

ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ РАБОТЫ МЕХАТРОННЫХ И МАГНИТНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Практическая работа №1

Закон Ома: $I = \frac{U}{R}$

Первый закон Кирхгофа: $\Sigma I = 0$

Второй закон Кирхгофа: $\Sigma E = \Sigma IR$



Применение правил Кирхгофа при расчете электрических цепей

При расчете разветвленных электрических цепей применяют правила Кирхгофа. Таких правил два.

Первое правило Кирхгофа гласит, что *алгебраическая сумма токов, сходящихся в узле, равна нулю.*

Токи, идущие к точке разветвления, берем со знаком «+», а токи, отходящие от точки разветвление, со знаком «-» (рис. 1).

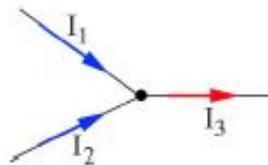


Рис. 1.

Применительно к рис. 1 первое правило Кирхгофа запишется так:

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0. \quad (1)$$

Уравнение (1) можно написать для каждого из N узлов цепи. Однако независимыми являются только $N-1$ уравнений, а N -е уравнение будет линейной комбинацией первых $N-1$ уравнений.

Второе правило Кирхгофа гласит: *в любом замкнутом контуре, произвольно выбранном в разветвленной электрической цепи, алгебраическая сумма произведений сил токов I_k на сопротивления R_k соответствующих участков этого контура равна алгебраической сумме э. д. с. E_k в контуре:*

$$\sum_{k=1}^{k=m} R_k I_k = \sum_{k=1}^{k=m} E_k, \quad (2)$$

где m — число отдельных участков, на которые контур разбивается узлами (рис. 2).

Для составления уравнения (2) необходимо условиться о направлении обхода контура (по часовой стрелке или против нее).

Выбор этого направления совершенно произволен. Все токи I_k , совпадающие по направлению с направлением обхода контура, считают положительными. Э. д. с. E_k источников тока, включенных на различных участках контура, считают положительными, если они создают ток, направленный в сторону обхода контура.

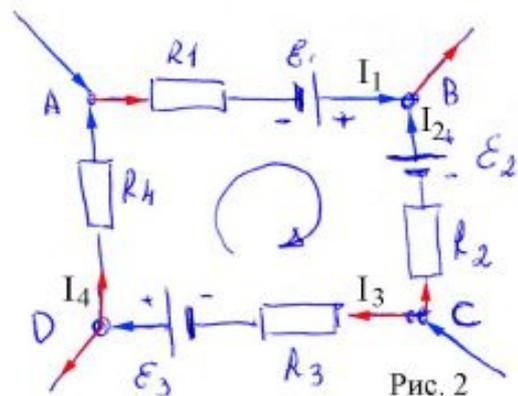


Рис. 2

Так, например, в случае обхода по часовой стрелке замкнутого контура ABCDA, изображенного на рис. 2, уравнение (2) запишется так:

$$I_1 R_1 - I_2 R_2 + I_3 R_3 + I_4 R_4 = E_1 - E_2 + E_3.$$

При решении задач рекомендуется следующий порядок расчета сложной цепи постоянного тока:

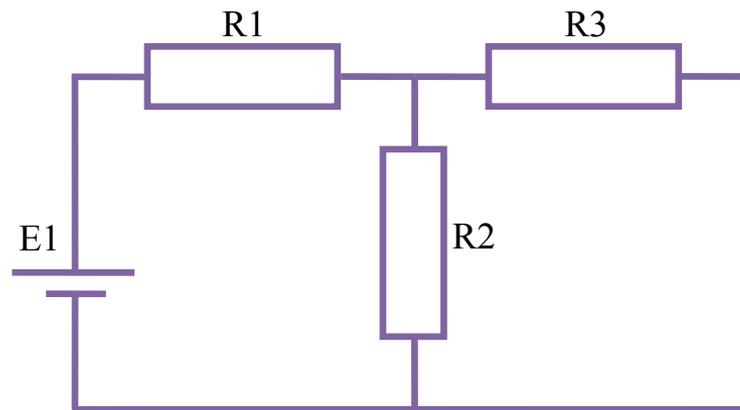
1. Направления токов во всех участках цепи следует обозначить стрелками, не задумываясь над тем, куда эти стрелки направить. Если вычисление покажет, что ток положителен, то его направление указано правильно. Если же ток отрицателен, то его истинное направление противоположно направлению стрелки.
2. Подсчитать число узлов N в цепи. Записать уравнение (1) для каждого из $N - 1$ узлов.
3. Выбрав произвольный замкнутый контур, все его участки следует обойти в одном выбранном направлении. Если это направление совпадает с направлением стрелки, то слагаемое RI берется со знаком плюс. Если же эти на-

