

КУРГАНСКИЙ ИНСТИТУТ ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА
-филиал федерального государственного бюджетного
образовательного учреждения высшего профессионального образования
«Уральский государственный университет путей сообщения»
в г. Кургане
Факультет среднего профессионального образования

Инженерная графика

Начертательная геометрия

[Машиностроительное черчение](#)

Данилин
Александр Петрович

Курган 2015

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

Куликов В.П., Кузин А.В. Инженерная графика / Учебник. – 4-е изд. – М.: Форум., 2009. – 368 с. – (Профессиональное образование).

Боголюбов С.К. Инженерная графика : Учебник для средних специальных учебных заведений. – 3-е изд., испр. и дополн. М.: Машиностроение, 2004. – 352 с.: ил.

Чекмарёв А. А. Инженерная графика. Машиностроительное черчение: учебник. – М.: ИНФРА-М, 2014. – 397с.

Березина Н.А. Инженерная графика: учебное пособие. – М.: Альфа-М, - 2014. - 356 с.

Сорокин Н.П. Инженерная графика: Учебник. – СПб.: Лань, 2011. – 400 с.

Содержание

Начертательная геометрия

Основные обозначения

1. Методы проецирования
2. Точка, прямая, плоскость
3. Позиционные задачи
4. Перпендикулярность прямых и плоскостей
5. Преобразования комплексного чертежа
6. Метрические задачи
7. Поверхности
8. Позиционные задачи на поверхности
9. Построение разверток
10. Плоскости, касательные к поверхности
11. Аксонметрические проекции

Начертательная геометрия

*В презентации использованы материалы авторов Пираловой О.Ф., Ведякина Ф.Ф.
«Краткий конспект лекций по начертательной геометрии»*

Геометрическая фигура — **ОСНОВНЫЕ** обозначения

Точки: $A, B, C, D, \dots, L, M, N, \dots$ или $1, 2, 3, 4, \dots, 12, 13, 14, \dots$

Линии, произвольно расположенные по отношению к плоскостям проекций:

$a, b, c, d, \dots, l, m, n, \dots$

Линии уровня: h – горизонталь; f – фронталь; p – профильная прямая.

Для прямых используются следующие обозначения:

(AB) – прямая, проходящая через точки A и B ;

$[AB)$ – луч с началом в точке A ;

$[AB]$ – отрезок прямой, ограниченный точками A и B .

Поверхности : $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \dots, \zeta, \eta, \lambda, \dots$

Углы:

ABC – угол с вершиной в точке B , а также $\alpha^\circ, \beta^\circ, \dots, \varphi^\circ, \dots$

Угловая величина: φ° – величина угла φ .

Прямой угол отмечается квадратом с точкой внутри.

Плоскости проекций: π_1 – горизонтальная; π_2 – фронтальная; π_3 – профильная.

При замене плоскостей проекций или введении новых плоскостей проекций последние обозначаются π_4, π_5 и т.д.

Оси проекций: x – ось абсцисс; y – ось ординат; z – ось аппликат.

Основные обозначения

Проекции	точек	линий	поверхностей
горизонтальные	$A_1, B_1, C_1, D_1, \dots, L_1, M_1, N_1, \dots$	$a_1, b_1, c_1, d_1, \dots, l_1, m_1, n_1, \dots$	$\alpha_1, \beta_1, \gamma_1, \delta_1, \dots, \zeta_1, \eta_1, \lambda_1, \dots$
фронтальные	$A_2, B_2, C_2, D_2, \dots, L_2, M_2, N_2, \dots$	$a_2, b_2, c_2, d_2, \dots, l_2, m_2, n_2, \dots$	$\alpha_2, \beta_2, \gamma_2, \delta_2, \dots, \zeta_2, \eta_2, \lambda_2, \dots$
профильные	$A_3, B_3, C_3, D_3, \dots, L_3, M_3, N_3, \dots$	$a_3, b_3, c_3, d_3, \dots, l_3, m_3, n_3, \dots$	$\alpha_3, \beta_3, \gamma_3, \delta_3, \dots, \zeta_3, \eta_3, \lambda_3, \dots$

След	прямой a	плоскости
горизонтальный	H	h^0
фронтальный	F	f^0
профильный	P	p^0

Основные операции:

\parallel – параллельность элементов;

\equiv – совпадение двух элементов;

\perp – перпендикулярность элементов;

\wedge – знак, соответствующий союзу «и»;

$=$ – результат геометрической операции;

\cap – пересечение двух элементов;

\in – знак принадлежности и включения для точки;

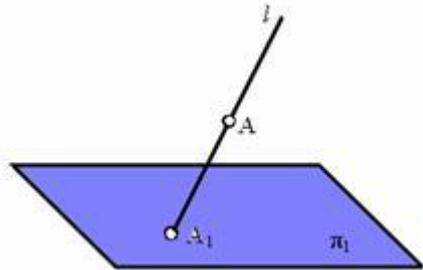
\cup – знак объединения;

\subset – принадлежность одного геометрического элемента другому;

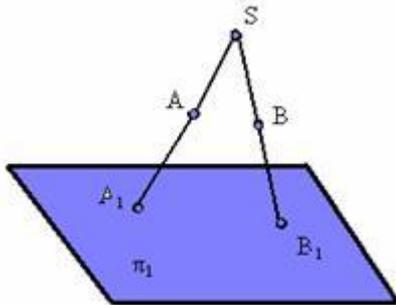
\ast – скрещивающиеся прямые.

