

Тригонометрические формулы

Формулы сложения двух аргументов

формулы двойного угла

формулы двойного угла

Сумма и разность синусов и косинусов

Формулы сложения двух аргументов

формулы сложения обычно группируют две в одну, используя знаки плюс минус вида $\alpha \pm \beta$ и минус плюс $\alpha \mp \beta$. В таком виде они выглядят так:

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta \pm \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta \mp \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta}{1 \mp \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta}$$

$$\operatorname{ctg}(\alpha \pm \beta) = \frac{-1 \pm \operatorname{ctg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \beta}{\operatorname{ctg} \alpha \pm \operatorname{ctg} \beta}$$

Применение формул сложения двух аргументов

Решить тест

1. $\sin 5x \cos 3x + \sin 3x \cos 5x =$

- 1) $\sin 2x$ 2) $\cos x$ 3) $\sin 8x$ 4) $\cos 8x$

2. $\cos 18^\circ \cos 12^\circ - \sin 18^\circ \sin 12^\circ =$

- 1) 1 2) -1 3) 0,5 4) $\sqrt{3}/2$

3. $\cos 107^\circ \cos 17^\circ + \sin 107^\circ \sin 17^\circ =$

- 1) 0 2) 1 3) -1 4) 0,5

4. $\sin 17^\circ \cos 13^\circ + \sin 13^\circ \cos 17^\circ =$

- 1) $\sqrt{2}/2$ 2) 0 3) -0,5 4) 0,5

5. $\cos(\alpha + \beta)$, если $\alpha = 42^\circ$, $\beta = 18^\circ$

- 1) -0,5 2) $\sqrt{3}/2$ 3) 0,5 4) $-\sqrt{2}/2$

формулы двойного угла

$$\sin 2\alpha = 2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha, \quad \cos 2\alpha = 1 - 2 \cdot \sin^2 \alpha, \quad \cos 2\alpha = 2 \cdot \cos^2 \alpha - 1$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \cdot \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}$$

$$\operatorname{ctg} 2\alpha = \frac{\operatorname{ctg}^2 \alpha - 1}{2 \cdot \operatorname{ctg} \alpha}$$

Примеры использования формул двойного угла

$$\sin 4x = 2 \sin 2x \cdot \cos 2x;$$

$$\cos 48^\circ = \cos 224^\circ - \sin 224^\circ;$$

$$\cos(2x+6y) = \cos 2(x+3y) = \cos 2(x+3y) - \sin 2(x+3y);$$

$$\operatorname{tg}(2\pi/3 - 2t) = \operatorname{tg}(2(\pi/3 - t)) = 2\operatorname{tg}(\pi/3 - t) / (1 - \operatorname{tg}^2(\pi/3 - t))$$

Сумма и разность синусов и косинусов

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \cdot \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cdot \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cdot \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \cdot \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \text{ или } \cos \alpha - \cos \beta = 2 \cdot \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \sin \frac{\beta - \alpha}{2}$$

Применение формул суммы и разности тригонометрических функций

$$\sin 75^\circ + \cos 75^\circ = \sin 75^\circ + \sin 15^\circ = 2 \sin \frac{75^\circ + 15^\circ}{2} \cos \frac{75^\circ - 15^\circ}{2} = 2 \sin 45^\circ \cos 30^\circ = 2 * \frac{\sqrt{2}}{2} * \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

$$\sin 108^\circ - \sin 12^\circ = 2 \sin \frac{108^\circ - 12^\circ}{2} \cos \frac{108^\circ + 12^\circ}{2} = 2 \sin 96^\circ \cos 60^\circ = 2 \cdot \frac{1}{2} \sin 96^\circ$$
$$= \cos 6^\circ$$

$$\cos \frac{5\pi}{12} + \cos \frac{5\pi}{6} = 2 \cos \left(\frac{5\pi}{24} + \frac{5\pi}{12} \right) \cos \left(\frac{5\pi}{24} - \frac{5\pi}{12} \right) = 2 \cos \left(\frac{15\pi}{24} \right) \cos \left(-\frac{5\pi}{24} \right)$$
$$= 2 \cos \left(\frac{15\pi}{24} \right) \cos \left(\frac{5\pi}{24} \right) = 2 \cos \left(\frac{5\pi}{8} \right) \cos \left(\frac{5\pi}{24} \right)$$

$$\operatorname{tg} 70^\circ = \frac{\sin(110^\circ + 70^\circ)}{\cos 110^\circ \cos 70^\circ} = \frac{\sin 180^\circ}{\cos 110^\circ \cos 70^\circ} = 0$$

Формулы приведения:

Функции	Углы							
	$\frac{\pi}{2} - \alpha$	$\frac{\pi}{2} + \alpha$	$\pi - \alpha$	$\pi + \alpha$	$\frac{3\pi}{2} - \alpha$	$\frac{3\pi}{2} + \alpha$	$2\pi k - \alpha$	$2\pi k + \alpha$
sin	cos α	cos α	sin α	- sin α	- cos α	- cos α	- sin α	sin α
cos	sin α	- sin α	- cos α	- cos α	- sin α	sin α	cos α	cos α
tg	ctg α	- ctg α	- tg α	tg α	ctg α	- ctg α	- tg α	tg α
ctg	tg α	- tg α	- ctg α	ctg α	tg α	- tg α	- ctg α	ctg α

Применение формул приведения

Пример 1:

$$\cos\left(\frac{7\pi}{2}-\alpha\right)$$

1) название функции изменяется

2) угол $\left(\frac{7\pi}{2}-\alpha\right)$ располагается в III четверти, косинус отрицательный

$$\cos\left(\frac{7\pi}{2}-\alpha\right) = -\sin \alpha$$

Пример 2:

$$\sin(2\pi+\alpha)$$

1) название функции не изменяется

2) угол $(2\pi+\alpha)$ располагается в I четверти, синус положительный

$$\sin(2\pi+\alpha) = \sin \alpha$$

Пример 3:

$$\operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2}+2\alpha\right)$$

1) название функции изменяется

2) угол $\left(\frac{3\pi}{2}+2\alpha\right)$ располагается в IV четверти, тангенс отрицательный

$$\operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2}+2\alpha\right) = -\operatorname{ctg} 2\alpha$$