

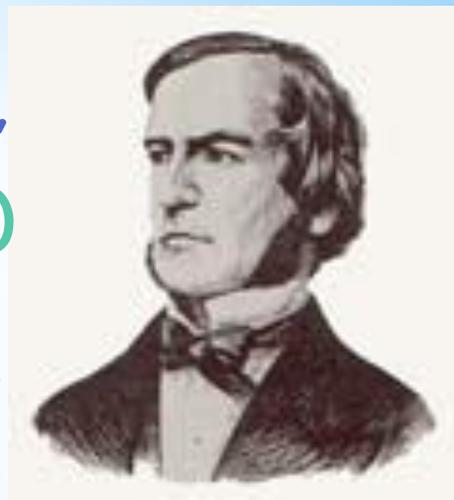
Логические выражения и операции

ЦЕЛЬ УРОКА:

- * Познакомиться с основными логическими операциями.
- * Познакомиться с порядком выполнения логических операций в сложном логическом выражении.

Булева алгебра (алгебра логики, алгебра высказываний)

Джордж Буль



разработал основы алгебры,
в которой используются только 0 и 1.

Алгебра логики -

раздел математической логики, изучающий строение (форму, структуру) сложных логических высказываний и способы установления их истинности с помощью алгебраических методов.



Объектами изучения алгебры логики являются высказывания

Логические операции:

- логическое отрицание (**инверсия**);
- логическое умножение (**конъюнкция**);
- логическое сложение (**дизъюнкция**);
- логическое следование (**импликация**);
- логическое равенство (**эквивалентность**).

Логические величины:

1 - истина;

0 - ложь

1) Отрицание

Обозначение: не A , $\neg A$, \bar{A}

Определение: **Отрицание** изменяет значение логической величины на противоположное:

не истина = ложь; **не ложь** = истина.

Отрицание – унарная операция.

Таблица истинности:

A	$\neg A$
1	0
0	1



Логическое отрицание

—
A

Задание:

На стоянке стоят красные «Жигули»

Являются ли следующие предложения отрицаниями данного высказывания?

- * «На стоянке стоят не красные Жигули»
- * «На стоянке стоит белый Мерседес»
- * «Красные Жигули стоят не на стоянке»

Правило построения отрицания к простому высказыванию:

При построении отрицания к простому высказыванию либо используется речевой оборот «**неверно, что**», либо к сказуемому добавляется частица «**не**», при этом слово «**все**» заменяется на «**некоторые**» и наоборот.

Пример. Отрицаем высказывание

«У меня дома есть компьютер»

- «Неверно, что у меня дома есть компьютер»

- «У меня дома нет компьютера»

Задание:

Составьте отрицание высказывания

А

На стоянке стоят красные «Жигули»

На стоянке **не** стоят красные «Жигули»

Неверно, что на стоянке стоят красные «Жигули»

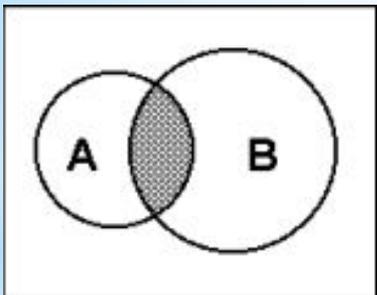
2) Логическое умножение (конъюнкция)

Обозначение: и, \wedge , &, \cdot

Определение: В результате логического умножения (конъюнкции) (от лат. *conjunctio* - соединение) получается истина, если обе логические величины истинны.

Таблица истинности:

A	B	A \wedge B
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0



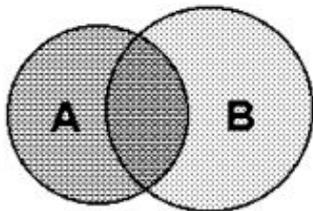
3) Логическое сложение (дизъюнкция)

Обозначение: или, \vee , +

Определение: В результате логического сложения (дизъюнкции) (от лат. *disjunctio* – разъединение) получается истина, если значение хотя бы одной логической величины истинно.

Таблица истинности:

A	B	A \vee B
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0



4) Импликация (следование)

Обозначение: если, ... то; \rightarrow ; \Rightarrow

Выражение после **если** – основание условного высказывания, после **то** – следствие.

A – «На улице дождь». **B** – «Асфальт мокрый».

5) Эквивалентность (равенство)

Обозначение: если и только если,

Таблица истинности: тогда и только тогда, \equiv , \leftrightarrow , \Leftrightarrow ,

A	B	A \rightarrow B	A \equiv B
1	1	1	1
1	0	0	0
0	1	1	0
0	0	1	1

Импликация («если ..., то ...»)

«Если Вася идет гулять, то Маша сидит дома».

A – «Вася идет гулять».

B – «Маша сидит дома».

$$A \rightarrow B = 1$$

A	B	$A \rightarrow B$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1



А если Вася не идет гулять?