правления противоположны, то оно берется со знаком минус. Если при обходе источник тока обходится от отрицательного полюса к положительному, то его э. д. с. следует считать положительной; в противном случае ее надо считать отрицательной. Уравнение (2) следует писать не для всех контуров, так как часть из этих уравнений является следствием предыдущих. Оказывается, что в разветвленной цепи, состоящей из p ветвей (участков цепи между соседними узлами) и N узлов, число независимых уравнений (2) равно $p - N + 1$.

4. Все э. д. с. и все сопротивления проводов должны войти в систему уравнений.

Задача 1

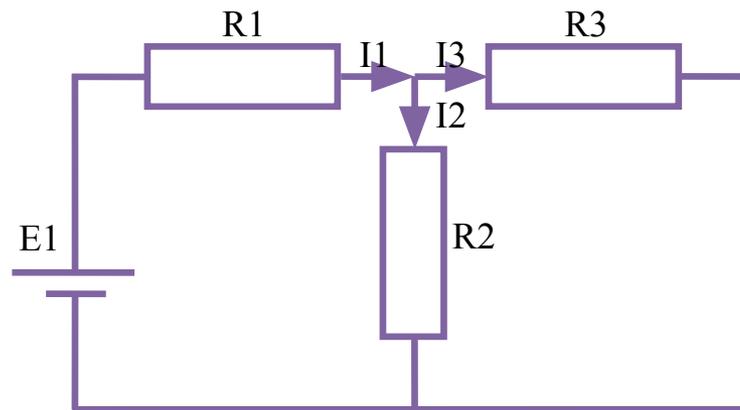
Рассчитать напряжения на резисторах и ток через каждый резистор, если ЭДС источника питания равна $E_1=5\text{ В}$, а сопротивления $R_1=100\text{ Ом}$, $R_2=510\text{ Ом}$, $R_3=10\text{ кОм}$.



РЕШЕНИЕ:

1. Зададим направление токов в ветвях.

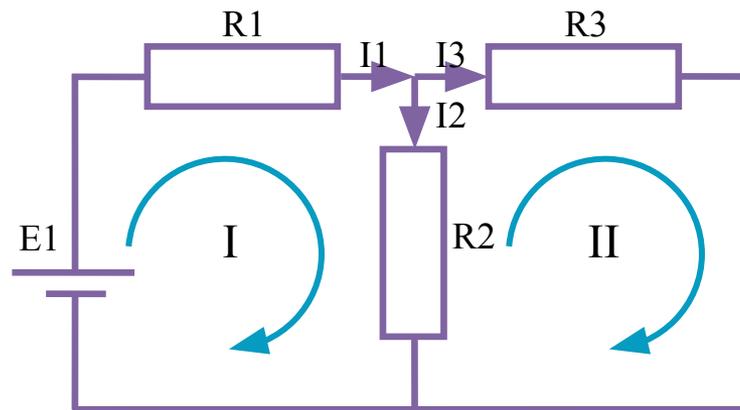
Просто поставим его наугад. Не важно, угадаем мы сейчас направление или нет. Если угадали, то в конце расчета мы получим ток со знаком плюс, а если ошиблись – со знаком минус. Итак, обозначим токи в ветвях стрелочками с подписями I_1 , I_2 , I_3 .



РЕШЕНИЕ:

2. Зададим направление обхода контуров.

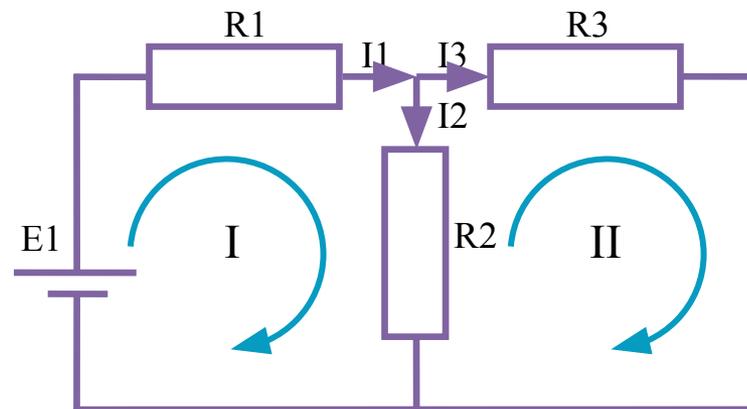
Будем использовать два независимых контура. Для этого зададимся в каждом контуре *направлением обхода* контура. Это некоторое направление в контуре, которое мы принимаем за положительное.