Методы проецирования

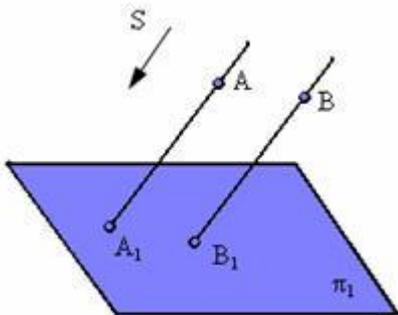
Способы проецирования



Проекция точки A на плоскость проекций π_1

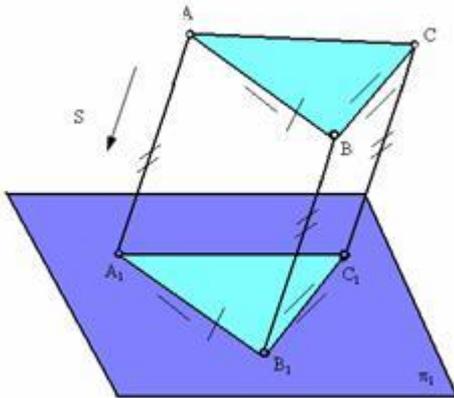


Пример центрального проецирования



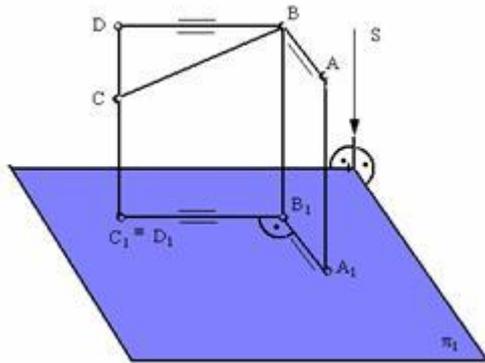
Пример параллельного проецирования

Ортогональное проектирование



Параллельное (косоугольное) проектирование

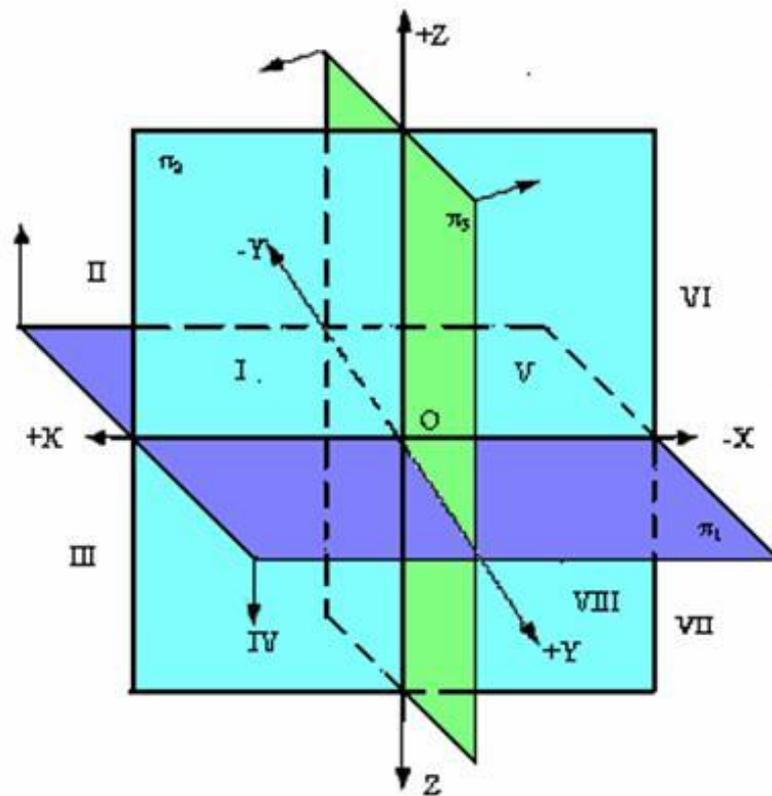
Ортогональная проекция прямого угла



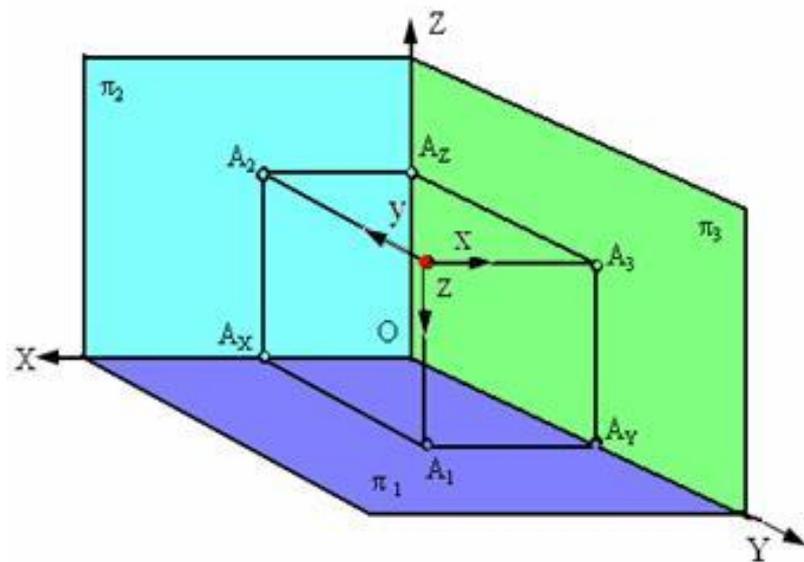
Теорема о проектировании прямого угла:

Если хотя бы одна сторона прямого угла параллельна плоскости проекций, то на эту плоскость проекций прямой угол проектируется без искажения

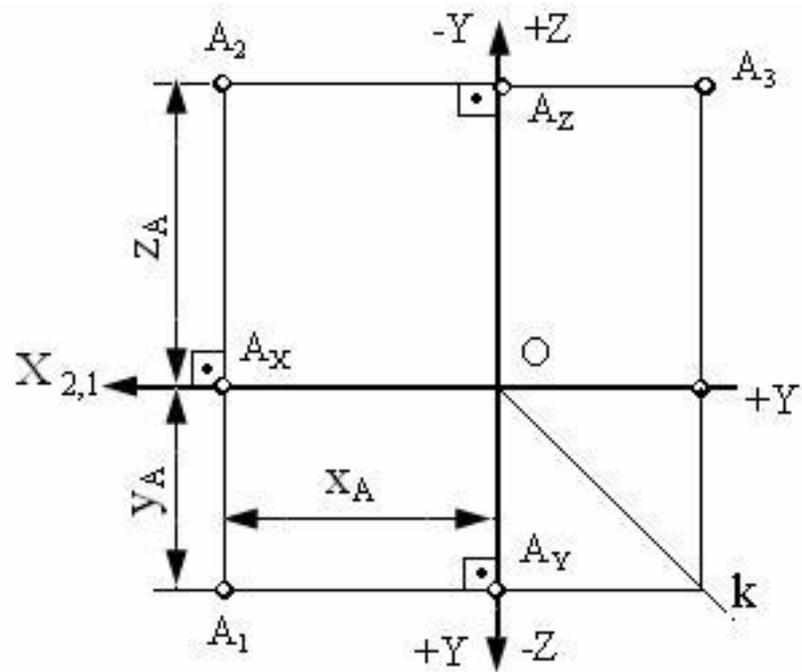
Система трех плоскостей проекций. Эпюр Монжа



