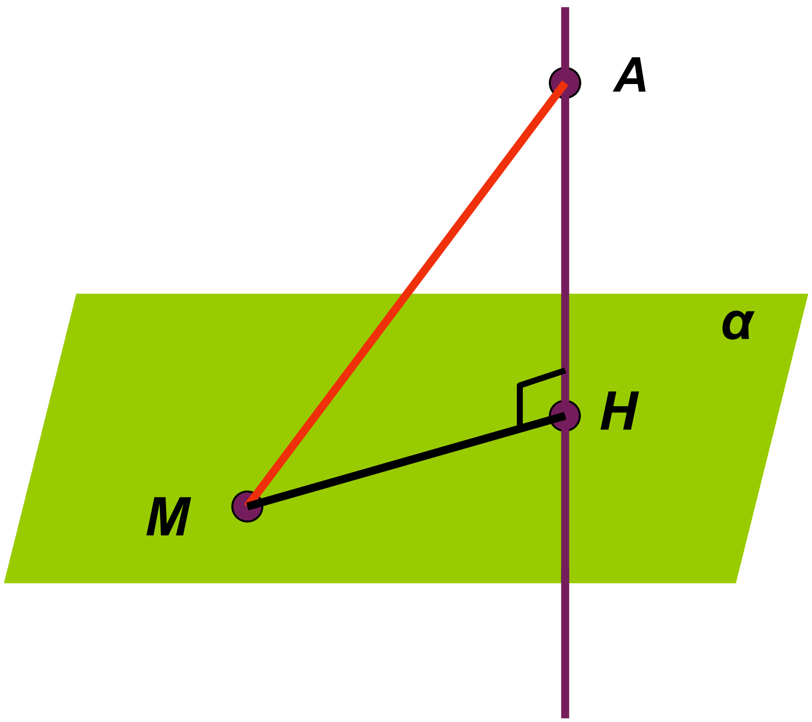
перпендикуляр и наклонные

Расстояние от точки до плоскости

Расстояние от точки до плоскости



Отрезок AH – перпендикуляр, проведённый из точки A к плоскости α. Точка H – основание перпендикуляра.

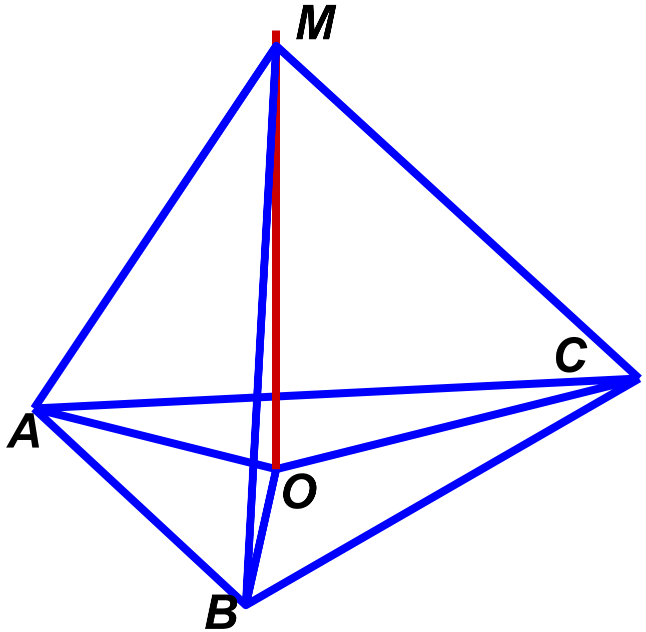
Отрезок AM – наклонная.
Точка M – основание наклонной.
Отрезок MH – проекция наклонной.

∆AMH – прямоугольный.
AH – катет, AM – гипотенуза.
<u>Поэтому AH < AM.</u>

Длина перпендикуляра, проведённого из точки A к плоскости α, называется расстоянием от точки A до плоскости α.

Решите задачи:
№ 138а, 139

Свойство наклонных и их проекций: **Если из некоторой точки проведены к плоскости две наклонные, то: 1) если наклонные равны, то равны и их проекции; 2) если проекции наклонных равны, то равны и наклонные.**

