

**Решение систем
уравнений
способом подстановки
и сложения**

Решение системы уравнений

Решением системы уравнений с двумя переменными называется *пара значений переменных*, обращающая каждое уравнение системы в верное равенство.

Решить систему уравнений – значит найти все её решения или доказать, что решений нет.

$$\begin{cases} 2x + 3y = 5, \\ 3x - y = -9. \end{cases}$$

Пусть требуется решить систему уравнений

$$\begin{cases} y - 2x = -1 \\ 3y - 5x = 2. \end{cases}$$

Из первого уравнения этой системы легко выразить y через x :
 $y = 2x - 1$.

Подставим во второе уравнение системы вместо y выражение $2x - 1$. Получим систему уравнений

$$\begin{cases} y = 2x - 1 \\ 3(2x - 1) - 5x = 2. \end{cases}$$

Теперь второе уравнение системы содержит только одну переменную. Решим его:

$$\begin{aligned} 6x - 3 - 5x &= 2, \\ x &= 5. \end{aligned}$$

Подставив в уравнение $y = 2x - 1$ вместо x число 5, найдём y :

$$\begin{aligned} y &= 2 \cdot 5 - 1, \\ y &= 9. \end{aligned}$$

Таким образом, решением данной системы является пара чисел:
 $x = 5$, $y = 9$.

Ответ. (5; 9).

Способ, которым мы воспользовались для решения системы, называется *способом подстановки*.

При решении систем уравнений способом подстановки поступают следующим образом:

- выражают из какого-либо уравнения системы одну переменную через другую;
- подставляют полученное выражение в другое уравнение системы;
- решают получившееся уравнение с одной переменной;
- находят соответствующие значения другой переменной.

Алгоритм использования метода подстановки при решении системы двух уравнений с двумя переменными x, y

1. Выразить y через x из одного уравнения системы.
2. Подставить полученное выражение вместо y в другое уравнение системы.
3. Решить полученное уравнение относительно x .
4. Подставить каждый из найденных на третьем шаге корней уравнения поочередно вместо x в выражение y через x , полученное на первом шаге.
5. Записать ответ в виде пар значений $(x; y)$, которые были найдены соответственно на третьем и четвертом шаге.

Пример. Решим систему уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ y + 2x = 2. \end{cases}$$

Выразим из линейного уравнения переменную y через x :

$$y = 2 - 2x.$$

Выполнив подстановку, получим систему

$$\begin{cases} x^2 + (2 - 2x)^2 = 4 \\ y = 2 - 2x. \end{cases}$$

Решим уравнение с одной переменной:

$$x^2 + 4 - 8x + 4x^2 = 4,$$

$$5x^2 - 8x = 0,$$

$$x(5x - 8) = 0,$$

$$x_1 = 0, x_2 = 1,6.$$

Для каждого значения x найдём соответствующее значение y :
 $y_1 = 2 - 2 \cdot 0 = 2$; $y_2 = 2 - 2 \cdot 1,6 = -1,2$. Таким образом, система имеет два решения: $x_1 = 0$, $y_1 = 2$ и $x_2 = 1,6$, $y_2 = -1,2$.

Ответ. $(0; 2)$, $(1,6; -1,2)$.

Способ подстановки.

Пример1. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} x + 2y = 4, & (1) \\ x^2 + y = 16. & (2) \end{cases}$$

Решение.

1. Выразим _____ : $x = 4 - 2y$.

2. Подставим _____, получим уравнение:

$$(4 - 2y)^2 + y = 16$$

3. Найдем _____ : $y_1 =$, $y_2 =$.

4. Подставим y_1 , y_2 в _____

5. Система _____ :

Ответ.

Способ сложения.

Пример1. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} x^2 + y = 10, & (1) \\ 3x - y = -10. & (2) \end{cases}$$

Решение: (Обращаем внимание на то, что *коэффициенты при одном из неизвестных, а именно при y , противоположны по знаку*. Поэтому здесь удобно воспользоваться способом сложения.)

1. Почленно складываем уравнения, мы получим уравнение с одним неизвестным.

$$\begin{array}{r} \begin{cases} x^2 + y = 10, & (1) \\ 3x - y = -10; & (2) \end{cases} \\ + \\ \hline x^2 + 3x = 0 \end{array}$$

2. $x^2 + 3x = 0$, $x(x + 3) = 0$, $x = 0$ или $x + 3 = 0$
 $x = 3$.

Ответ: 0; 3.

Домашнее задание

§9.2

№541(д); 542(г); 544(б).