Плоская (двухмерная) модель пространственных координатных плоскостей проекций

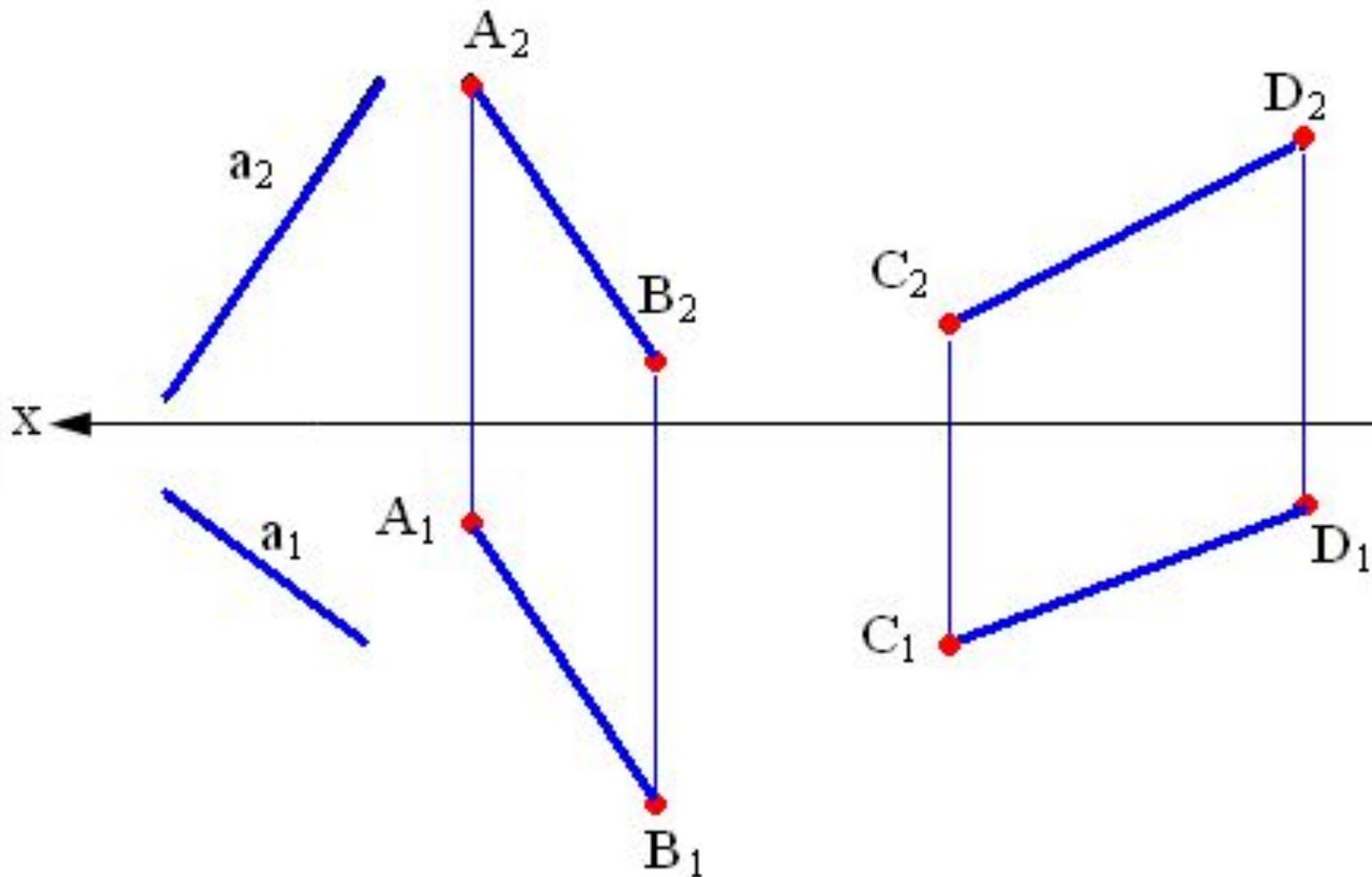


Эпюр точки А

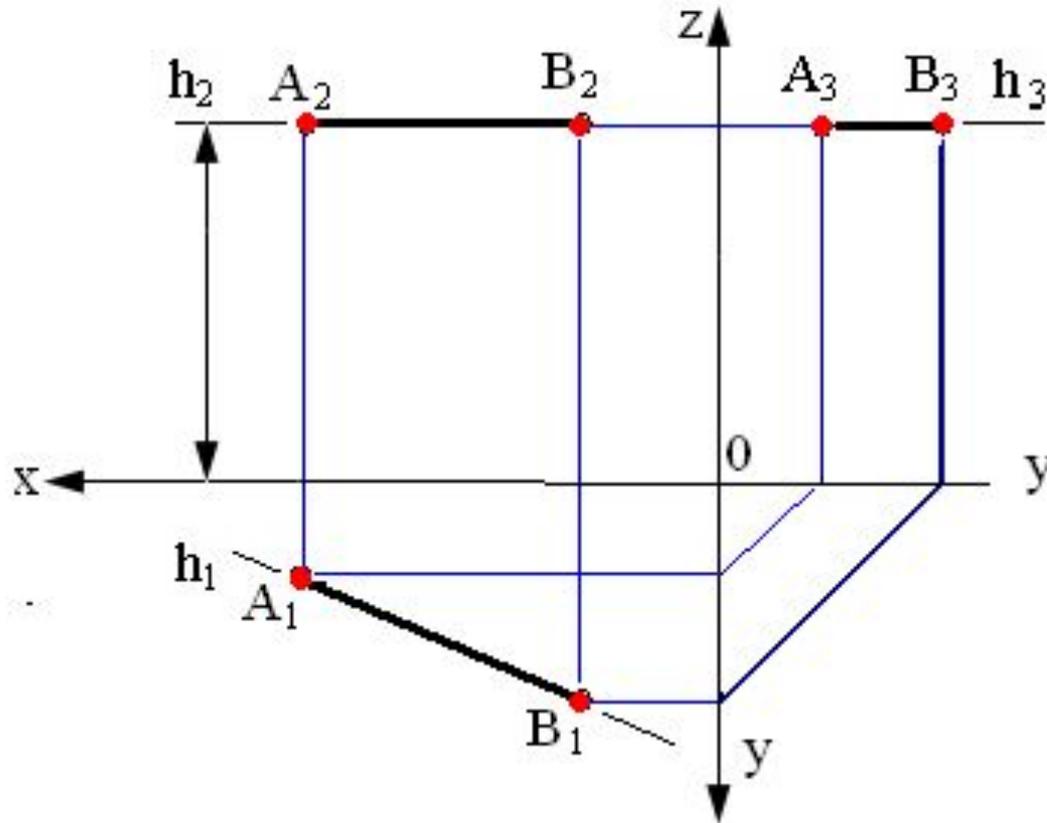


Точка, прямая, плоскость

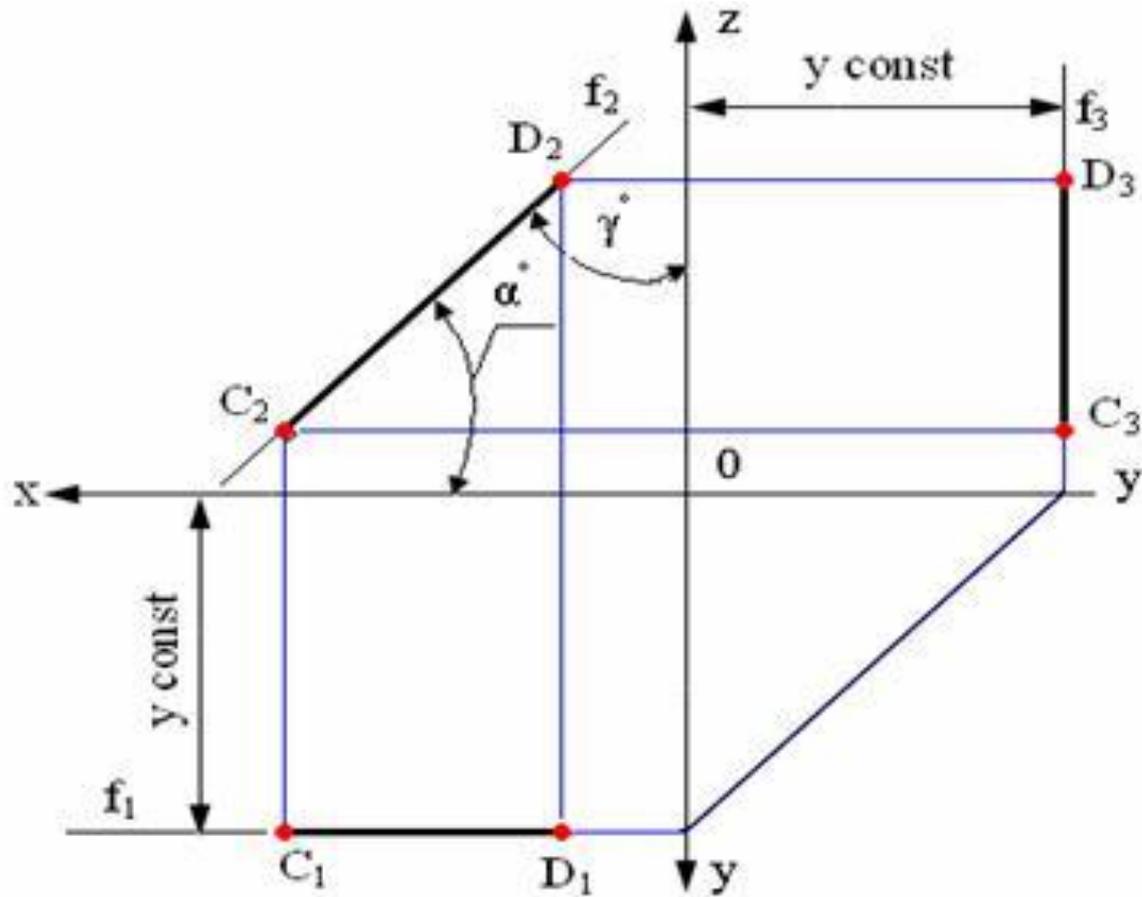