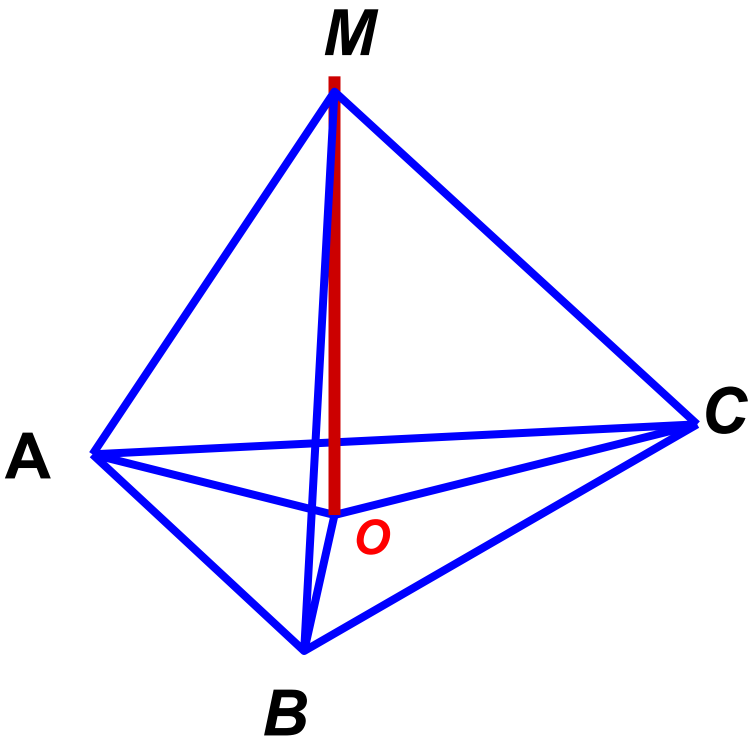


Важная задача: **Если точка равноудалена от всех вершин n - угольника, то она проецируется в центр описанной около n - угольника окружности.**

Верно и обратное утверждение:
Если точка лежит на перпендикуляре, проходящем через центр описанной около многоугольника окружности, то она равноудалена от вершин этого многоугольника

Решите:
№ 140, 143

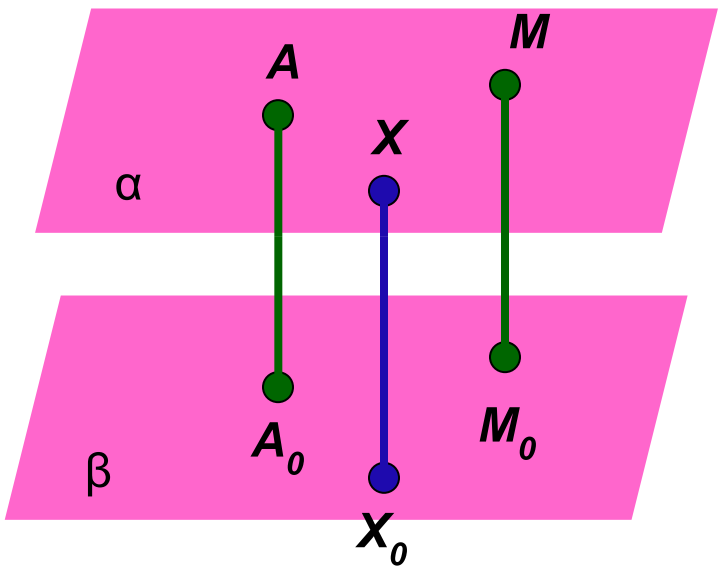
№143



Дано: ΔABC-правильный, AB=6см, M$\notin$ (ABC), AM=BM=CM=4см.
Найдите расстояние от M до (ABC).

1. MO$\perp$(ABC).
2. ΔAOM=ΔBOM=ΔCOM $\Rightarrow$ AO=BO=CO, т.е. O- центр описанной окр-ти.
3. $$R=\frac{a\sqrt{3}}{3}, R=\frac{6\sqrt{3}}{3}=2\sqrt{3}см$$
4. ΔMOC-прямоуг., значит
$$MO=\sqrt{4^2-\left(2\sqrt{3}\right)^2}=\sqrt{16-12}=2см.$$

Расстояние между параллельными плоскостями

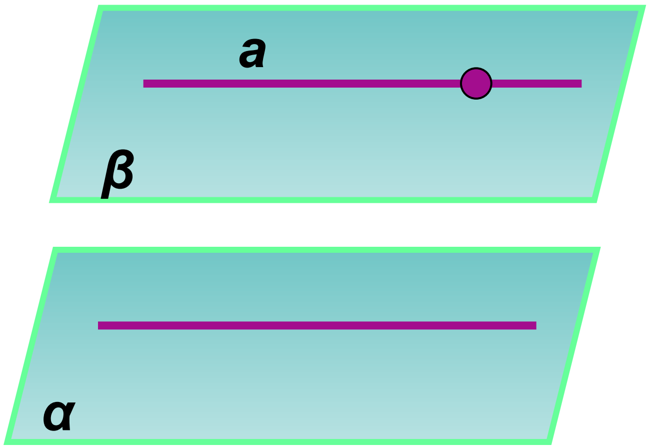


$AA_0 \perp \beta$, $MM_0 \perp \beta$, значит $AA_0 \parallel MM_0$. Отсюда следует, что $AA_0 = MM_0$ (по свойству 2^0 параллельных прямых), т.е. расстояние от любой точки X пл.α до пл.β равно длине отрезка AA_0.

