

1. С помощью разложения числа в непрерывную (цепную) дробь, сократить дробь $\frac{4976}{2799}$.
2. Свернуть периодическую цепную дробь, представив квадратичную иррациональность в виде $\frac{a + b\sqrt{c}}{d}$, где $a, b, c, d \in \mathbf{Z}$: $[2, 1, (5, 3, 1)]$.
3. Найти иррациональное число $\alpha = [d_1, d_2, \dots, d_k, \alpha_{k+1}]$, если $\frac{P_k}{Q_k} = \frac{8}{23}$ и $\alpha_{k+1} = -1 + \sqrt{6}$. Представить число в виде $\frac{a + b\sqrt{c}}{d}$, где $a, b, c, d \in \mathbf{Z}$.
4. Используя непрерывные дроби, решить сравнение $105x \equiv 126 \pmod{77}$. Найти все решения.
5. С помощью непрерывных дробей найти все целочисленные решения диофантова уравнения $51x - 15y = 57$.
6. Решить уравнение Пелля $x^2 - 54y^2 = 1$.
7. Решить сравнение $2x^2 - 3x + 9 \equiv 0 \pmod{11}$.
8. Найти все нечетные простые модули p , по которым имеет решение сравнение $x(x + 4) \equiv 9 \pmod{p}$.
9. Выяснить, разрешимо ли сравнение $x^2 \equiv 7 \pmod{19}$. Если да, то найти решения.
10. При каких целых x функция $\frac{x^2 + 11x + 30}{63}$ принимает целочисленные значения?
11. Решить сравнение $x^2 \equiv -6 \pmod{59}$.

12. Решить сравнение $x^2 \equiv 13 \pmod{53}$.
13. Решить сравнение методом Кантора - Цассенхауза $x^2 \equiv -3 \pmod{73}$.
14. Какие из следующих групп изоморфны? $\mathbf{Z}_{440} \times \mathbf{Z}_{231}$, $\mathbf{Z}_{616} \times \mathbf{Z}_{165}$, $\mathbf{Z}_{132} \times \mathbf{Z}_{770}$.
15. Является ли $2^{28} - 1$ обратимым по модулю $2^{45} - 1$? Если да, то найти $(2^{28} - 1)^{-1} \pmod{2^{45} - 1}$.
16. Является ли число 451 по основанию 180 : а) псевдопростым?
б) эйлеровым псевдопростым? в) сильно псевдопростым?
17. Найти все основания a , по которым число 69 является псевдопростым.
18. Является ли 3 примитивным элементом по модулю 251? Найти порядок элемента 3 в группе $\mathbf{Z}_{251}^*$.
19. Не находя числа x , определить его знак, если относительно вектора оснований $\beta = \{7, 11, 13, 17, 2\}$ ему соответствует стандартный набор остатков $x = (5, 8, 6, 2, 1)$.
20. Решить систему сравнений

$$\begin{cases} 11x \equiv 6 \pmod{16} \\ 2x \equiv 7 \pmod{13} \\ 6x \equiv 9 \pmod{15} \\ 8x \equiv 2 \pmod{7} \end{cases}$$

21. Решить задачу дискретного логарифмирования $5^x \equiv 21 \pmod{103}$.