Прямые общего положения в пространстве



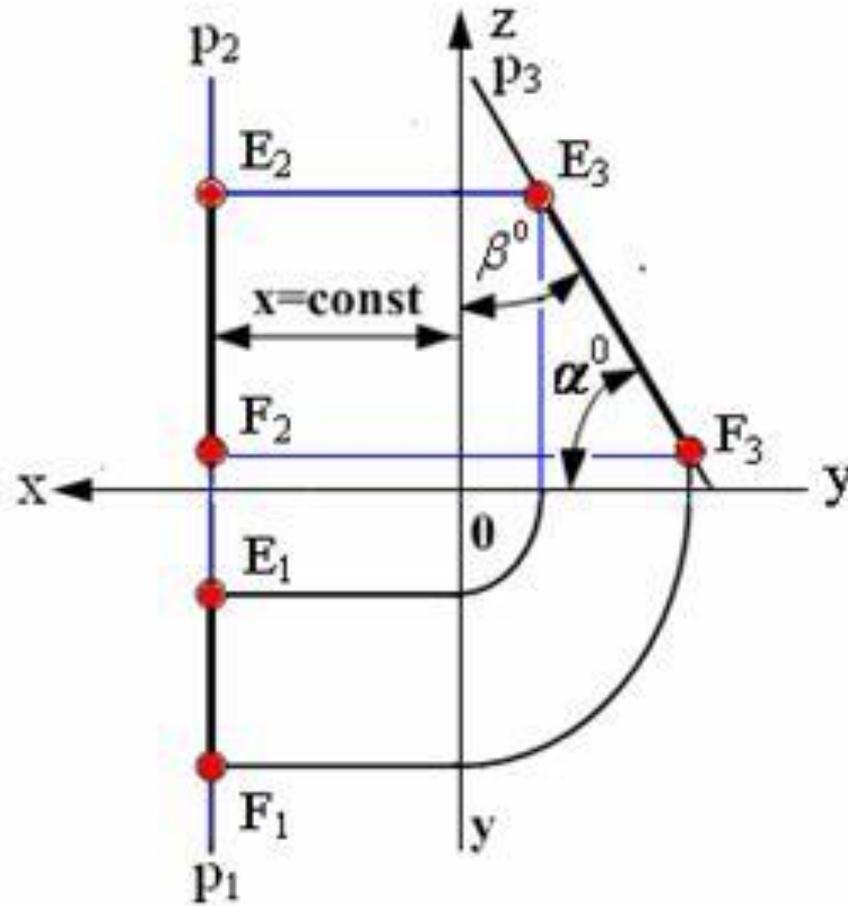
Горизонтальная прямая h – *горизонталь*



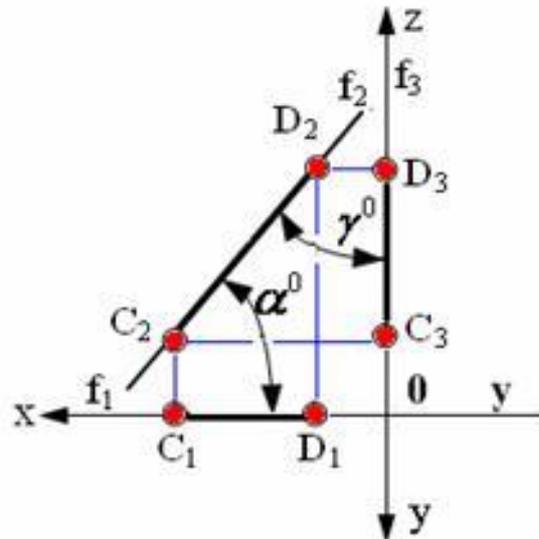
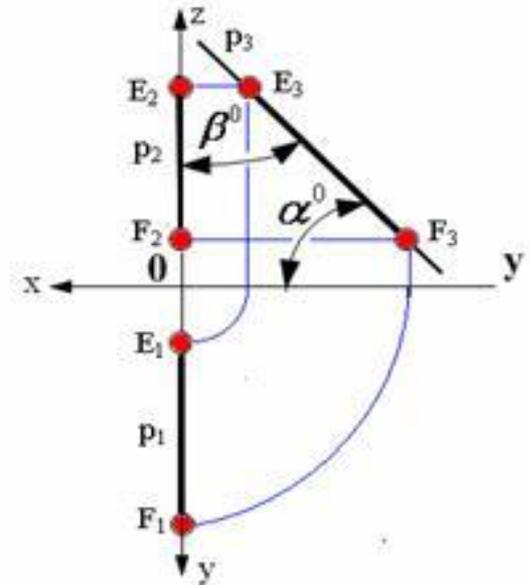
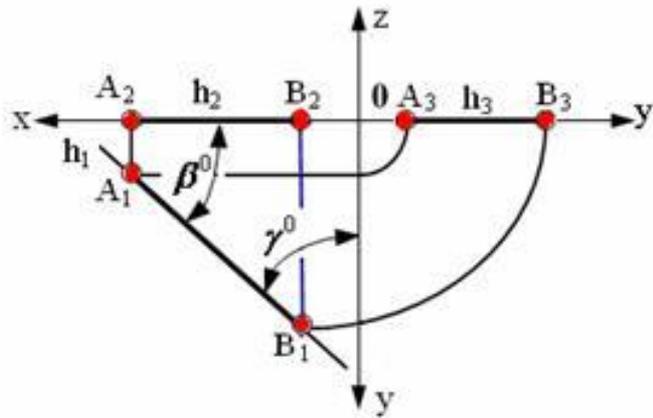
Фронтальная прямая f – фронталь