Если $\alpha \parallel \beta$, то все точки одной плоскости равноудалены от другой плоскости.

Расстояние от произвольной точки одной из параллельных плоскостей до другой плоскости называется расстоянием между параллельными плоскостями.

№ 144: Если прямая (а) параллельна плоскости (α), то все точки этой прямой равноудалены от этой плоскости.



a II β

1) Через какую – нибудь точку прямой а проведём пл. β II α(№59).

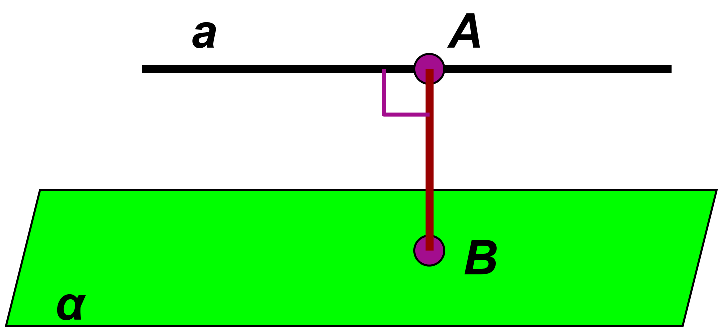
№59: через точку, не лежащую в плоскости, проходит плоскость, параллельная данной плоскости, и притом только одна.

2) а є β, т.к. в противном случае она пересекает пл. β, а значит и пл. α (№55), что невозможно.

№55: Если прямая пересекает плоскость, то она пересекает также любую плоскость, параллельную данной плоскости

3)Все точки пл. β, а значит и <u>прямой а равноудалены от плоскости α.</u>

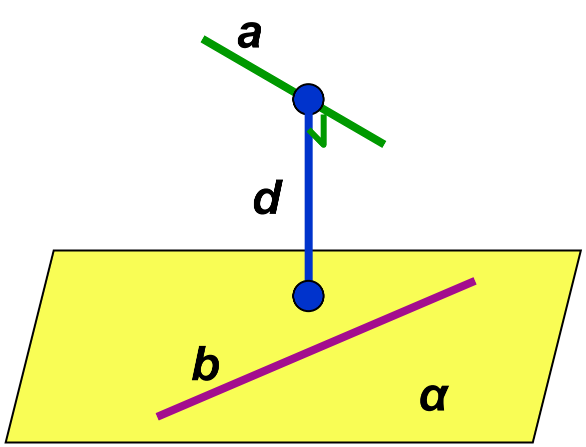
Расстояние между прямой и параллельной ей плоскостью



Все точки прямой равноудалены от плоскости. Расстояние от произвольной точки прямой до плоскости называется расстоянием между прямой и параллельной ей плоскостью.

Расстояние между скрещивающимися прямыми

a II α



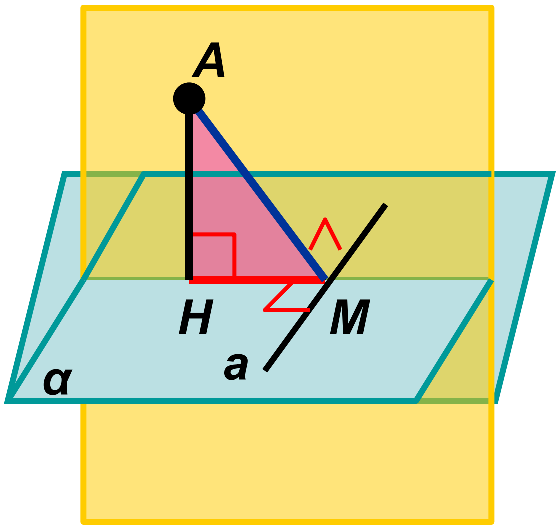
d – искомое расстояние

По теореме о скрещивающихся прямых(п.7) через каждую из них проходит плоскость, параллельная другой прямой, и притом только одна. Расстояние между одной из скрещивающихся прямых и плоскостью, проходящей через другую прямую параллельно первой, называется расстоянием между скрещивающимися прямыми.

Теорема о трёх перпендикулярах

Теорема о трёх перпендикулярах

Прямая, проведённая в плоскости через основание наклонной перпендикулярно к её проекции на эту плоскость, перпендикулярна и к самой наклонной.



