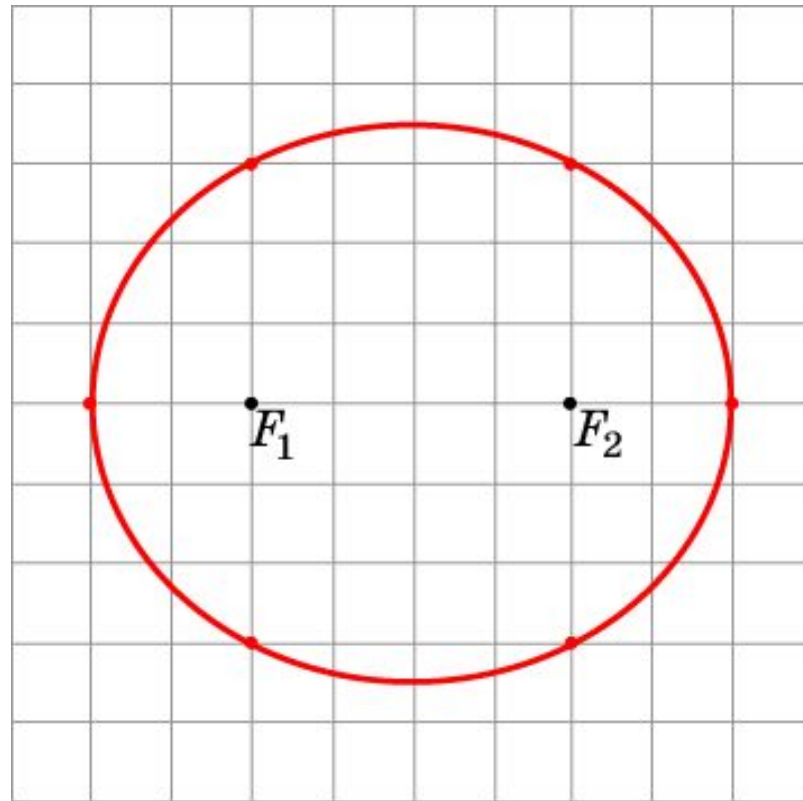


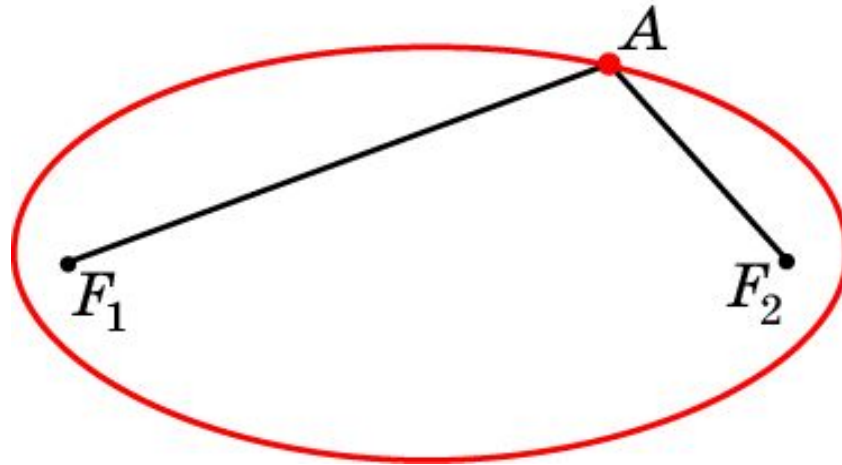
Упражнение 1

На клетчатой бумаге постройте несколько точек, расположенных в узлах сетки, сумма расстояний от которых до точек F_1 и F_2 равна 8 (стороны клеток равны 1). Соедините их плавной кривой.