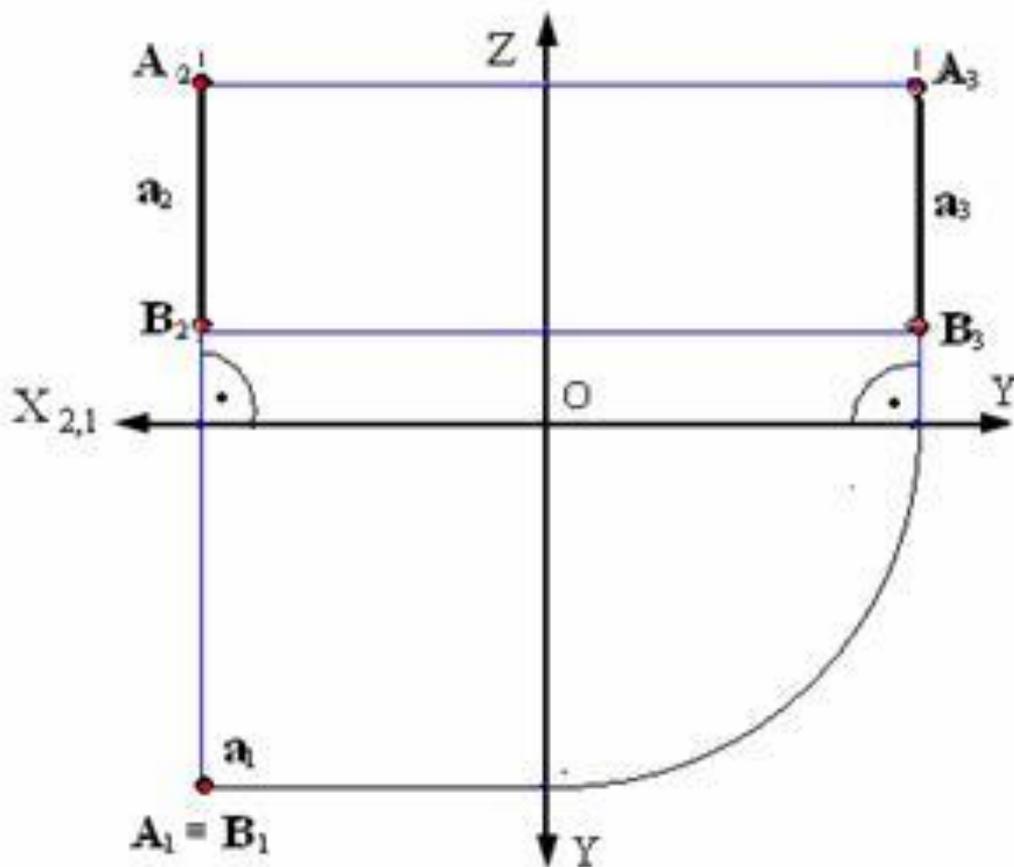
Профильная прямая p



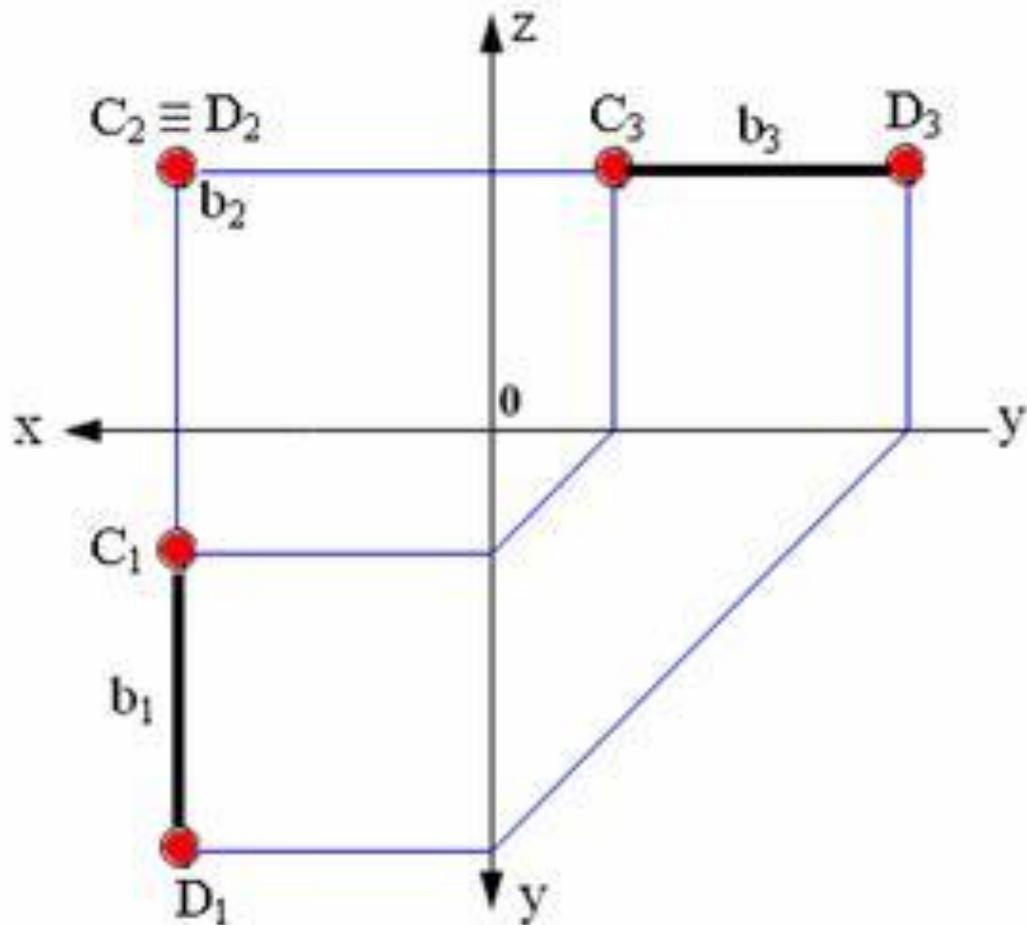
Частные случаи горизонталей, фронталей и профильной прямой