РЕШЕНИЕ:

3. Запишем первый закон Кирхгофа.

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0$$



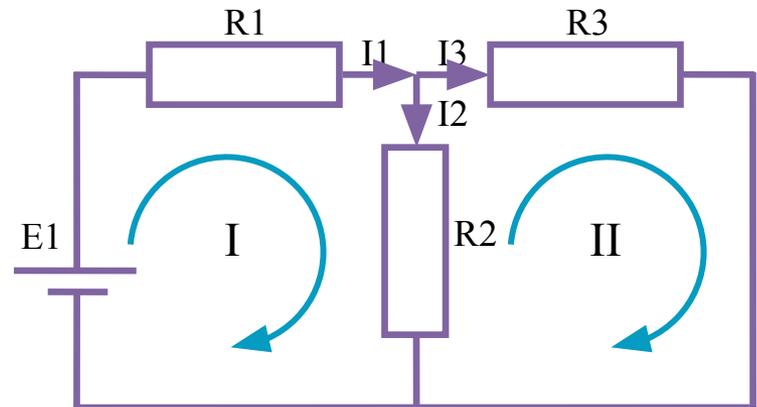
РЕШЕНИЕ:

4. Запишем второй закон Кирхгофа для двух контуров.

$$\text{Контур 1: } I_1 \cdot R_1 + I_2 \cdot R_2 = E_1$$

$$\text{Контур 2: } -I_2 \cdot R_2 + I_3 \cdot R_3 = 0$$

Видим, что в контуре 2 нет источников питания, поэтому в левой части у нас ноль.



РЕШЕНИЕ:

Мы получили три уравнения с тремя неизвестными.

Нам остается только решить такую систему уравнений

$$\left\{ \begin{array}{l} I_1 - I_2 - I_3 = 0 \\ I_1 \cdot R_1 + I_2 \cdot R_2 = E_1 ; \\ -I_2 \cdot R_2 + I_3 \cdot R_3 = 0 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} I_1 - I_2 - I_3 = 0 \\ 100 \cdot I_1 + 510 \cdot I_2 = 5 \\ -510 \cdot I_2 + 10000 \cdot I_3 = 0 \end{array} \right.$$

PS Решить данную систему можно вручную, используя метод Гаусса, метод Крамера, или используя математические пакеты, которые сделают это за вас.



РЕШЕНИЕ:

Видим, что все токи получились у нас со знаком плюс.

Это значит, что мы верно угадали их направление.

$$\begin{cases} I_1 = 0,008543 \text{ A} \\ I_2 = 0,008129 \text{ A} \\ I_3 = 0,000415 \text{ A} \end{cases}$$



РЕШЕНИЕ:

Однако из условия задачи необходимо найти не только токи через резисторы, но и падение напряжения на них.

Сделать это можно с помощью закона Ома.

Закон Ома связывает между собой ток, напряжение и сопротивление. Если нам известны любые две из этих величин, мы легко можем найти третью. В данном случае мы знаем сопротивление и ток, который течет через это сопротивление. Поэтому, используя вот эту формулу, находим напряжение на каждом резисторе.



РЕШЕНИЕ:

$$\begin{cases} U_{R1} = I1 \cdot R1 = 0,008543A \cdot 100\text{Ом} = 0,85B \\ U_{R2} = I2 \cdot R2 = 0,008129A \cdot 510\text{Ом} = 4,15B \\ U_{R3} = I3 \cdot R3 = 0,000415A \cdot 10000\text{Ом} = 4,15B \end{cases}$$



OTBET:

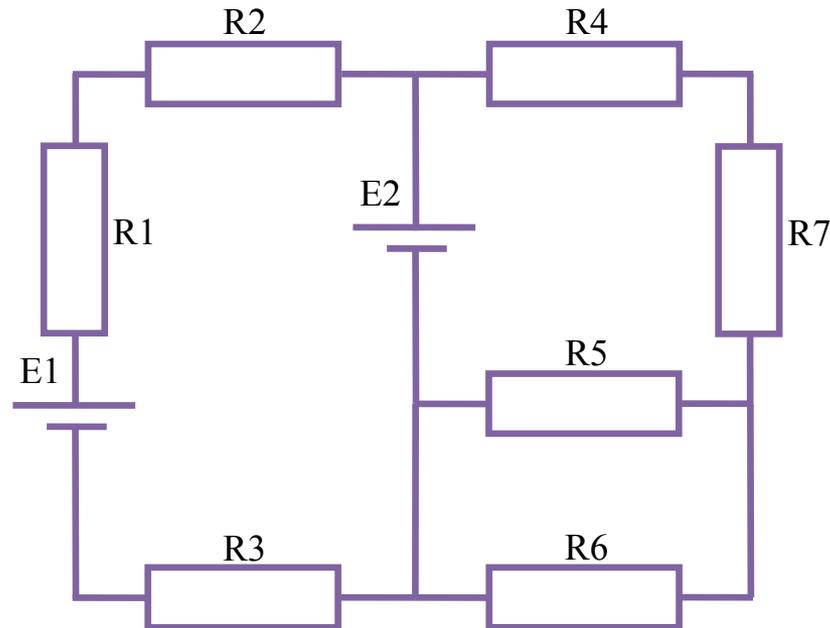
$$\begin{cases} I_1 = 0,008543 A \\ I_2 = 0,008129 A \\ I_3 = 0,000415 A \end{cases}$$

$$\begin{cases} U_{R1} = 0,85 B \\ U_{R2} = 4,15 B \\ U_{R3} = 4,15 B \end{cases}$$



ЗАДАЧА 2

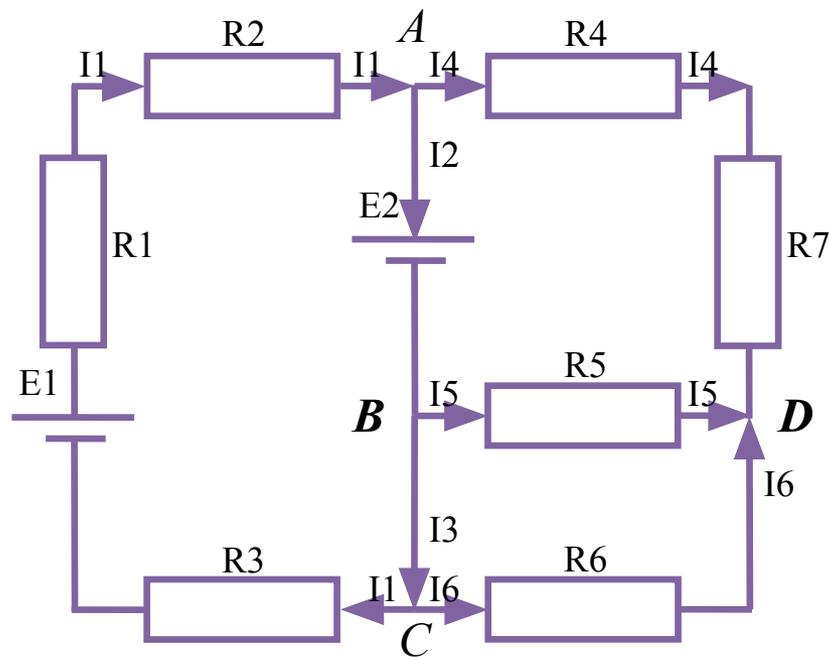
Рассчитать напряжения на резисторах и ток через каждый резистор, если $E_1=15\text{ В}$, $E_2=24\text{ В}$, $R_1=10\text{ Ом}$, $R_2=51\text{ Ом}$, $R_3=100\text{ Ом}$, $R_4=1\text{ кОм}$, $R_5=10\text{ Ом}$, $R_6=18\text{ Ом}$, $R_7=10\text{ кОм}$.



РЕШЕНИЕ:

1. Зададим направление токов в ветвях.