Определение эллипса

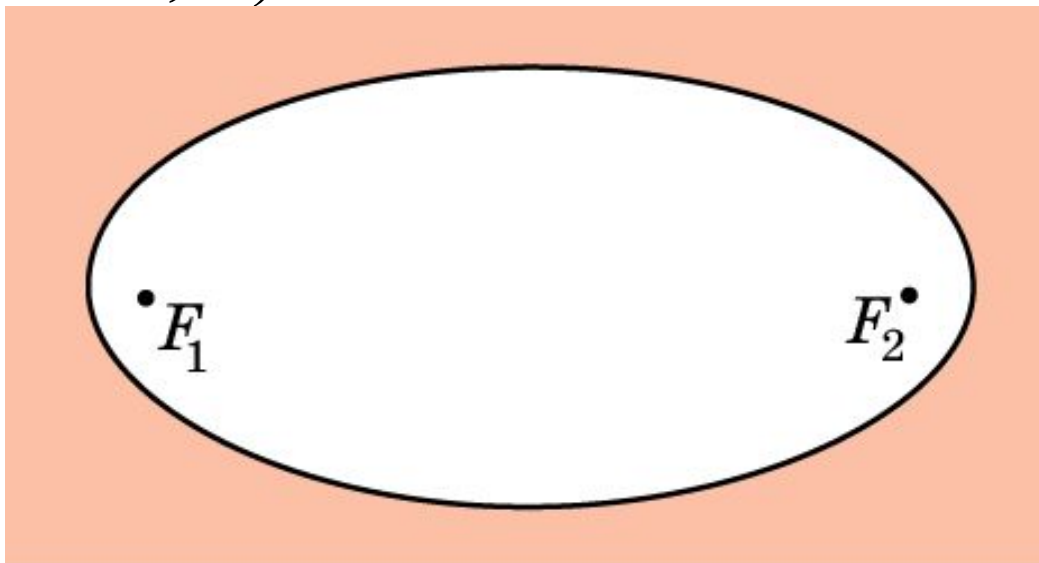
Геометрическое место точек плоскости, сумма расстояний от которых до двух заданных точек F_1 , F_2 есть величина постоянная, называется **ЭЛЛИПСОМ**. Точки F_1 , F_2 называются **фокусами** эллипса.



Таким образом, для точек A эллипса с фокусами F_1 и F_2 сумма $AF_1 + AF_2$ постоянна и равна некоторому заданному отрезку c , большему F_1F_2 .

Упражнение 2

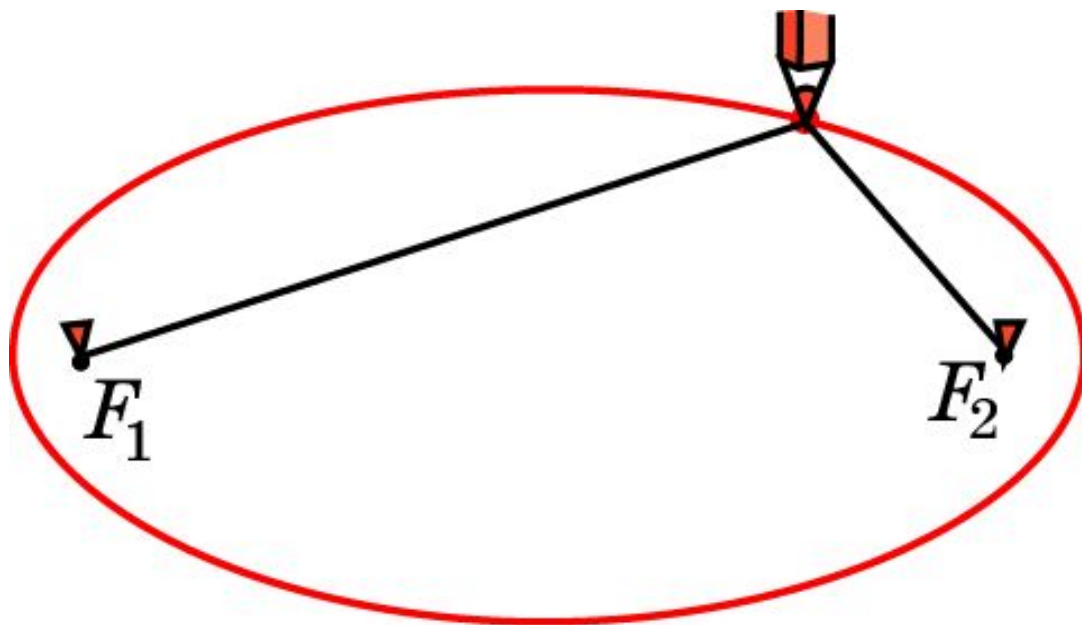
Для точек F_1 , F_2 найдите геометрическое место точек, сумма расстояний от которых до точек F_1 , F_2 а) меньше c ; б) больше c .