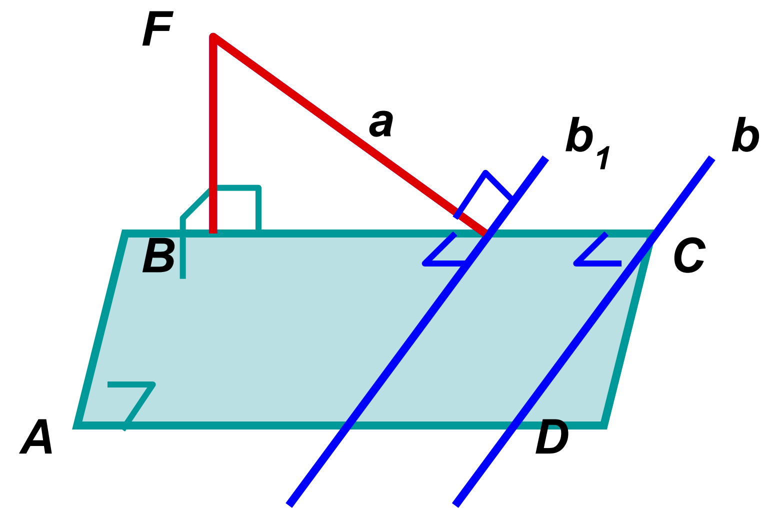
Дано: AH – перпендикуляр к пл.α;
AM- наклонная; a ⊥ α, M є a, a ⊥ HM.
Доказать: a ⊥ AM

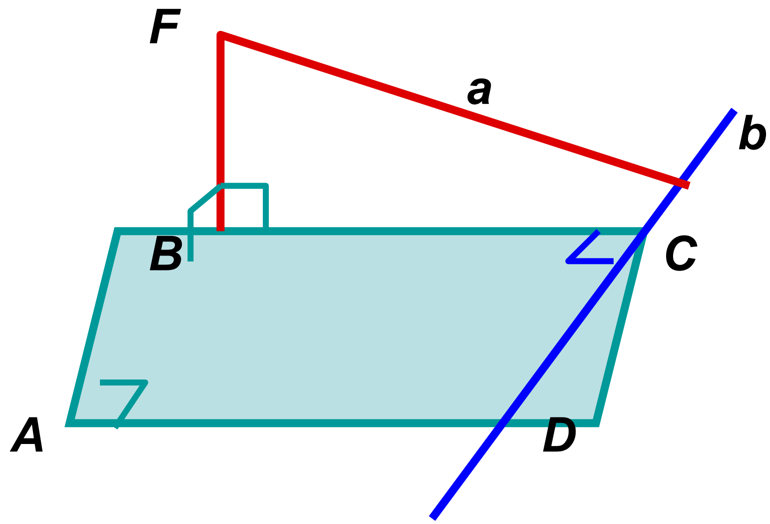
Доказательство:
Рассмотрим плоскость AMH.
Т.к. a ⊥ HM по условию и a ⊥ AH, потому что AH ⊥ α, то: a ⊥ (AMH). Отсюда следует, что прямая a перпендикулярна к любой прямой, лежащей в плоскости AMH, т.е. наклонной AM. Теорема доказана.

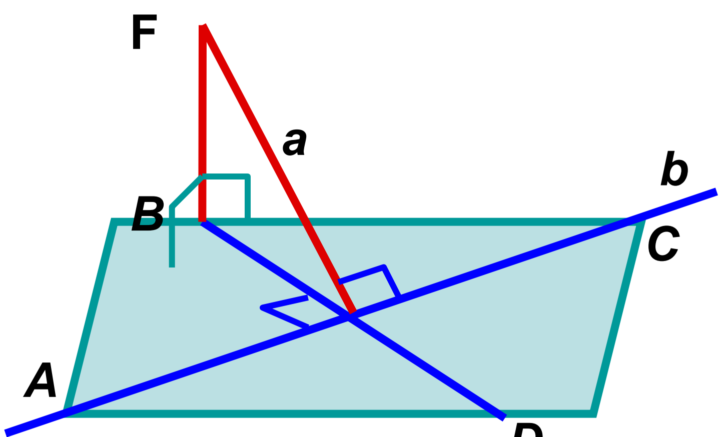
Три перпендикуляра: AH, HM и AM.

Верна и обратная теорема – задача № 153.