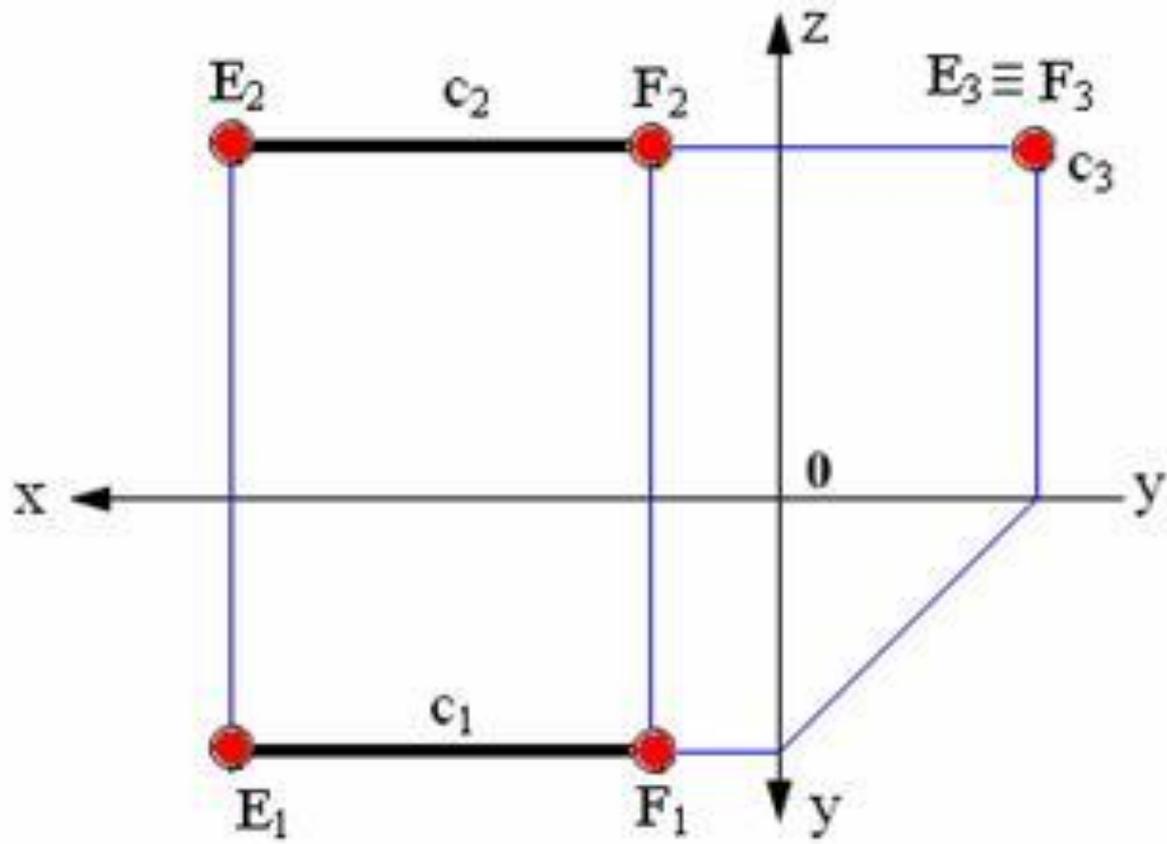
Горизонтально-проецирующая прямая



Фронтально-проецирующая прямая



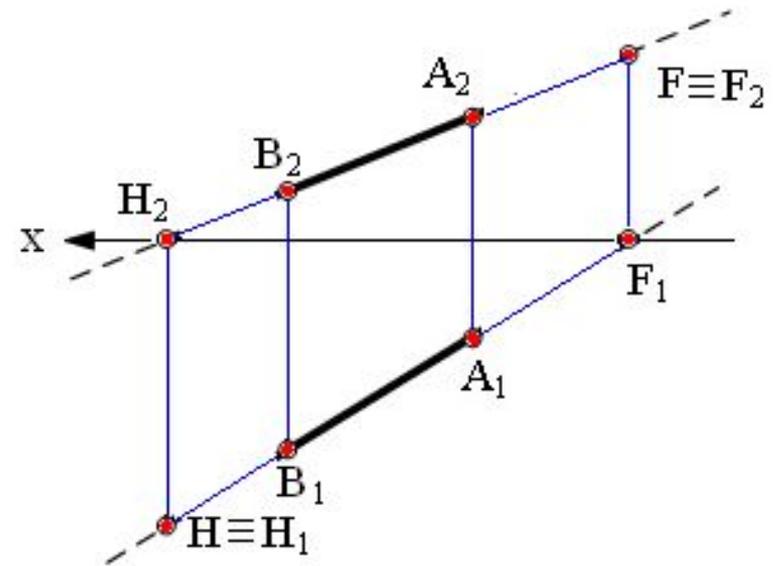
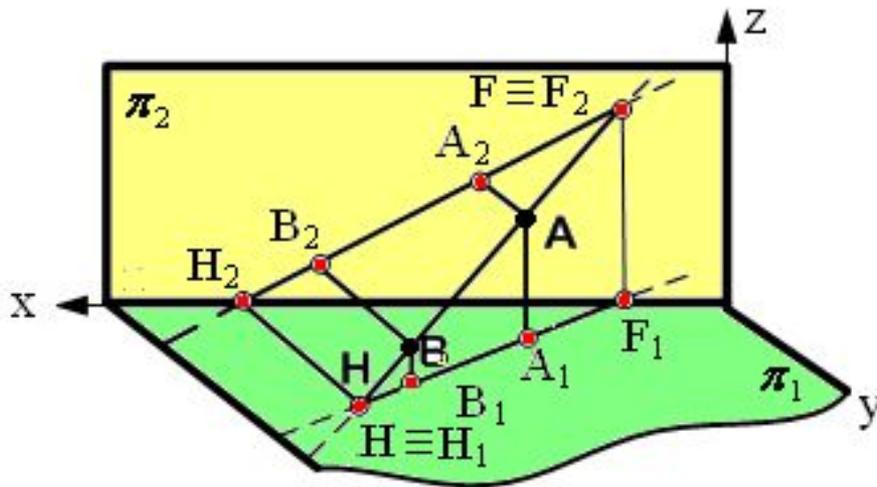
Профильно-проецирующая прямая



Следы прямой линии

В пространстве

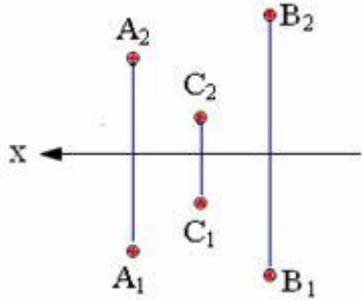
На эюре



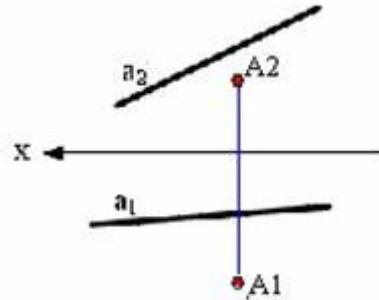
Горизонтальный след $H (H_1, H_2)$;
Фронтальный след $F (F_1, F_2)$

Плоскость. Способы задания

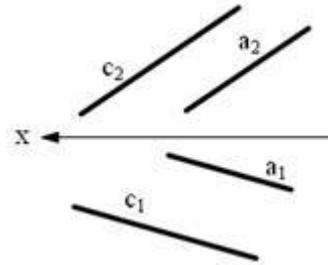
Тремя точками, не лежащими на одной прямой