Ответ: а) Точки A' , расположенные внутри эллипса;
б) точки A'' , расположенные вне эллипса.

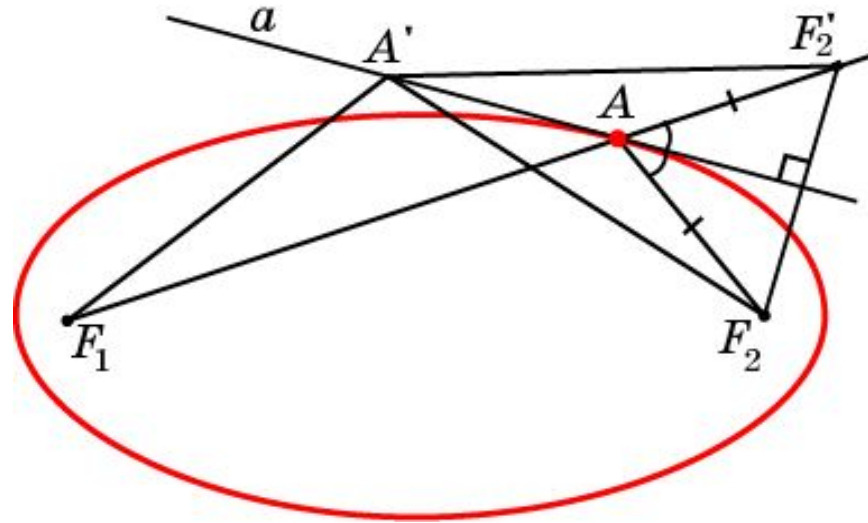
Рисуем эллипс

По данному рисунку укажите способ построения эллипса с помощью кнопок, нитки и карандаша.



Касательная к эллипсу

Прямая, имеющая с эллипсом только одну общую точку, называется **касательной** к эллипсу. Общая точка называется **точкой касания**.

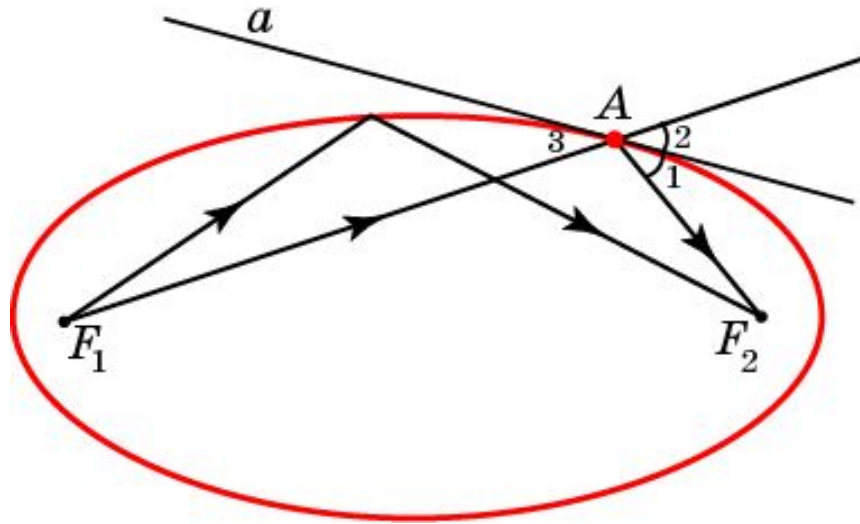


Теорема. Пусть A - произвольная точка эллипса с фокусами F_1 , F_2 . Тогда касательной к эллипсу, проходящей через точку A является прямая, содержащая биссектрису угла, смежного с углом F_1AF_2 .

