электротехнике над символами, изображающими комплексные напряжения, токи, ЭДС, принято ставить точку.

Синусоидальные функции времени могут быть представлены векторами в комплексной плоскости, вращающимися против часовой стрелки с постоянной угловой скоростью ω .

Проекция вектора на мнимую ось изменяется по синусоидальному закону.

Законы Ома и Кирхгофа в комплексной форме:

$$\dot{I}_m = \frac{\dot{U}}{R} \quad - \text{закон Ома};$$

$$\sum \dot{I}_m = 0 \quad - \text{первый закон Кирхгофа};$$

$$\sum \dot{E}_m = \sum \dot{U}_m \quad - \text{второй закон Кирхгофа}.$$

***Спасибо
за внимание!***