



Эконометрика-1

Филатов Александр Юрьевич

(Главный научный сотрудник, доцент ШЭМ ДВФУ)

alexander.filatov@gmail.com

<http://vk.com/alexander.filatov>, <http://vk.com/baikalreadings>

Практика-4

**Взвешенный и обобщенный МНК.
Неоднородность. Дамми-переменные**



Модель с гетероскедастичностью

2

Задача 1 «Цена квартиры»

Собраны данные по ценам квартир y в зависимости от общей площади $x^{(1)}$ и площади кухни $x^{(2)}$.

y	$x^{(0)}$	$x^{(1)}$	$x^{(2)}$
1890	1	30	7
1920	1	31,5	6,2
1830	1	31,8	5,6
2940	1	48	7
2850	1	46	6
3060	1	48,8	7,9
2760	1	45	5,6
3150	1	52	7,2
3840	1	63	6
3930	1	66	6,8
4080	1	68	6,5
4950	1	72	8

1-итерация (МНК):

$$\hat{y}_i = -835 + 62,7 x_i^{(1)} + 118,4 x_i^{(2)}$$

(375) (3,3) (60,2)

$$t_0 = -2,23, \quad t_1 = 18,82, \quad t_2 = 1,97.$$

$$t_{\text{крит}} = \text{СТЮДРАСПОБР}(0,05; 12 - 3) = 2,23.$$

Значима только общая площадь.

Проверка гетероскедастичности:

$$|\varepsilon_i| = -111,8 + 4,21 x_i^{(1)}, \quad t_0 = -1,59, \quad t_1 = 3,12$$

(70,3) (1,35)

$$t_{\text{крит}} = \text{СТЮДРАСПОБР}(0,05; 12 - 2) = 2,26.$$

Присутствует гетероскедастичность.



Модель с гетероскедастичностью

3

Задача 1 «Цена квартиры»

Собраны данные по ценам квартир y в зависимости от общей площади $x^{(1)}$ и площади кухни $x^{(2)}$.

y	$x^{(0)}$	$x^{(1)}$	$x^{(2)}$
1890	1	30	7
1920	1	31,5	6,2
1830	1	31,8	5,6
2940	1	48	7
2850	1	46	6
3060	1	48,8	7,9
2760	1	45	5,6
3150	1	52	7,2
3840	1	63	6
3930	1	66	6,8
4080	1	68	6,5
4950	1	72	8

Переход к новым переменным:

$$\tilde{y}_i = \frac{y_i}{-111,8 + 4,21x_i^{(1)}}, \quad \tilde{x}_i^{(j)} = \frac{x_i^{(j)}}{-111,8 + 4,21x_i^{(1)}}.$$

2-итерация (ВМНК):

$$\hat{y}_i = -689 + 61,6 x_i^{(1)} + 104,5 x_i^{(2)}.$$

(142) (2,0) (19,2)

$$t_0 = -4,86, \quad t_1 = 31,34, \quad t_2 = 5,43.$$

Все регрессоры сильно значимы.

3-5 итерации (ВМНК):

$$\hat{y}_i = -727 + 62,1 x_i^{(1)} + 107,8 x_i^{(2)},$$

(127) (2,7) (9,7)

$$\hat{y}_i = -722 + 61,9 x_i^{(1)} + 108,0 x_i^{(2)},$$

(120) (2,4) (10,7)

$$\hat{y}_i = -722 + 61,9 x_i^{(1)} + 108,0 x_i^{(2)}.$$

(120) (2,4) (10,5)

Модель с автокорреляцией

4

	y	$x^{(0)}$	$x^{(1)}$
1995	2,107	1	1
1996	2,088	1	2
1997	2,083	1	3
1998	2,979	1	4
1999	4,444	1	5
2000	3,852	1	6
2001	3,508	1	7
2002	3,381	1	8
2003	3,111	1	9
2004	2,494	1	10
2005	2,221	1	11
2006	2,156	1	12
2007	1,829	1	13
2008	1,733	1	14
2009	2,262	1	15
2010	1,918	1	16
2011	1,694	1	17
2012	1,668	1	18
2013	1,650	1	19
2014	1,793	1	20
2015	2,715	1	21
2016	2,648	1	22
2017	2,629	1	23

Задача 2 «Динамика реального обменного курса»

Реальный обменный курс показывает, во сколько раз цен в стране ниже, чем в США, обратная величина к уровню цен. Собраны данные по России за 1995-2017.



1-итерация (МНК):

$$\hat{y}_i = 3,004 - 0,044 x_i^{(1)}, \quad t_0 = 9,72, \quad t_1 = -1,95.$$

(0,309) (0,023)

$$t_{\text{крит}} = \text{СТБЮДРАСПОБР}(0,05; 23 - 2) = 2,08.$$

Динамика во времени не является значимой.

Модель с автокорреляцией

5

	y	$x^{(0)}$	$x^{(1)}$
1995	2,107	1	1
1996	2,088	1	2
1997	2,083	1	3
1998	2,979	1	4
1999	4,444	1	5
2000	3,852	1	6
2001	3,508	1	7
2002	3,381	1	8
2003	3,111	1	9
2004	2,494	1	10
2005	2,221	1	11
2006	2,156	1	12
2007	1,829	1	13
2008	1,733	1	14
2009	2,262	1	15
2010	1,918	1	16
2011	1,694	1	17
2012	1,668	1	18
2013	1,650	1	19
2014	1,793	1	20
2015	2,715	1	21
2016	2,648	1	22
2017	2,629	1	23

Проверка автокорреляции:

$$d = \frac{\sum_{i=2}^n (\hat{\varepsilon}_i - \hat{\varepsilon}_{i-1})^2}{\sum_{i=1}^n \hat{\varepsilon}_i^2} = \frac{5,496}{10,810} = 0,508,$$

$$d_l = (0,05; 24) = 1,26, \quad d_u = (0,05; 24) = 1,44.$$

Присутствует автокорреляция, $r = 0,736$.