Проведите доказательство теоремы, используя рисунок.

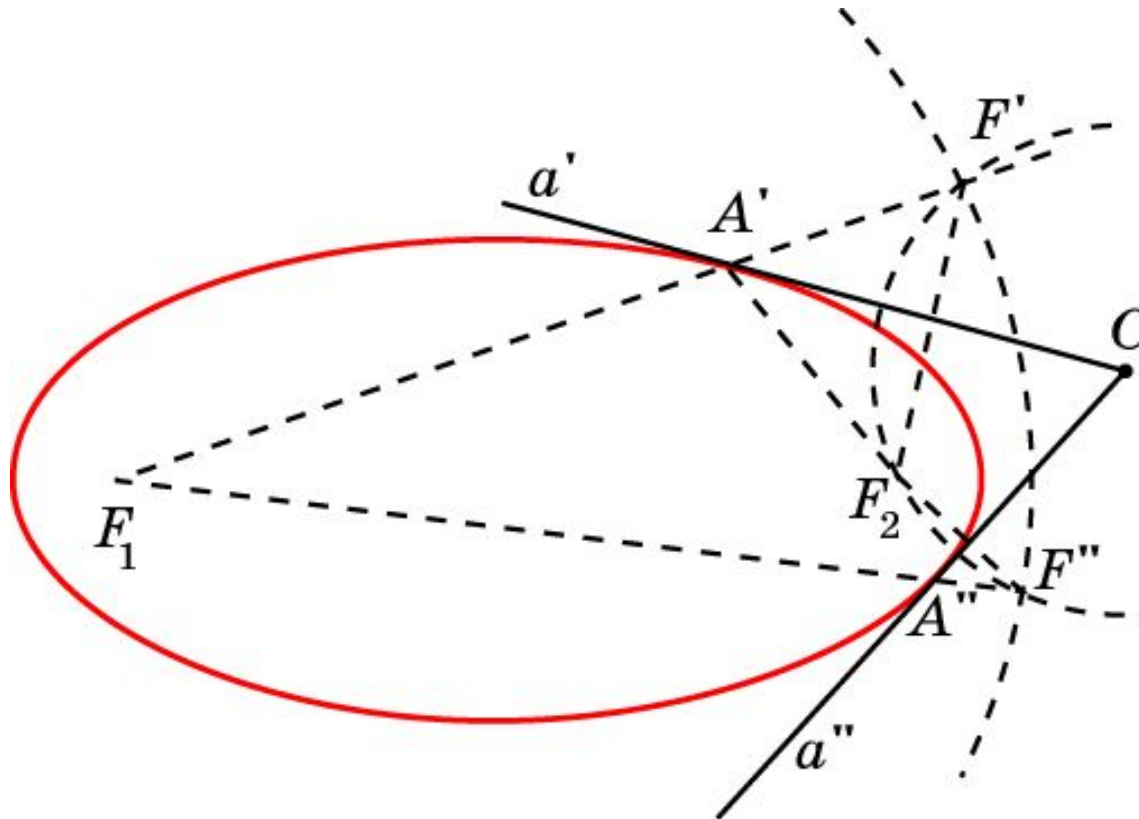
Фокальное свойство эллипса

Если источник света поместить в фокус эллипса, то лучи, отразившись от эллипса, пойдут в одном направлении, перпендикулярном директрисе.



Построение касательной

По данному рисунку укажите способ построения касательной к эллипсу, заданному фокусами F_1 , F_2 , проходящей через точку C , с помощью циркуля и линейки.