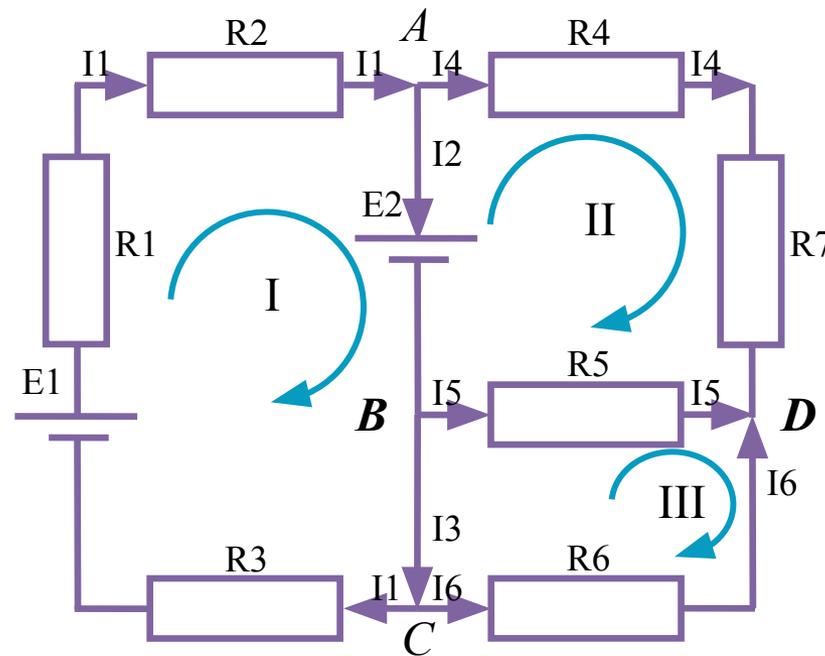
Просто поставим его наугад. Не важно, угадаем мы сейчас направление или нет. Если угадали, то в конце расчета мы получим ток со знаком плюс, а если ошиблись – со знаком минус. Итак, обозначим токи в ветвях стрелочками с подписями $I_1, I_2, I_3, I_4, I_5, I_6$.



РЕШЕНИЕ:

2. Зададим направление обхода контуров.

Будем использовать три независимых контура. Для этого зададимся в каждом контуре *направлением обхода* контура. Это некоторое направление в контуре, которое мы принимаем за положительное.



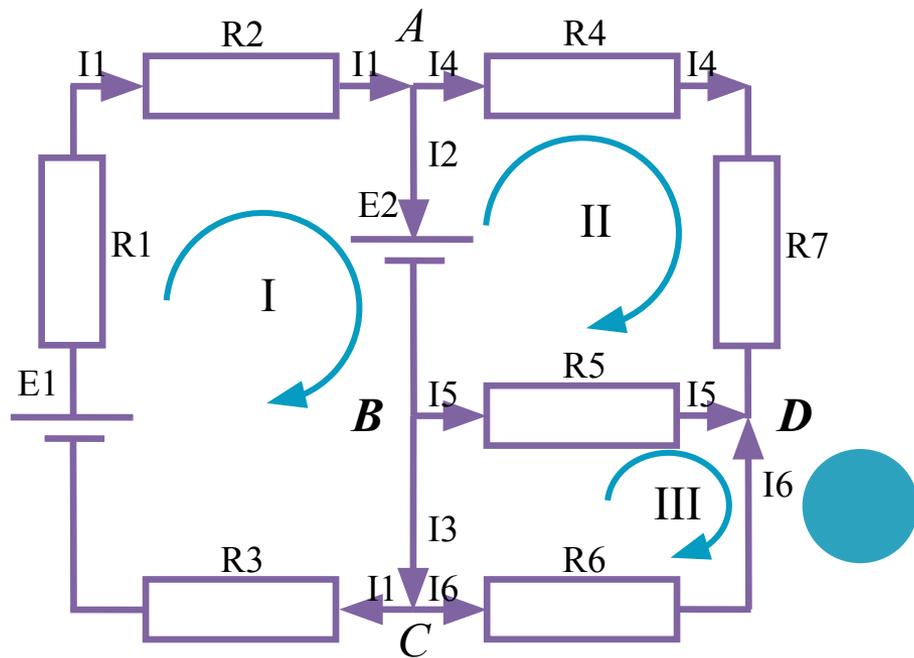
РЕШЕНИЕ:

3. Запишем первый закон Кирхгофа.