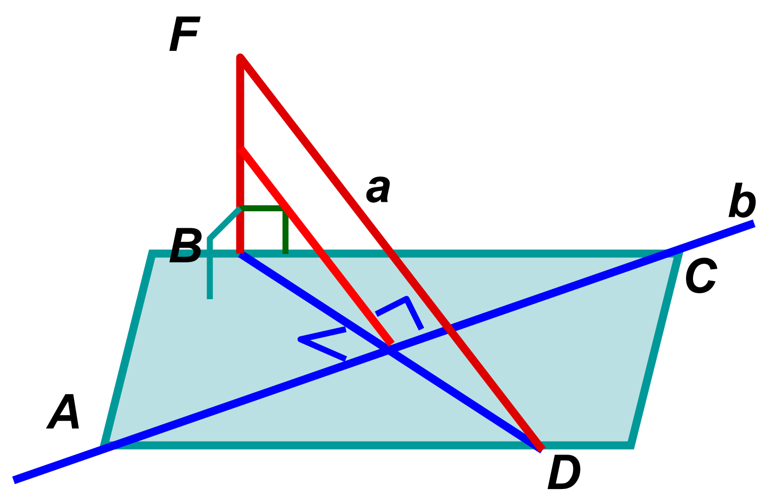
3. Установите по рисункам положение прямых a и b.





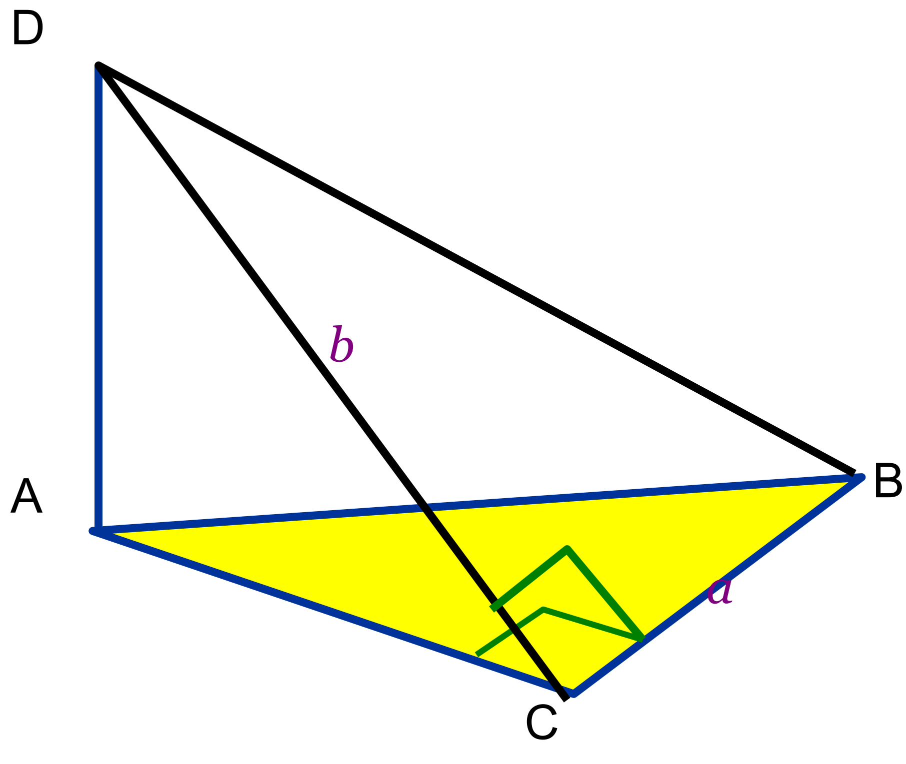


ABCD – ромб.