Упражнение 3

Сколько касательных можно провести к эллипсу из точки: а) принадлежащей эллипсу; б) лежащей вне эллипса; в) лежащей внутри эллипса?



Ответ: а) Одну; б) две; в) ни одной.

Упражнение 4

Дан эллипс с фокусами F_1 , F_2 и константой c .
Найдите наибольшее расстояние между точками эллипса.



Ответ: c .

Упражнение 5

Расстояние между фокусами эллипса равно 4 см. Константа c равна 6 см. Найдите наименьшее расстояние от точек эллипса до фокуса.



Ответ: 1 см.

Упражнение 6

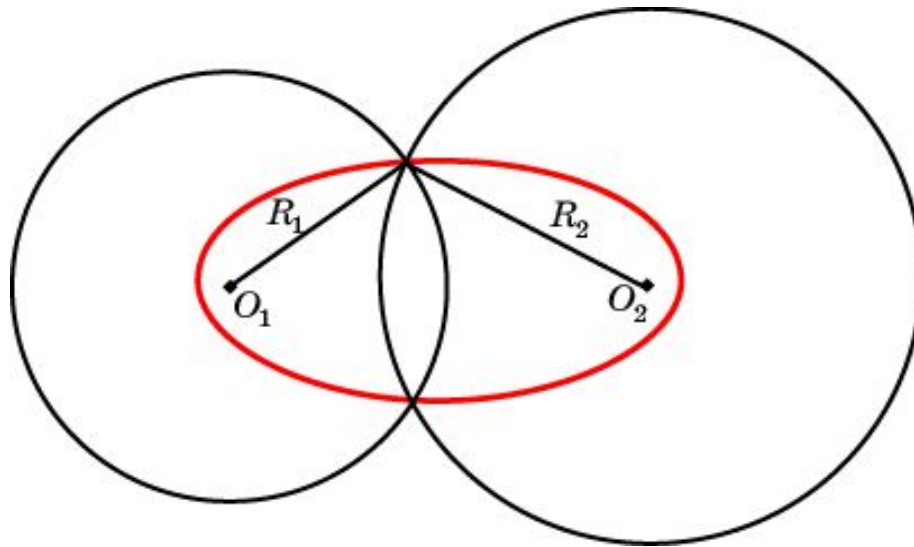
Для заданных точек A и B найдите геометрическое место точек C , для которых периметр треугольника ABC равен постоянной величине s .



Ответ: Эллипс без двух точек.

