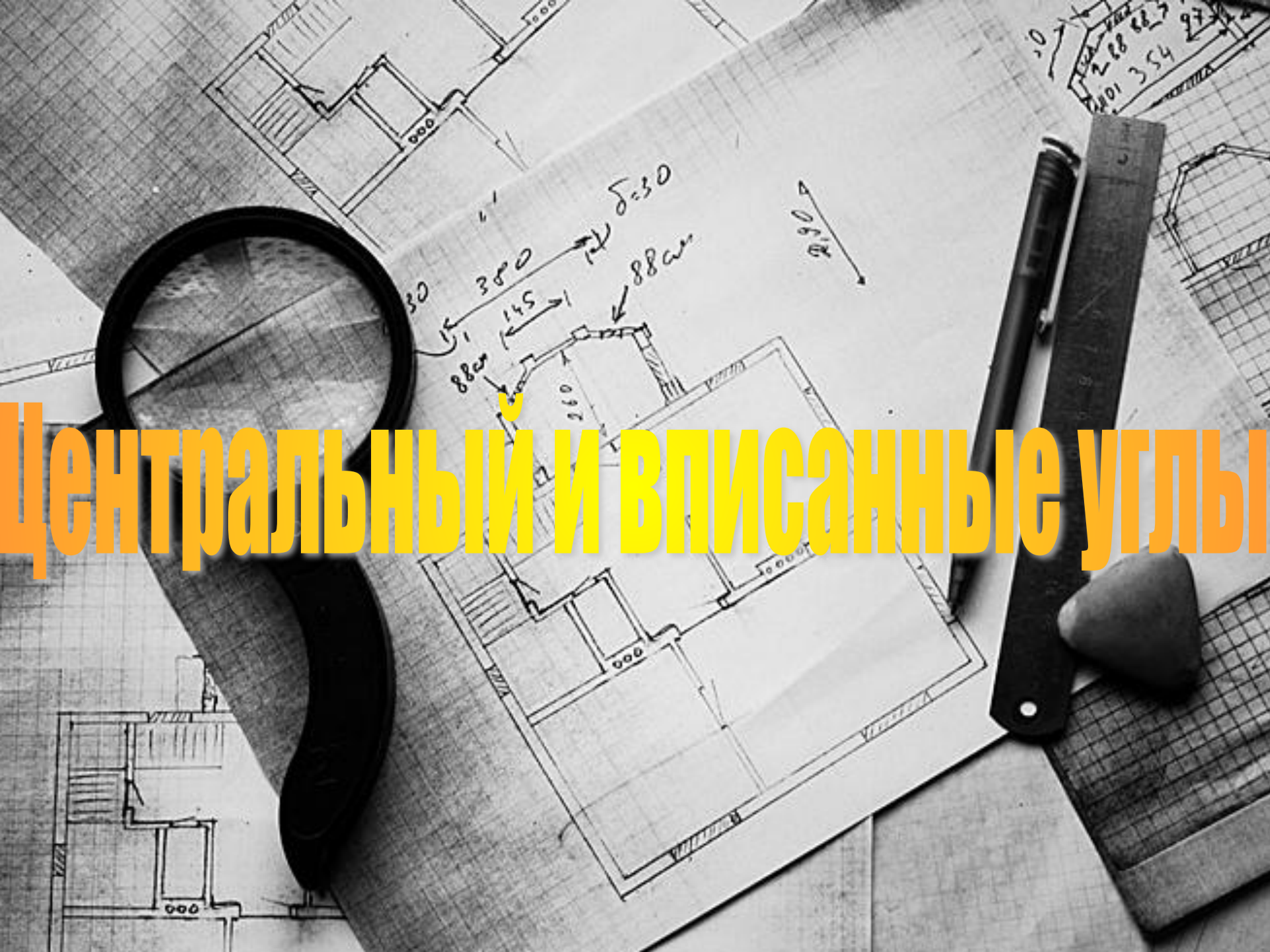


Центральный и вписанные углы



Центральный угол

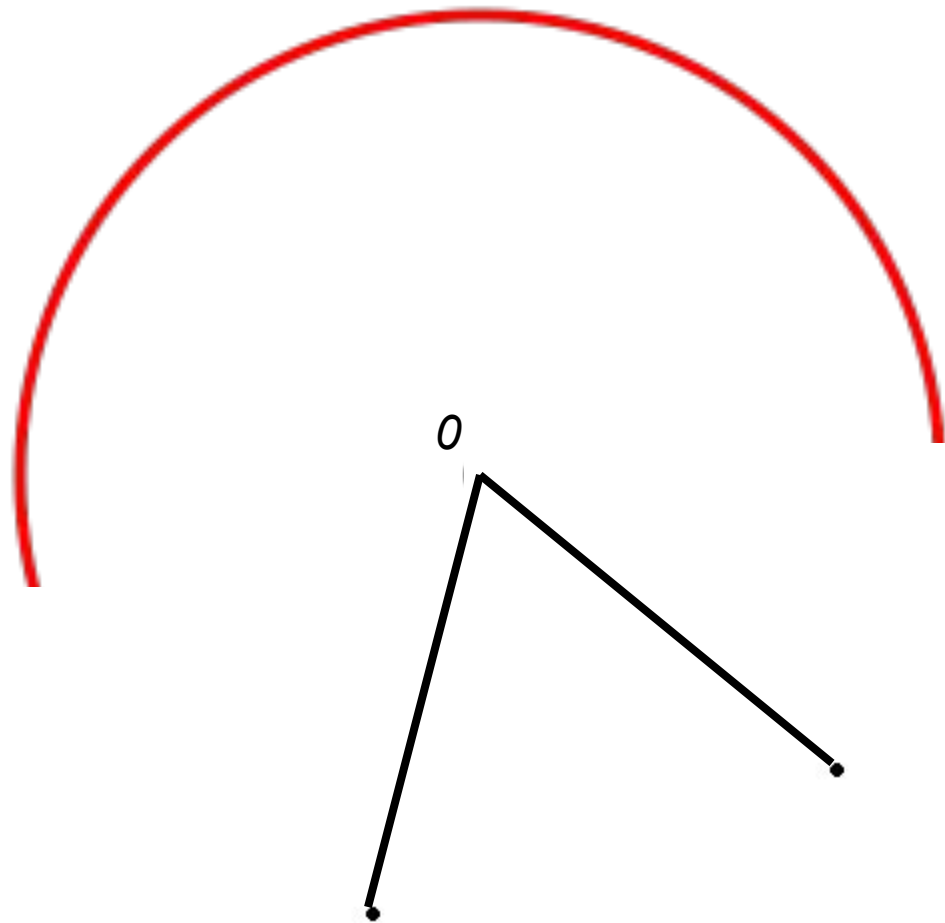


- Отметим на окружности две точки **A** и **B**. Они разделяют окружность на две дуги. (чтобы различить дуги, отметим, например

0



- Угол с вершиной в центре окружности называется **ЦЕНТРАЛЬНЫМ УГЛОМ**.