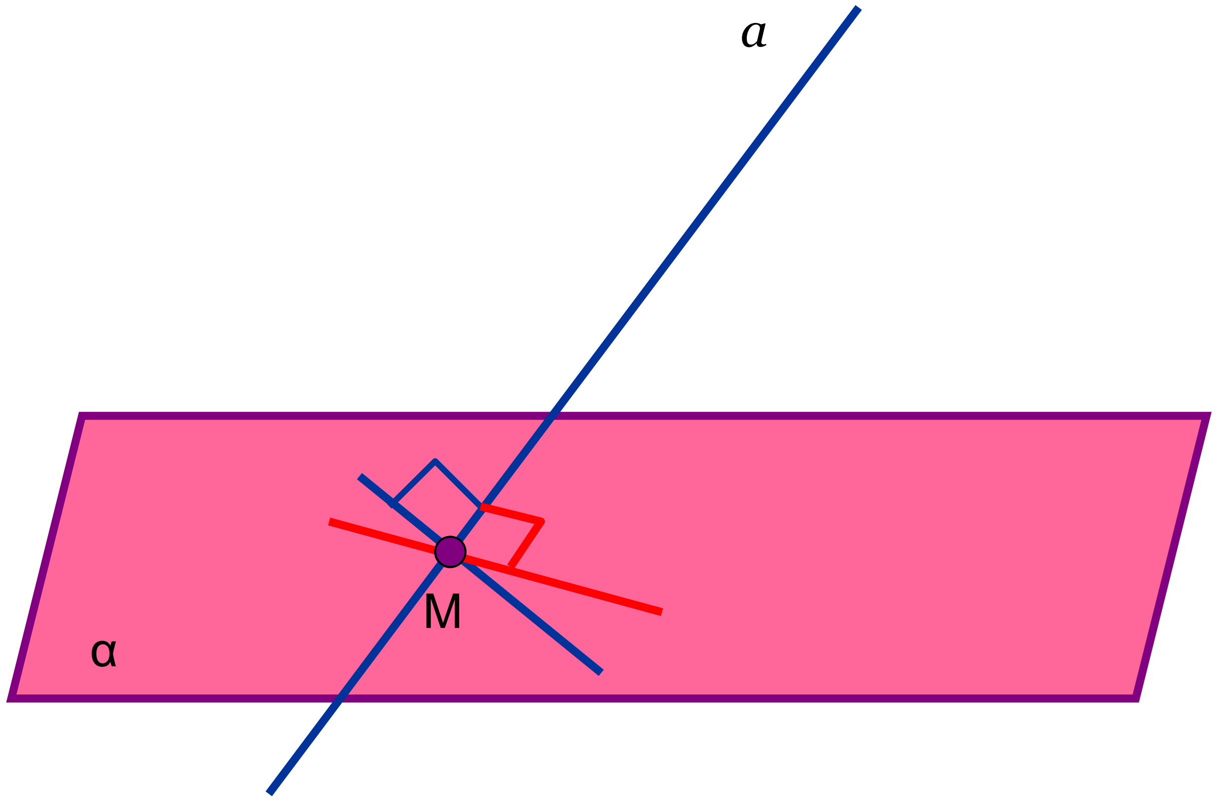


ABCD – ромб.