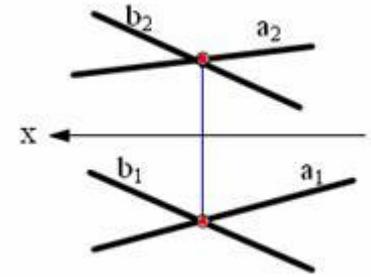
Прямой и точкой вне ее



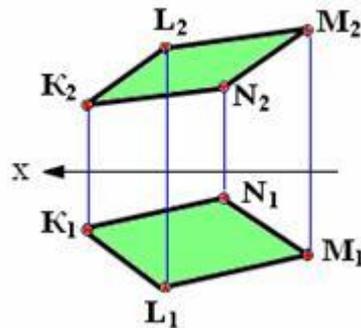
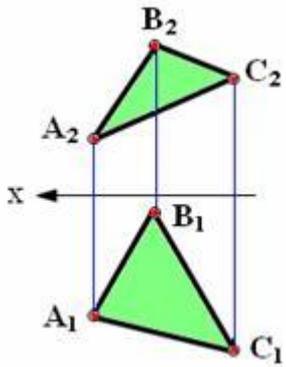
Двумя параллельными прямыми



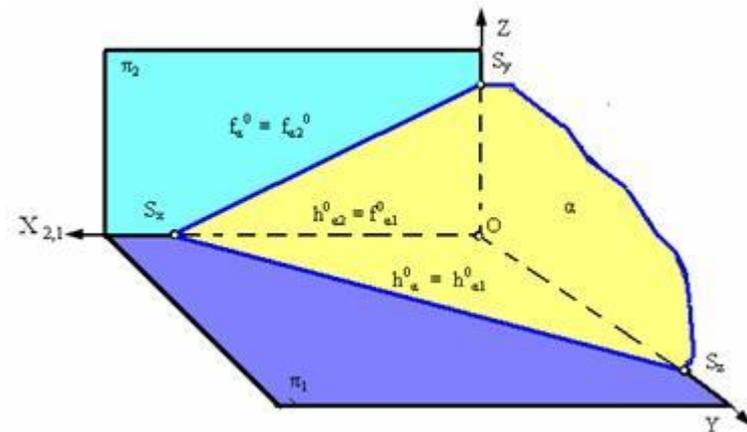
Двумя пересекающимися прямыми



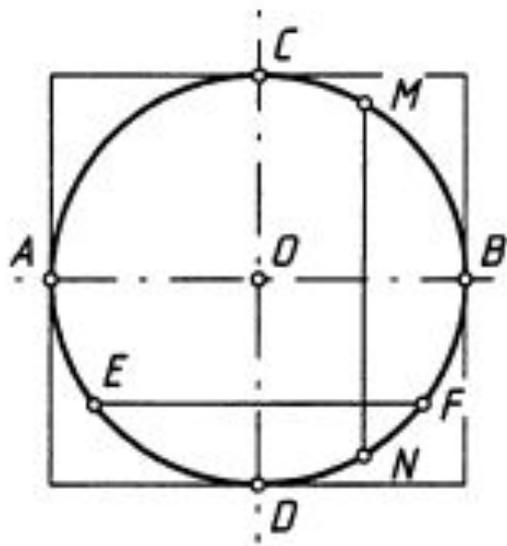