Узел *A*: $I_1 - I_2 - I_4 = 0$

Узел *B*: $I_2 - I_3 - I_5 = 0$

Узел *C*: $-I_1 + I_3 - I_6 = 0$



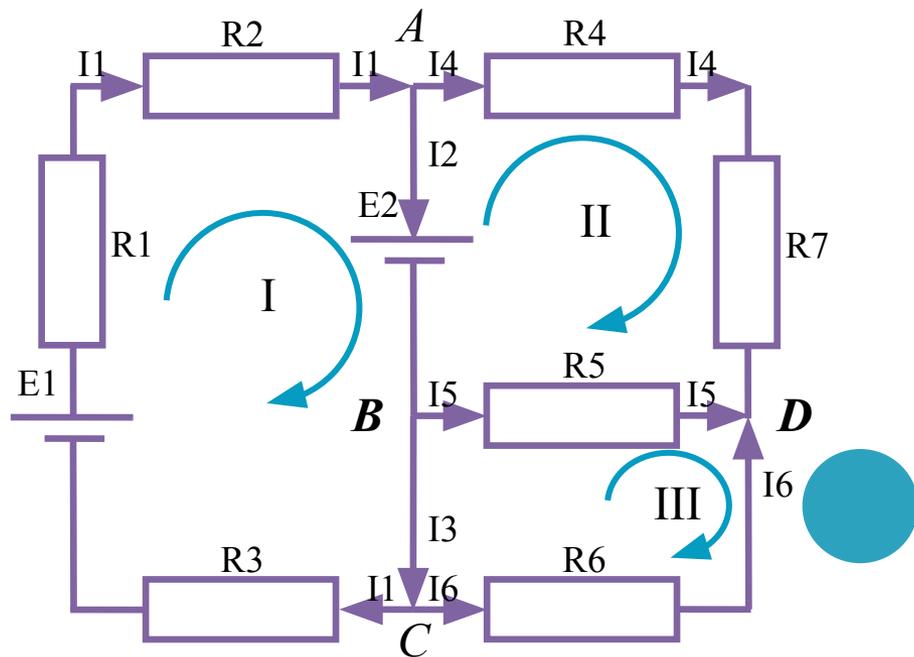
РЕШЕНИЕ:

4. Запишем второй закон Кирхгофа для трех контуров.

Контур 1: $I_1 \cdot R_1 + I_1 \cdot R_2 + I_1 \cdot R_3 = E_1 - E_2$

Контур 2: $I_4 \cdot R_4 + I_4 \cdot R_7 - I_5 \cdot R_5 = E_2$

Контур 3: $I_5 \cdot R_5 - I_6 \cdot R_6 = 0$



РЕШЕНИЕ:

Мы получили шесть уравнений с шестью неизвестными.

Нам остается только решить такую систему уравнений

$$\left\{ \begin{array}{l} I_1 - I_2 - I_4 = 0 \\ I_2 - I_3 - I_5 = 0 \\ -I_1 + I_3 - I_6 = 0 \\ I_1 \cdot R_1 + I_1 \cdot R_2 + I_1 \cdot R_3 = E_1 - E_2 \\ I_4 \cdot R_4 + I_4 \cdot R_7 - I_5 \cdot R_5 = E_2 \\ I_5 \cdot R_5 - I_6 \cdot R_6 = 0 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} I_1 - I_2 - I_4 = 0 \\ I_2 - I_3 - I_5 = 0 \\ -I_1 + I_3 - I_6 = 0 \\ I_1 \cdot 10 + I_1 \cdot 51 + I_1 \cdot 100 = 15 - 24 \\ I_4 \cdot 1000 + I_4 \cdot 10000 - I_5 \cdot 10 = 24 \\ I_5 \cdot 10 - I_6 \cdot 18 = 0 \end{array} \right.$$



РЕШЕНИЕ:

Данную систему уравнений удобно решать методом Крамера в программе MS Excel

(<https://lumpics.ru/how-solve-system-equations-excel/>)



РЕШЕНИЕ:

Мы видим, что почти все токи, кроме I_4 получились у нас со знаками «минус». Это значит, что мы не угадали их направление, когда рисовали стрелочки на рисунке 2 . То есть все токи, кроме тока I_4 на самом деле текут в противоположные стороны. А ток I_4 течет так, как мы нарисовали.

$$\left\{ \begin{array}{l} I_1 = -0,0559 A \\ I_2 = -0,05808 A \\ I_3 = -0,05668 A \\ I_4 = 0,002181 A \\ I_5 = -0,0014 A \\ I_6 = -0,00078 A \end{array} \right.$$



РЕШЕНИЕ:

Используя закон Ома, находим напряжение на каждом резисторе.