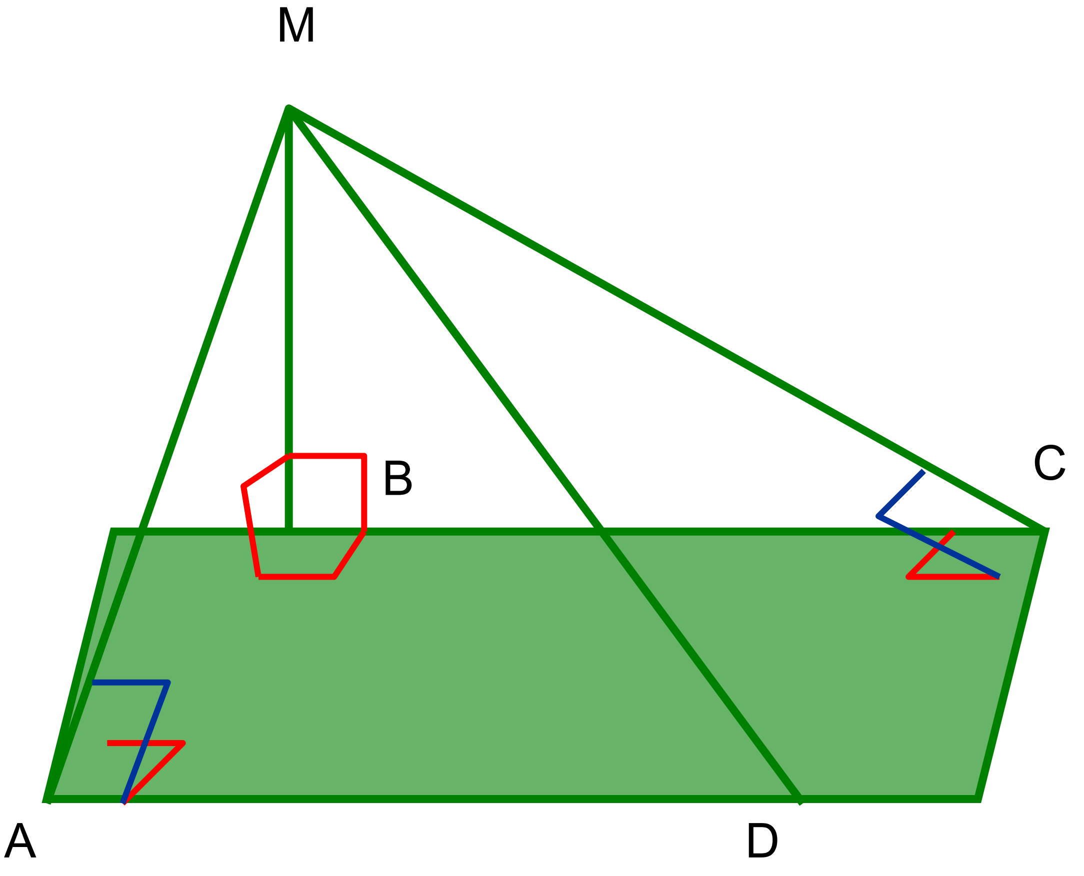
№145



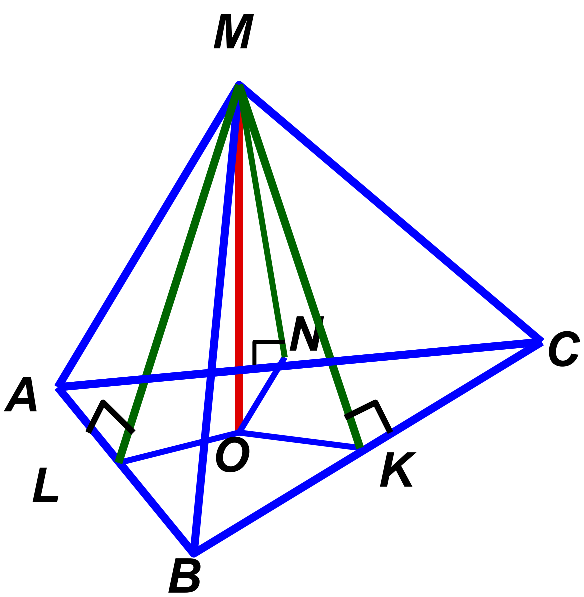
№146



№147



Важная задача: **Если точка равноудалена от всех сторон многоугольника, то она проецируется на его плоскость в центр вписанной окружности.**



Дано: ML=MK=MN, ML ⊥ AB, MK ⊥ BC, MN ⊥ AC.
Доказать: O – центр вписанной в n- угольник окружности.

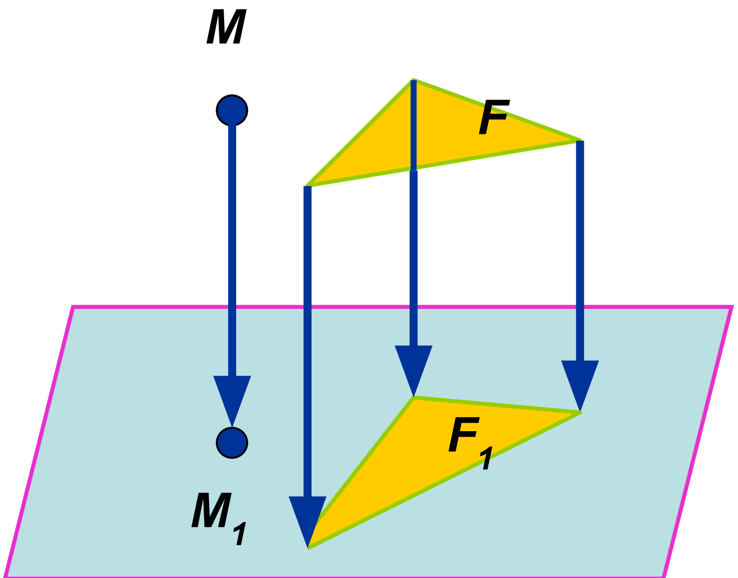
Доказательство: 1) Проведём MO⊥(ABC).

2) ML⊥ AB, ML – наклонная, OL – проекция, значит OL ⊥AB. Аналогично OK ⊥BC, ON⊥AC.
3) OL = OK = ON (как проекции равных наклонных).
4) Точка O равноудалена от всех сторон n – угольника, следовательно является центром вписанной в него окружности.

Верно и обратное утверждение: **Если точка лежит на перпендикуляре, проведённом через центр вписанной в многоугольник окружности, то она равноудалена от сторон этого многоугольника.**

Угол между прямой и плоскостью

Прямоугольная проекция фигуры на плоскость



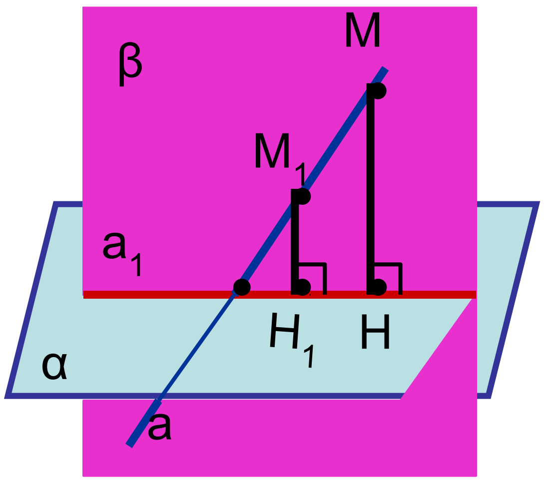
Проекцией точки на плоскость называется основание перпендикуляра, проведённого из этой точки к плоскости, если точка не лежит в плоскости, и сама точка, если она лежит в плоскости.