- Если угол $\angle AOB$ развернутый, то ему соответствуют две полукруга

- $\angle AOB = 180^\circ$



L

- Одно из свойств центрального угла

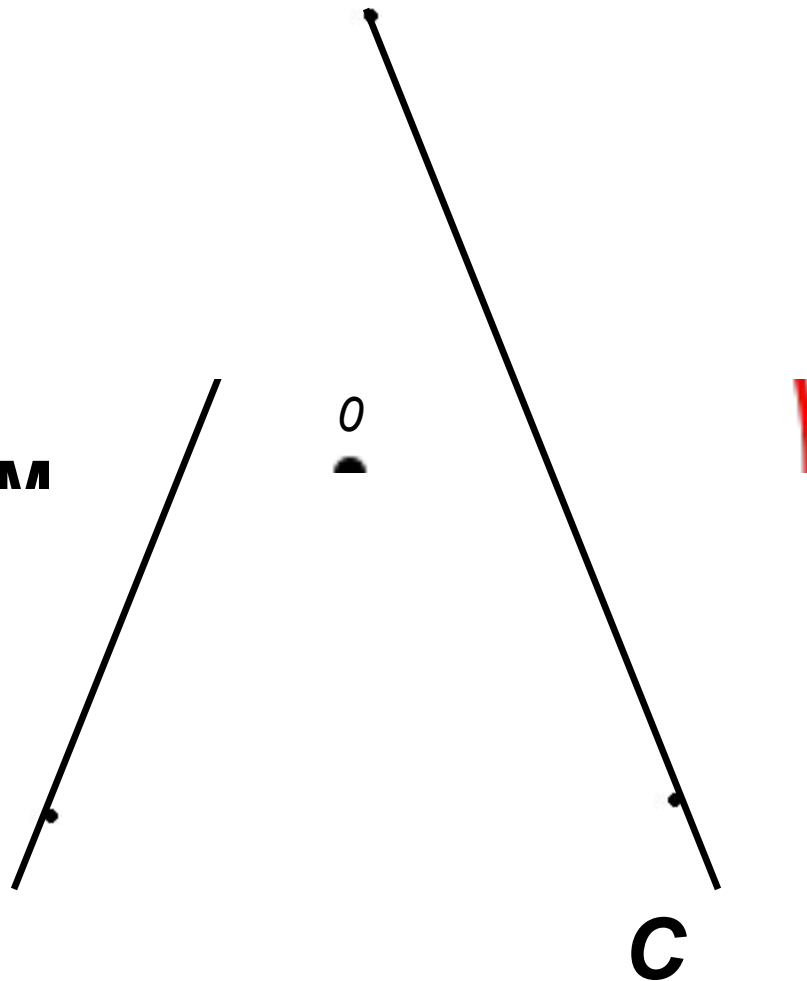
- $\angle AOB = 2\angle ACB$



Теорема о вписанном угле



- Угол, вершин которого лежат на окружности, а стороны пересекают окружность, называется **ВПИСАННЫМ УГЛОМ**



Теорема

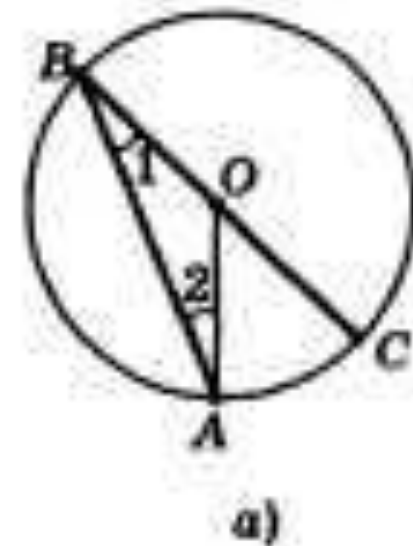
Вписанный угол измеряется половиной дуги, на которую он опирается.

Доказать: $\angle BOC = \frac{1}{2} \cdot \angle AOC$.

Доказательство. Рассмотрим три возможных случая расположения луча BO относительно угла ABC .

- 1) Луч BO совпадает с одной из сторон угла ABC , например со стороной BC (рис. а). В этом случае дуга AC меньше полуокружности, поэтому $\angle AOC = \angle AOC$. Так как угол AOC — внешний угол равнобедренного треугольника ABO , а углы 1 и 2 при основании равнобедренного треугольника равны, то

$$\angle AOC = \angle 1 + \angle 2 = 2 \angle 1. \text{ Отсюда следует, что } 2 \angle 1 = \angle AOC \text{ или } \angle BOC = \frac{1}{2} \angle AOC.$$



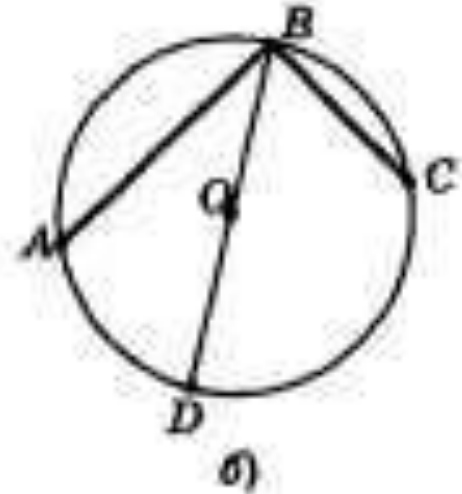
2) Луч BO делит угол ABC на два угла. В этом случае луч BO пересекает дугу AC в некоторой точке D (рис. б). Точка D разделяет дугу AC на две дуги: $\overset{\frown}{AD}$ и $\overset{\frown}{DC}$.

По доказанному $\angle ABD = \frac{1}{2} \overset{\frown}{AD}$ и $\angle DBC = \frac{1}{2} \overset{\frown}{DC}$. Складывая эти равенства попарно, получаем:

$$\angle ABD + \angle DBC = \frac{1}{2} \overset{\frown}{AD} + \frac{1}{2} \overset{\frown}{DC},$$

или

$$\angle ABC = \frac{1}{2} \overset{\frown}{AC}.$$

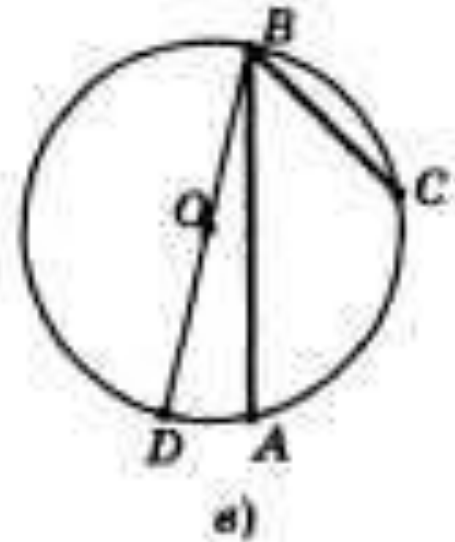


3) Луч BO не делит угол ABC на два угла и не совпадает со стороной этого угла.