Упражнение 7

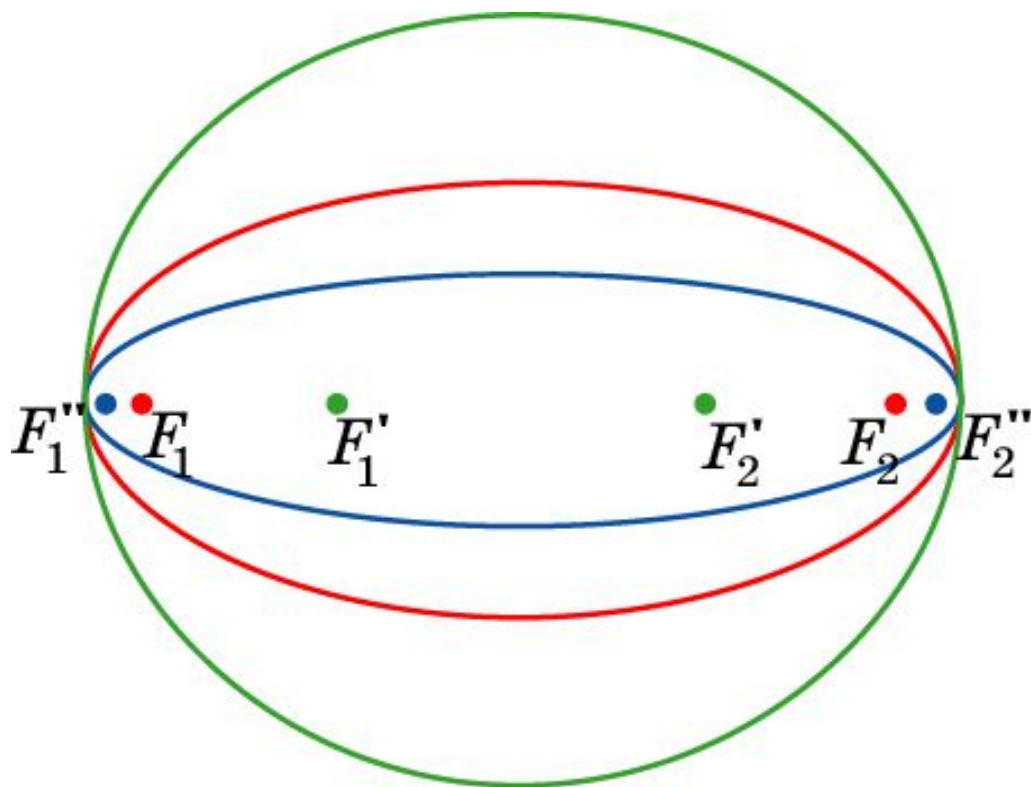
Найдите геометрическое место точек пересечения пар окружностей с заданными центрами O_1 , O_2 и суммой радиусов $c = R_1 + R_2$ ($c > O_1O_2$).



Ответ: Эллипс.

Упражнение 8

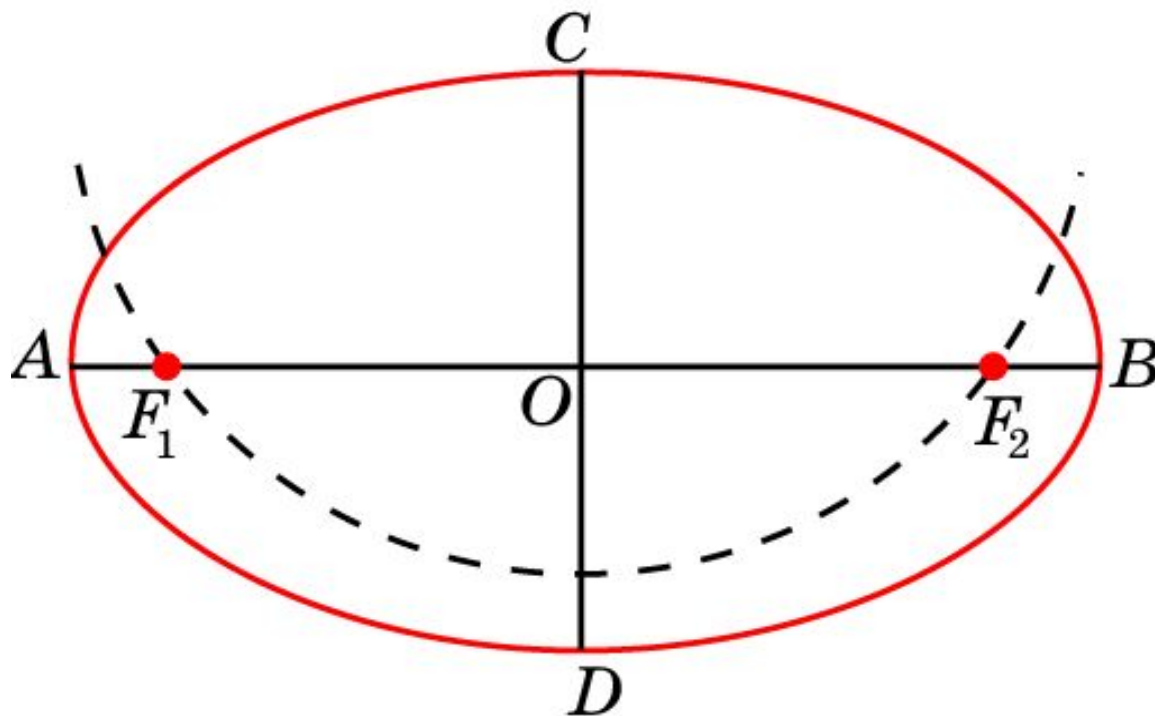
Что будет происходить с эллипсом, если константа c не изменяется, а фокусы: а) приближаются друг к другу; б) удаляются друг от друга?