$$\left\{ \begin{array}{l} U_{R1} = I1 \cdot R1 = 0,0559 \text{ A} \cdot 10 \text{ Ом} = 0,559 \text{ В} \\ U_{R2} = I1 \cdot R2 = 0,0559 \text{ A} \cdot 51 \text{ Ом} = 2,8509 \text{ В} \\ U_{R3} = I1 \cdot R3 = 0,0559 \text{ A} \cdot 100 \text{ Ом} = 5,59 \text{ В} \\ U_{R4} = I4 \cdot R4 = 0,002181 \text{ A} \cdot 1000 \text{ Ом} = 2,181 \text{ В} \\ U_{R5} = I5 \cdot R5 = 0,0014 \text{ A} \cdot 10 \text{ Ом} = 0,014 \text{ В} \\ U_{R6} = I6 \cdot R6 = 0,00078 \text{ A} \cdot 18 \text{ Ом} = 0,01404 \text{ В} \\ U_{R7} = I4 \cdot R7 = 0,002181 \text{ A} \cdot 10000 \text{ Ом} = 21,81 \text{ В} \end{array} \right.$$



OTBET:

$$\left\{ \begin{array}{l} I_1 = -0,0559 A \\ I_2 = -0,05808 A \\ I_3 = -0,05668 A \\ I_4 = 0,002181 A \\ I_5 = -0,0014 A \\ I_6 = -0,00078 A \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} U_{R1} = 0,559 B \\ U_{R2} = 2,8509 B \\ U_{R3} = 5,59 B \\ U_{R4} = 2,181 B \\ U_{R5} = 0,014 B \\ U_{R6} = 0,01404 B \\ U_{R7} = 21,81 B \end{array} \right.$$



ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

Критерии оценки:

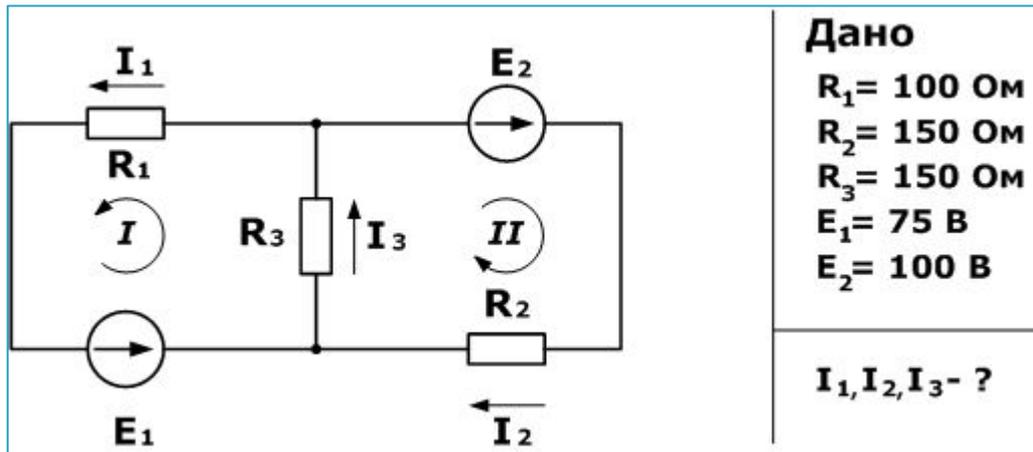
«5» – 4 правильно решенные задачи

«4» – 3 правильно решенные задачи

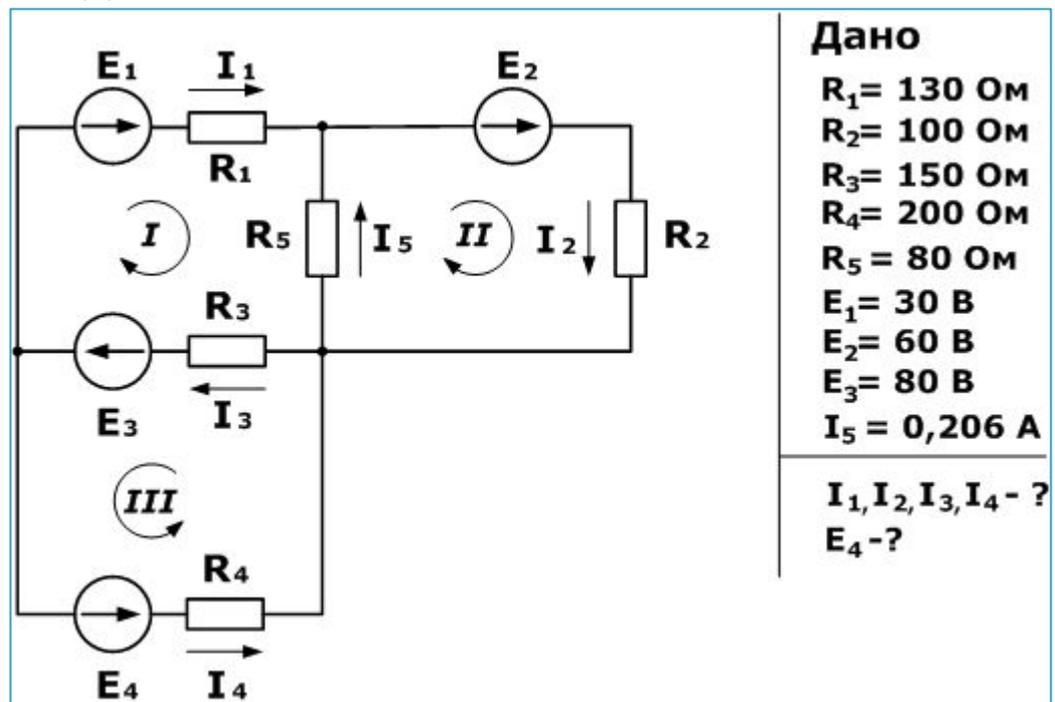
«3» – 2 правильно решенные задачи



Задача 1.



Задача 2.



Задача 3.

$$\mathcal{E}_1 = 9 \text{ В}$$

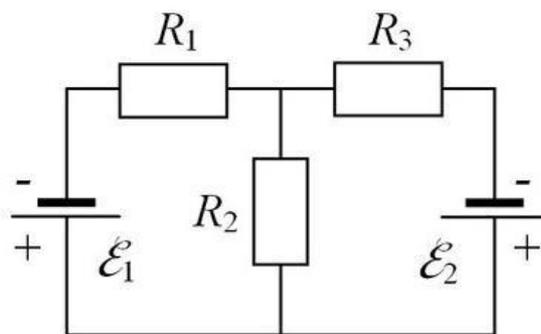
$$\mathcal{E}_2 = 12 \text{ В}$$

$$R_1 = 6 \text{ Ом}$$

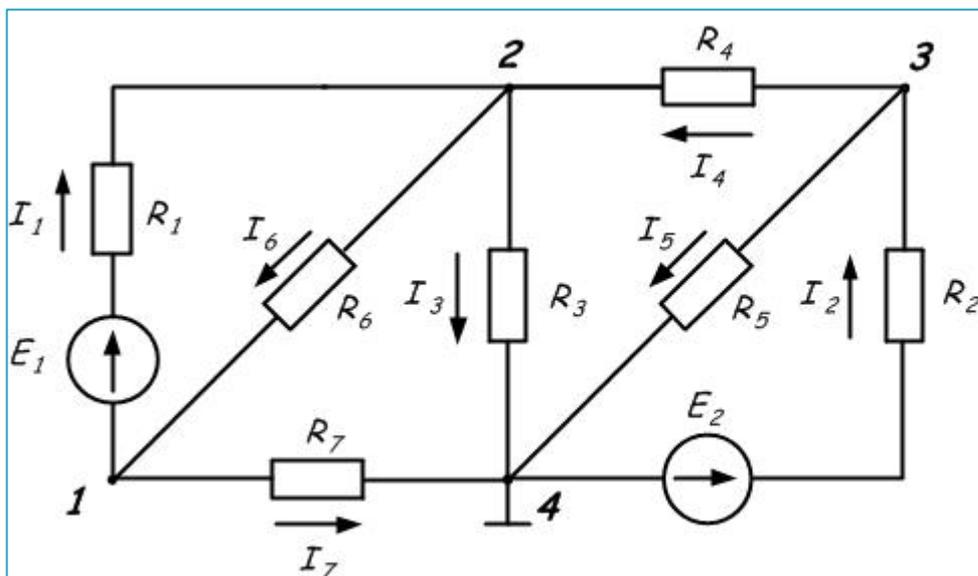
$$R_2 = 12 \text{ Ом}$$

$$R_3 = 9 \text{ Ом}$$

$$I_3 - ?$$



Задача 4.



Дано:

$$R_1 = 25 \text{ Ом}$$

$$R_2 = 22 \text{ Ом}$$

$$R_3 = 42 \text{ Ом}$$

$$R_4 = 35 \text{ Ом}$$

$$R_5 = 51 \text{ Ом}$$

$$R_6 = 10 \text{ Ом}$$

$$R_7 = 47 \text{ Ом}$$

$$E_1 = 50 \text{ В}$$

$$E_2 = 100 \text{ В}$$

Найти:

$$I_{1-7} - ?$$