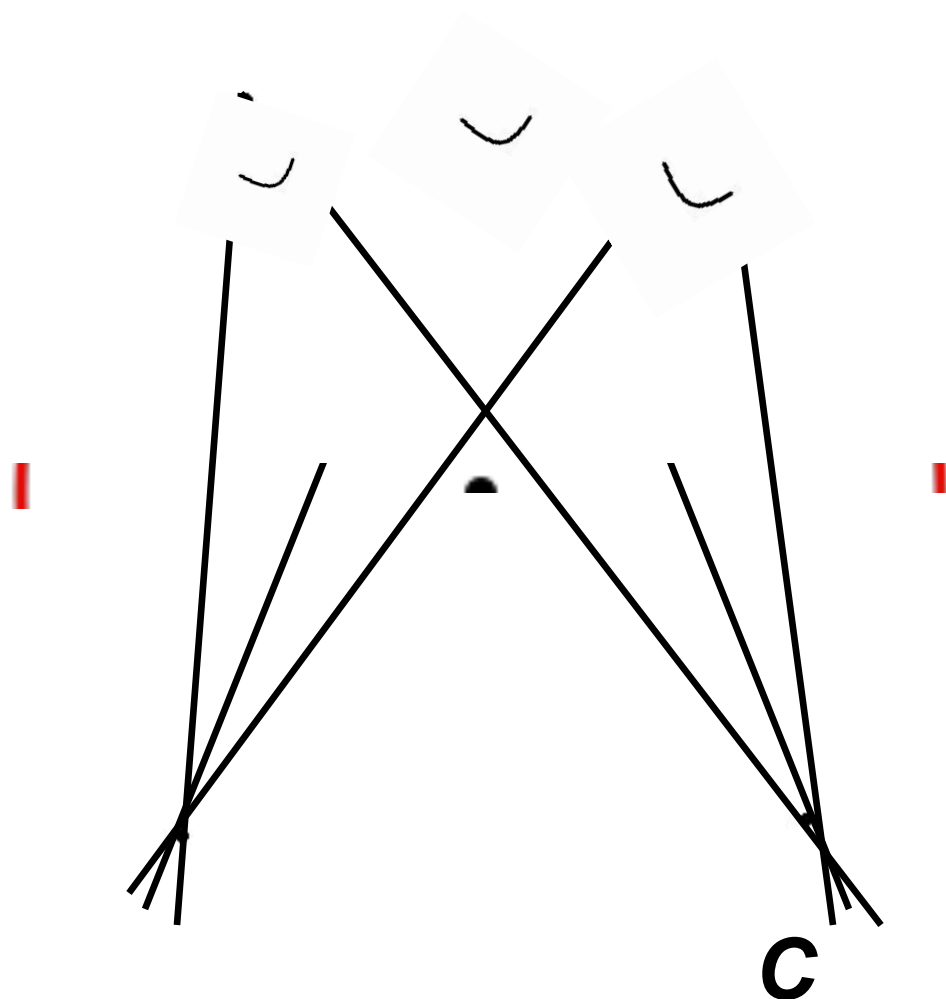
По доказанном $\angle OBC = \frac{1}{2} \sim DC$ и $\angle OBD = \frac{1}{2} \sim AD$.

Вычитая из первого равенства второе, получаем:

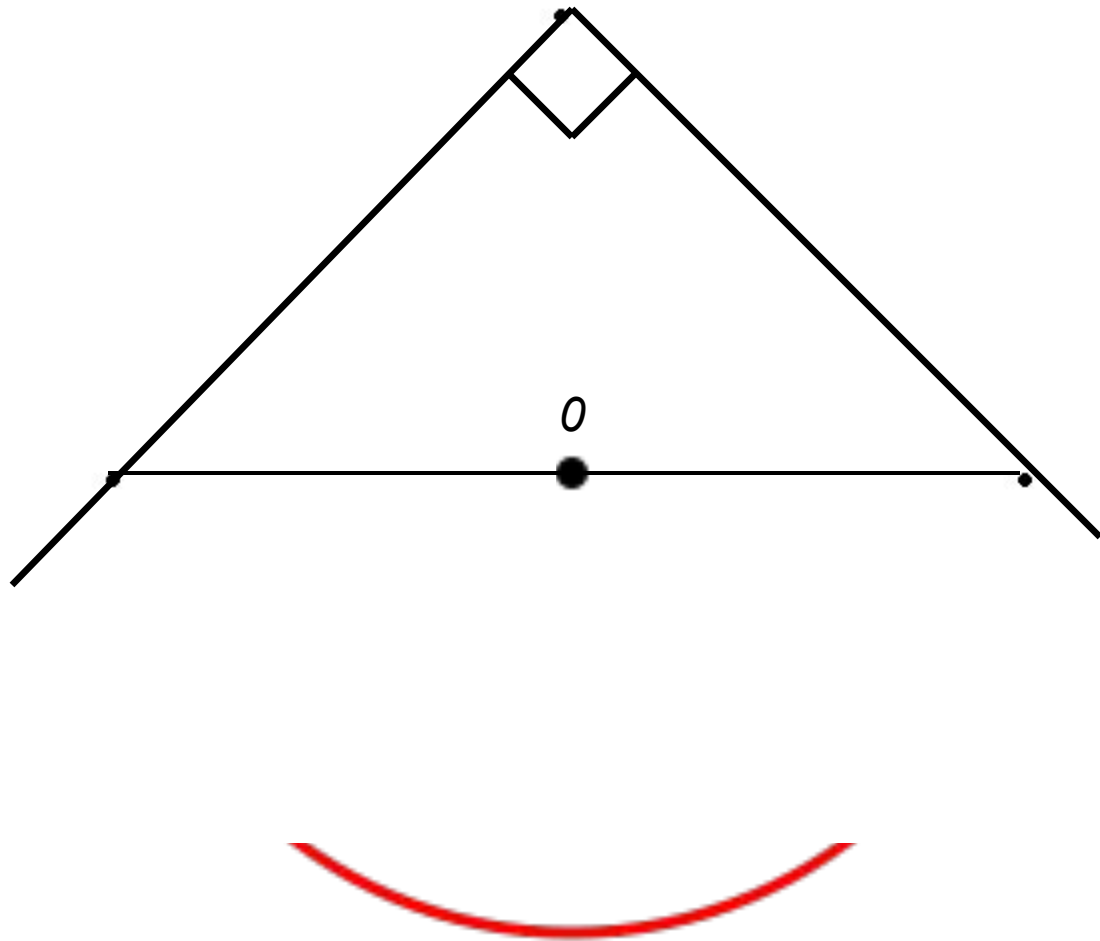
$$\begin{aligned} \angle OBC - \angle OBD &= \frac{1}{2} \sim CD - \frac{1}{2} \sim AD, \\ \angle OBC &= \frac{1}{2} \sim AC. \end{aligned}$$



- **Следствие 1**
- Вписанные углы, опирающиеся на одну и ту же дугу, равны.



- **Следствие 2**
- Вписанный угол, опирающийся на полуокружно прямой



Теорема

Если две хорды окружности пересекаются, то произведение отрезков одной хорды равно произведению отрезков другой хорды.

Пусть хорды AB и CD пересекаются в точке E . Докажем, что

$$AE * BE = CE * DE .$$

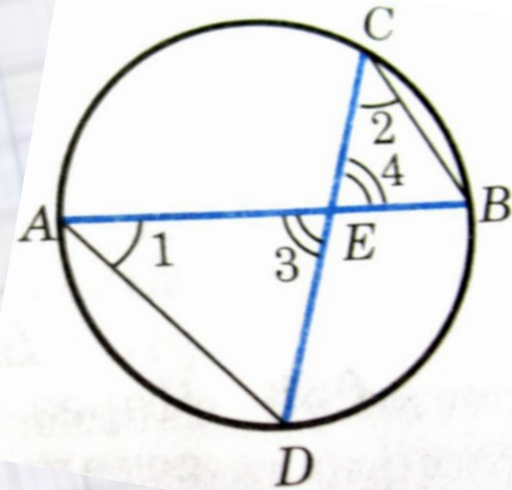
Рассмотрим треугольники ADE и CBE . В этих треугольниках углы 1 и 2 равны, так как они вписанные и опираются на одну и ту же дугу BD , а углы 3 и 4 равны как вертикальные. По первому признаку подобия треугольников

$$\triangle ADE \sim \triangle CBE,$$

отсюда следует, что

$$AE * BE = CE * DE$$

Теорема доказана.



A black and white photograph of architectural blueprints. A magnifying glass is positioned over a section of the drawing, which includes handwritten dimensions: 30, 380, 145, 88cm, and 5=30. A north arrow points towards the top right. To the right of the magnifying glass, there is a black pen, a ruler, and a set square. The text 'Теорема доказана!' is overlaid in large, bold, orange letters across the center of the image.

Теорема доказана!