На основании простых высказываний могут быть построены ***составные высказывания***.

Например, высказывание « Процессор является устройством обработки информации и принтер является устройством печати» является ***составным высказыванием***, состоящим из двух простых, соединениях союзом «и».

Каждое составное высказывание можно выразить в виде *формулы* (логического выражения), состоящей из *логических переменных* (высказываний) и *знаков логических операций* (логические функции)

A=«Процессор является устройством обработки информации»
B=«Принтер является устройством печати»

$$F = A \wedge B$$

Истинность или ложность составных высказываний можно определять чисто формально, не вникая в их содержание, с помощью Алгебры высказываний

$$F = A \wedge B = 1 \wedge 1 = 1$$

Запишем в форме логического выражения составное высказывание:

«(2 • 2 = 5 или 2 • 2 = 4) и (2 • 2 ≠ 5 или 2 • 2 ≠ 4)»

A= «2 • 2 = 5» - ложно (0)

B= «2 • 2 = 4» - истинно (1)

Составное высказывание можно записать в форме:

(A или B) и ($\overline{A}$ или $\overline{B}$)

Теперь запишем высказывание логическим выражением учитывая порядок выполнения логических операций (инверсия, конъюнкция, дизъюнкция)

$$F = (A \vee B) \wedge (\overline{A} \vee \overline{B})$$

Подставим в логическое выражение значение логических переменных

$$F = (A \vee B) \wedge (\overline{A} \vee \overline{B}) = (0 \vee 1) \wedge (1 \vee 0) = 1 \wedge 1 = 1$$

Построение таблицы:

1. Определить количество строк

Кол-во строк = 2^n (n – кол-во переменных)

2. Определить количество столбцов

Кол-во столбцов = n + кол логических операций

3. Построить таблицу и обозначить столбцы, внести возможные значения переменных
4. Заполнить таблицу по столбцам, выполняя базовые логические операции

A	B	A v B	$\overline{A}$	$\overline{B}$	$\overline{A}$ v $\overline{B}$	(A v B) ^ ($\overline{A}$ v $\overline{B}$)
0	0	0	1	1	1	0
0	1	1	1	0	1	1
1	0	1	0	1	1	1
1	1	1	0	0	0	0

Равносильные логические выражения

Логические выражения, у которых последние столбцы таблиц истинности совпадают, называются **равносильными.**

Для обозначения равносильных логических выражений используется знак “ = “,

Докажем, что логические выражения ¬A& ¬B и ¬(AvB) равносильны

ЛОГИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

В обыденной речи кроме базовых логических связок «и», «или», «не» используются и другие:

«если… ,то…»
«тогда и только тогда, когда…»

Некоторые из них имеют свое название и свой символ

Логическое следование (импликация)

«если… ,то…»

«если А, то В» обозначается $A \rightarrow B$

Таблица истинности логической функции «**импликация»**

A	B	**A → B**
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Составное высказывание, образованное с помощью ***операции логического следования (импликации),*** ложно тогда и только тогда, когда из истинной предпосылки (первого высказывания) следует ложный вывод (второе высказывание)

В алгебре высказываний все логические функции могут быть сведены путем логических преобразований к трем базовым: конъюнкции, дизъюнкции и отрицанию

Докажем методом сравнения таблиц истинности, что $A \to B$ равносильно $\overline{A} \vee B$

A	B	$\overline{A}$	$F=\overline{A} \vee B$
0	0	1	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	1	0	1

A	B	$A \to B$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Запишем $A \to B = \overline{A} \vee B$

Логическое равенство (эквивалентность)

«тогда и только тогда, когда…»

«А тогда и только тогда, когда В» обозначается А ~ В

Таблица истинности логической функции «эквивалентность»

А	В	**А ~ В**
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Составное высказывание, образованное с помощью ***логической операции эквивалентности* , истинно** тогда и только тогда, когда оба высказывания одновременно либо ложны, либо истинны

“(2*2=4 и 3*3 = 9) или (2*2≠4 и 3*3≠9)”

A=«2*2=4»

B=«3*3 = 9»

(A&B) v (┐ A&┐ B)

A	B	A & B	¬A	¬B	¬A & ¬B	(A&B) v (¬A&¬B)
0	0	0	1	1	1	1
0	1	0	1	0	0	0
1	0	0	0	1	0	0
1	1	1	0	0	0	1