Ответ: а) Эллипс приближается к окружности радиуса $c/2$;
б) эллипс приближается к отрезку длины c .

Упражнение 9

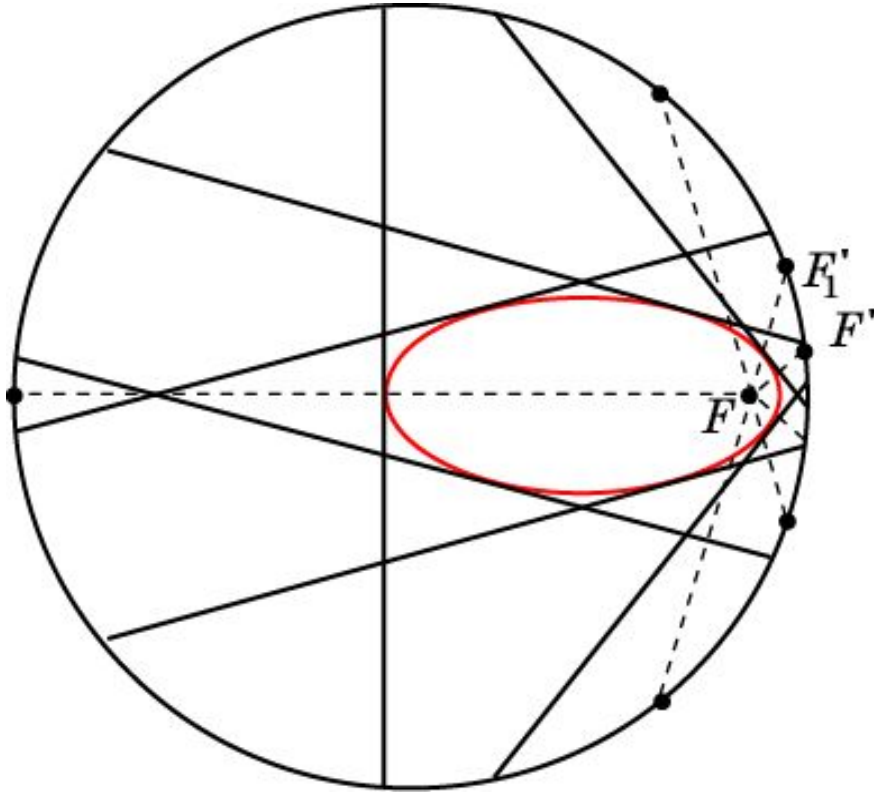
По данному эллипсу укажите способ нахождения его фокусов.



Ответ: Проведем отрезки AB и CD , соответственно, наибольшей и наименьшей длины. С центром в точке C и радиусом $OA = OB$ опишем окружность. Ее точки пересечения с AB будут искомыми фокусами.

Лабораторная работа

Возьмем лист бумаги в форме круга и отметим внутри него точку F , отличную от центра.



Сложим лист так, чтобы точка F совместилась с какой-нибудь точкой F' на границе круга.

Разогнем лист. Линия сгиба будет серединным перпендикуляром к отрезку FF' и, следовательно, касательной к эллипсу.

Снова согнем и разогнем лист, совместив точку F с другой точкой F'_1 границы круга.

Сделаем так несколько раз, пока вся бумага не покроется линиями сгибов. Линии сгибов будут касательными к эллипсу. Чем больше будет линий сгибов тем больше граница участка внутри этих сгибов будет приближаться к эллипсу.