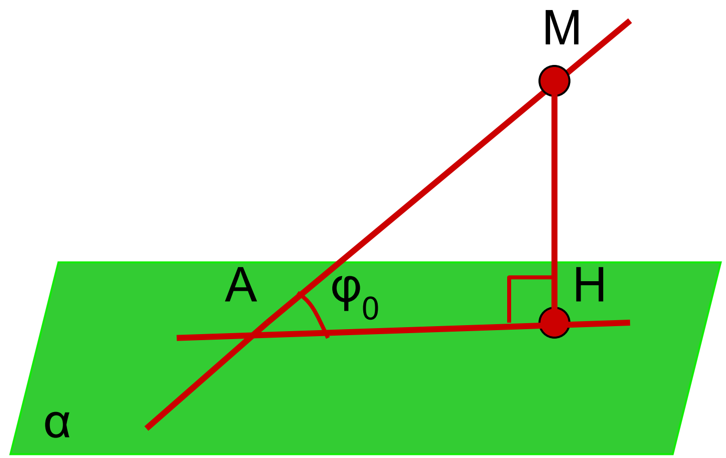
Свойства параллельного проектирования(проек - тируемые фигуры не параллельны прямой проектирования):

1. Проекция прямой есть прямая.
2. Проекция отрезка есть отрезок.
3. Проекции параллельных отрезков – параллельные отрезки или отрезки, принадлежащие одной прямой.
4. Проекции параллельных отрезков параллельны самим отрезкам.
Проекция середины отрезка есть середина отрезка.

Угол между прямой и плоскостью

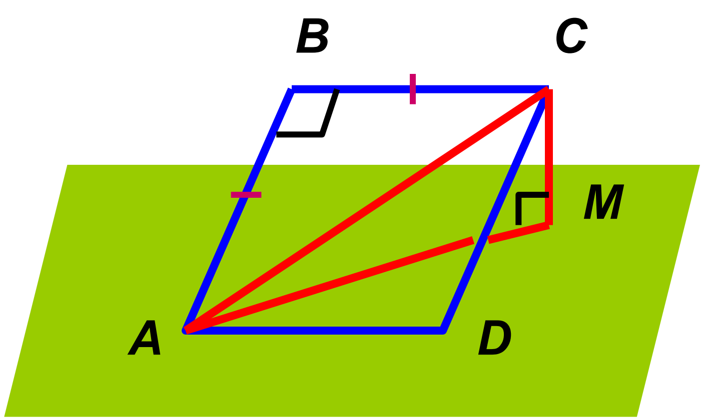
<u>Свойство</u> 1: Проекция прямой на плоскость, не перпендикулярную к этой прямой, является прямая.





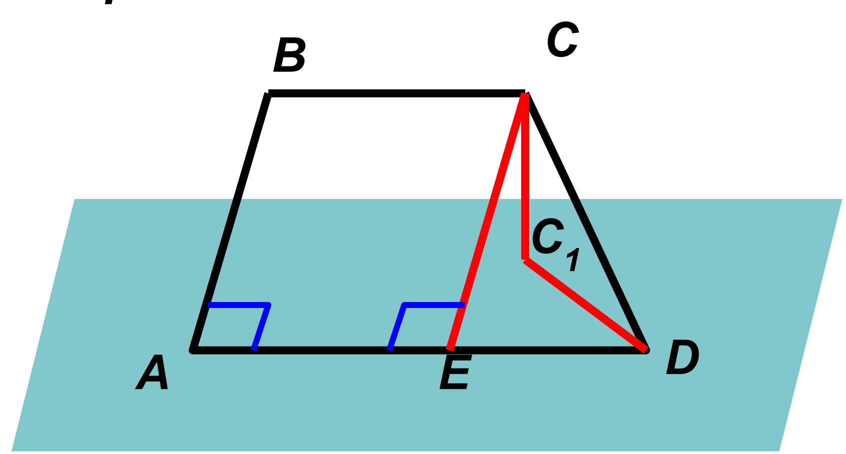
Углом между прямой и плоскостью, пересекающей эту прямую и не перпендикулярную к ней, называется угол между прямой и её проекцией на плоскость

5. *Через сторону квадрата, площадь которого равна 4, проведена плоскость. Расстояние от другой стороны квадрата до этой плоскости равно 6. Найти угол между прямой АС и плоскостью.*



Ответ: 60º

6. *Через большее основание прямоугольной трапеции проведена плоскость, составляющая с большей боковой стороной угол в 30º. Меньшее основание отстоит от плоскости на расстояние 8см. Найти периметр трапеции, если известно, что внеё можно вписать окружность, и острый угол равен 60º.*



Ответ: $32 + 16\sqrt{3}$