Маша может пойти гулять (B=0),
а может и не пойти (B=1).

Эквиваленция («тогда и только тогда, ...»)

Высказывание « $A \leftrightarrow B$ » истинно тогда и только тогда, когда A и B равны.

A	B	$A \leftrightarrow B$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

также:
 $A \leftrightarrow B, A \equiv B$
 $A \Leftrightarrow B, A \sim B$

Порядок выполнения операций:

1. Операции в скобках
2. Отрицание
3. Конъюнкция
4. Дизъюнкция
5. Импликация
6. Эквивалентность

ПРИМЕР 1: $A \vee (B \rightarrow C) \& D \leftrightarrow \neg A$

1. $B \rightarrow C$ - импликация
2. $\neg A$ - инверсия
3. $(B \rightarrow C) \& D$ - конъюнкция
4. $A \vee (B \rightarrow C) \& D$ - дизъюнкция
5. $A \vee (B \rightarrow C) \& D \leftrightarrow \neg A$ - эквивалентность

Определить порядок выполнения логических операций:

1. $D = \neg (A \vee B \wedge C)$

1. $B \wedge C$

2. $A \vee B \wedge C$

3. $\neg (A \vee B \wedge C)$

2. $D = \neg A \wedge (B \vee C)$

1. $\neg A$

2. $B \vee C$

3. $\neg A \wedge (B \vee C)$

C/P

3. $D = (A \vee B) \wedge (A \Rightarrow C)$

4. $D = (A \Leftrightarrow B \vee C) \Rightarrow B$

Построим таблицу истинности для логического выражения

$$F = (A \vee B) \wedge (\bar{A} \vee \bar{B})$$

1. Количество строк = 2^2 (2 переменные) + 1 (заголовки столбцов) = 5.

2. Количество столбцов = 2 логические переменные (A, B) + 5 логических операций ($\vee, \wedge, \neg, \bar{\vee}, \bar{\neg}$) = 7.

3. Расставим порядок выполнения операций:

1	2	3	4	5
$A \vee B$	$\neg A$	$\neg B$	$\neg A \vee \neg B$	$(A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg B)$

A	B	$A \vee B$	$\neg A$	$\neg B$	$\neg A \vee \neg B$	$(A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg B)$
0	0	0	1	1	1	0
0	1	1	1	0	0	1
1	0	1	0	1	0	1
1	1	1	0	0	0	0

Построим таблицу истинности
для логического выражения $F = X \vee Y \wedge \bar{Z}$

X	Y	Z	\bar{Z}	$Y \wedge \bar{Z}$	$X \vee Y \wedge \bar{Z}$
0	0	0	1	0	0
0	0	1	0	0	0
0	1	0	1	1	1
0	1	1	0	0	0
1	0	0	1	0	1
1	0	1	0	0	1
1	1	0	1	1	1
1	1	1	0	0	1

Задача:

Пусть a, b, c – логические величины, которые имеют значения:

$a = \text{истина}$, $b = \text{ложь}$, $c = \text{истина}$.

Определите результаты вычисления следующих логических выражений:

1. $a \wedge b$	$1 \wedge 0 = 0$
2. $a \vee b$	$1 \vee 0 = 1$
3. $\neg a \vee b \wedge c$	$\neg 1 \vee 0 \wedge 1 = 0 \vee 0 \wedge 1 = 0 \vee 0 = 0$
4. $\neg(a \vee b) \wedge (c \vee b)$	$\neg(1 \vee 0) \wedge (1 \vee 0) = \neg 1 \wedge 1 = 0 \wedge 1 = 0$

Задача:

Пусть a, b, c – логические величины, которые имеют значения:

$a = \text{истина}$, $b = \text{ложь}$, $c = \text{истина}$.

Определите результаты вычисления следующих логических выражений:

Вариант 1:

1. $b \wedge c$
2. $\neg a \vee b$
3. $a \wedge b \vee c$
4. $\neg(a \wedge b \wedge c)$
5. $(a \wedge b) \vee (b \wedge c)$

Вариант 2:

1. $b \vee c$
2. $\neg a \wedge b$
3. $a \vee b \wedge c$
4. $\neg(a \vee b \vee c)$
5. $(a \vee b) \wedge (b \vee c)$

Составьте несколько сложных высказываний,
используя нижеприведенные простые высказывания и
логические операции:

Завтра будет хорошая погода.

Мы хотим пойти за грибами.

Друзья приглашают нас на рыбалку.

Друзья приглашают нас купаться.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАДАНИЕ

Постройте таблицу истинности логического выражения, используя табличный процессор:

$$*C = A \& \bar{B}$$

Д/З:

Выучить основные логические операции;
порядок выполнения логических операций
в сложном логическом выражении.

Выполните действия:

$$* ((1 \wedge 0) \vee 1) \wedge (1 \vee A) =$$

$$* ((0 \wedge 0) \vee 0) \wedge (1 \vee A) =$$