Переход к новым переменным:

$$\tilde{y}_1 = y_1 \sqrt{1 - 0,736^2}, \quad \tilde{y}_i = y_i - 0,736 y_{i-1},$$

$$\tilde{x}_1^{(j)} = x_1^{(j)} \sqrt{1 - 0,736^2}, \quad \tilde{x}_i^{(j)} = x_i^{(j)} - 0,736 x_{i-1}^{(j)}.$$

2-итерация (ОМНК):

$$\hat{y}_i = 2,599 - 0,012 x_i^{(1)}, \quad t_0 = 4,29, \quad t_1 = -0,29.$$

(0,606) (0,042)

Связь сильно ослабла, достоверно показано, что динамика во времени не является значимой. При этом автокорреляция на 2-итерации усилилась:

$$d = 0,428 < 0,508; \quad r = 0,782 > 0,736.$$



Анализ сезонности с помощью дамми-переменных

6

	y	x^{\sim}	I_p	x	$z^{(1)}$	$z^{(2)}$	$z^{(3)}$
весна13	1,5	22	1	22,0	1	0	0
лето13	2,6	22	1,019	21,6	0	1	0
осень13	1,7	22	1,029	21,4	0	0	1
зима13	0,9	22	1,046	21,0	0	0	0
весна14	1,4	25	1,073	23,3	1	0	0
лето14	3	25	1,095	22,8	0	1	0
осень14	2,8	22	1,114	19,7	0	0	1
зима14	1,6	22	1,202	18,3	0	0	0
весна15	1,9	25	1,25	20,0	1	0	0
лето15	3,2	25	1,266	19,7	0	1	0
осень15	2,7	25	1,287	19,4	0	0	1
зима15	2	25	1,32	18,9	0	0	0
весна16	2,2	28	1,34	20,9	1	0	0
лето16	3,4	28	1,358	20,6	0	1	0
осень16	2,6	25	1,366	18,3	0	0	1
зима16	2,1	25	1,386	18,0	0	0	0
весна17	2,9	25	1,395	17,9	1	0	0
лето17	3,3	30	1,41	21,3	0	1	0
осень17	2,5	27	1,403	19,2	0	0	1
зима17	2,2	27	1,416	19,1	0	0	0

Задача 3 «Спрос на мороженое»

Собраны данные по продажам мороженого (y , млн шт.) за 5 лет в зависимости от цены (x^{\sim} , руб.)

Индексирование:

Поскольку за 5 лет инфляция превысила 40%, необходимо все цены привести к одному уровню, разделив на индекс цен: $x = x^{\sim} / I_p$.

Базовая модель, модель с дамми:

$$\hat{y} = 3,65 - 0,065 x, \quad \hat{R}^2 = 0,022.$$

(2,06) (0,102)

$$\hat{y} = 6,90 - 0,269 x + 0,691 z^{(1.1)} +$$

(1,04) (0,054) (0,216)

$$+ 1,916 z^{(1.2)} + 0,847 z^{(1.3)}, \quad \hat{R}^2 = 0,844.$$

(0,226) (0,197)



Анализ однородности выборок

7

Задача 4 «Дополнительная выборка»

Зависимость зарплаты от стажа и образования (пример из практики 2):

y	$x^{(1)}$	$x^{(2)}$
10	5	1
13	2	1
17	3	2
19	1	4
20	2	2
25	1	4
25	2	3
25	4	2
26	15	1
27	3	2
...
280	18	5

Основная выборка:

$$\hat{y}^{(1)} = -57,1 + 2,90x^{(1)} + 28,58x^{(2)}, \quad \sum (\hat{\varepsilon}_i^{(1)})^2 = 97066.$$

Дополнительная выборка 1:

y	$x^{(1)}$	$x^{(2)}$
90	5	2
40	25	5

$$\hat{y}^{(1)} = -36,0 + 2,19x^{(1)} + 24,18x^{(2)}, \quad \sum \hat{\varepsilon}_i^2 = 113900.$$

$$F_{\text{эмп}} = \frac{113900 - 97066}{97066} \frac{38}{2} = 3,30, \quad F_{\text{крит}} = 3,24.$$

$3,30 > 3,24 \Rightarrow$ гипотеза об однородности отвергается.

Дополнительная выборка 2:

y	$x^{(1)}$	$x^{(2)}$
180	16	5
160	9	4

$$\hat{y}^{(1)} = -61,4 + 2,99x^{(1)} + 30,44x^{(2)}, \quad \sum \hat{\varepsilon}_i^2 = 104600.$$

$$F_{\text{эмп}} = \frac{104600 - 97066}{97066} \frac{38}{2} = 1,47, \quad F_{\text{крит}} = 3,24.$$

$1,47 < 3,24 \Rightarrow$ гипотеза об однородности отвергается.



*Спасибо
за внимание!*

alexander.filatov@gmail.com

<http://vk.com/alexander.filatov>, <http://vk.com/baikalreadings>