Плоской фигурой



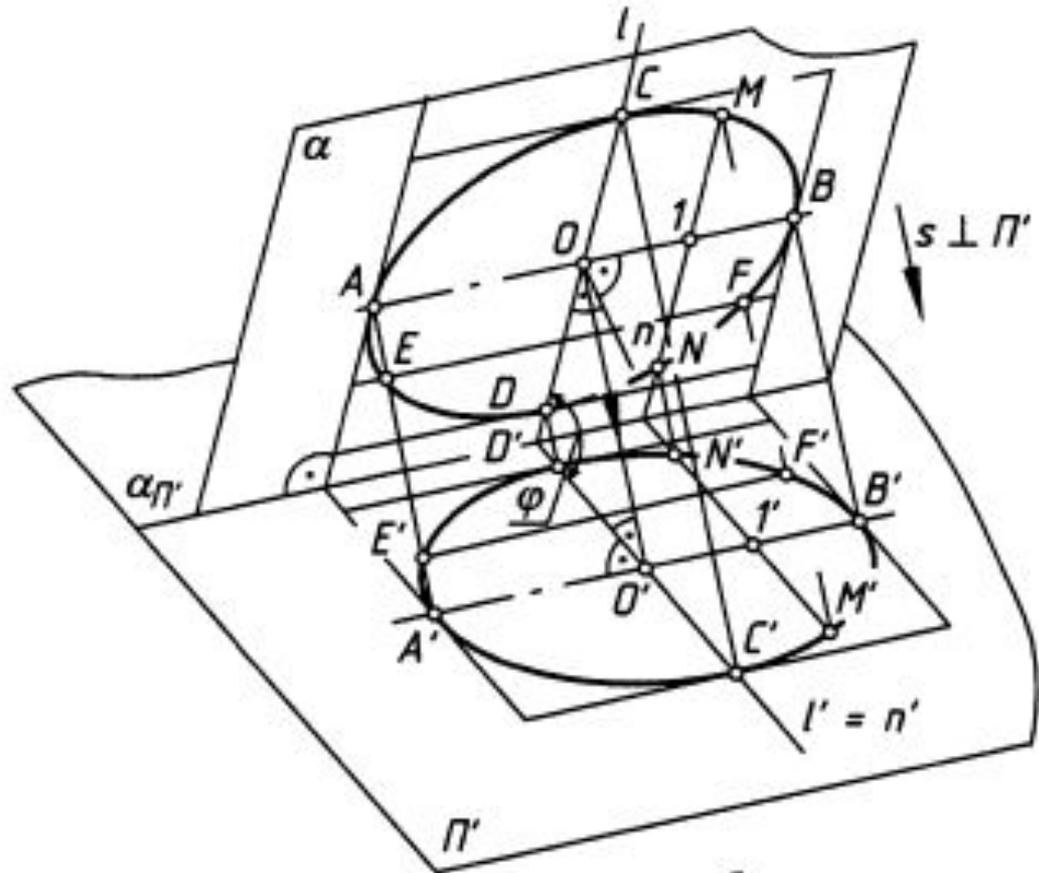
Следами плоскости



Ортогональная проекция окружности

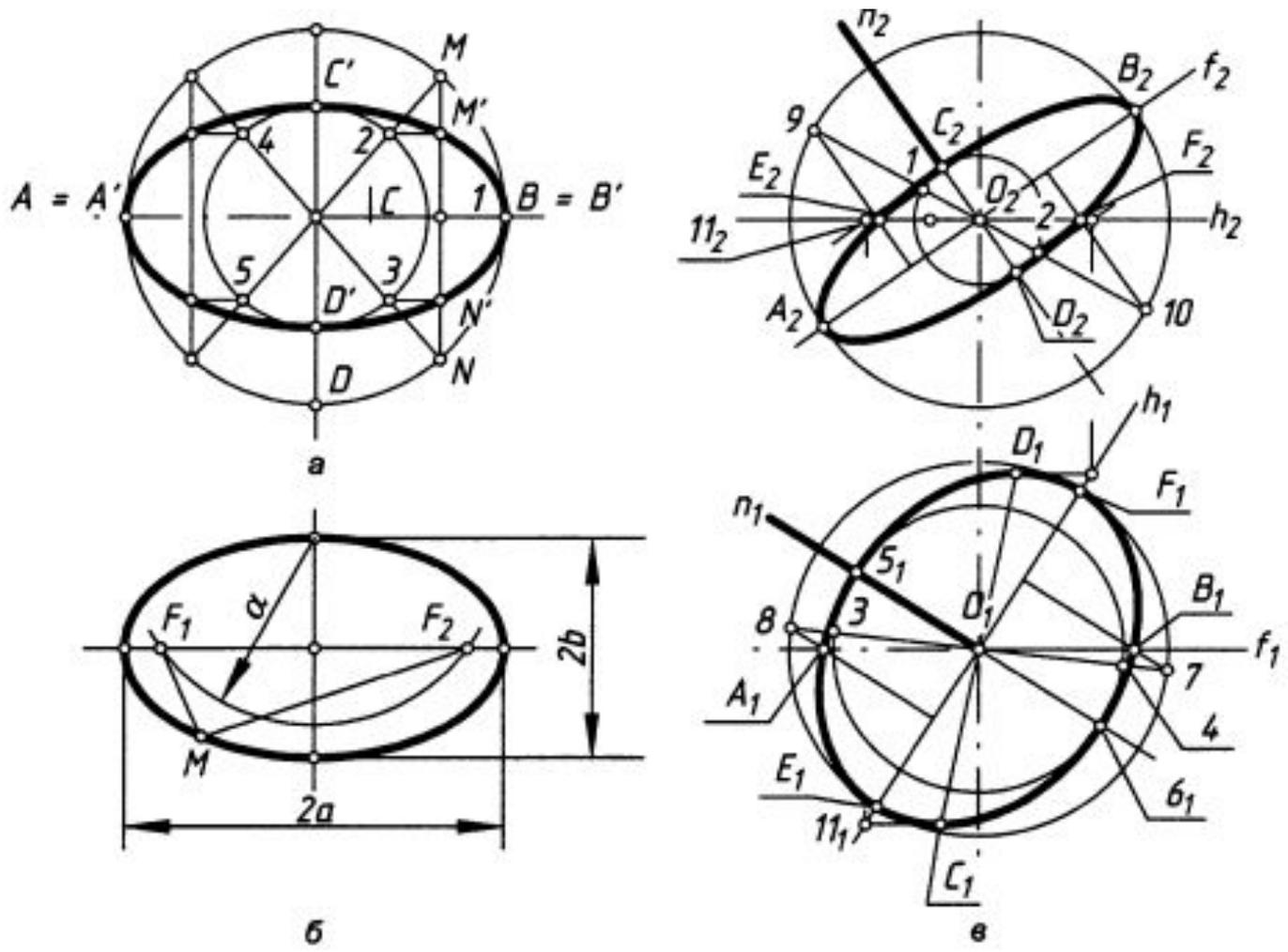


а



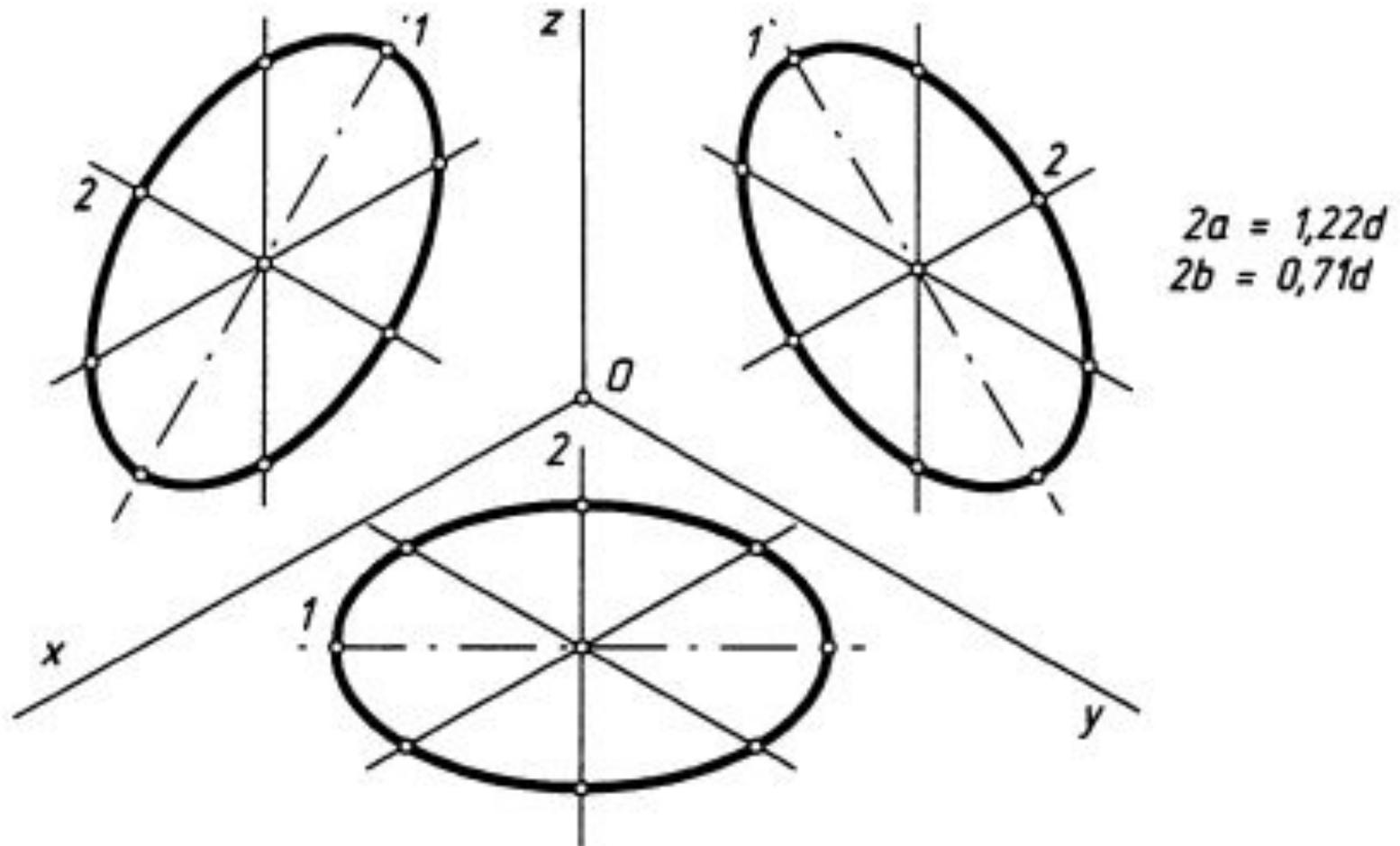
б

Построение ортогональной поверхности окружности

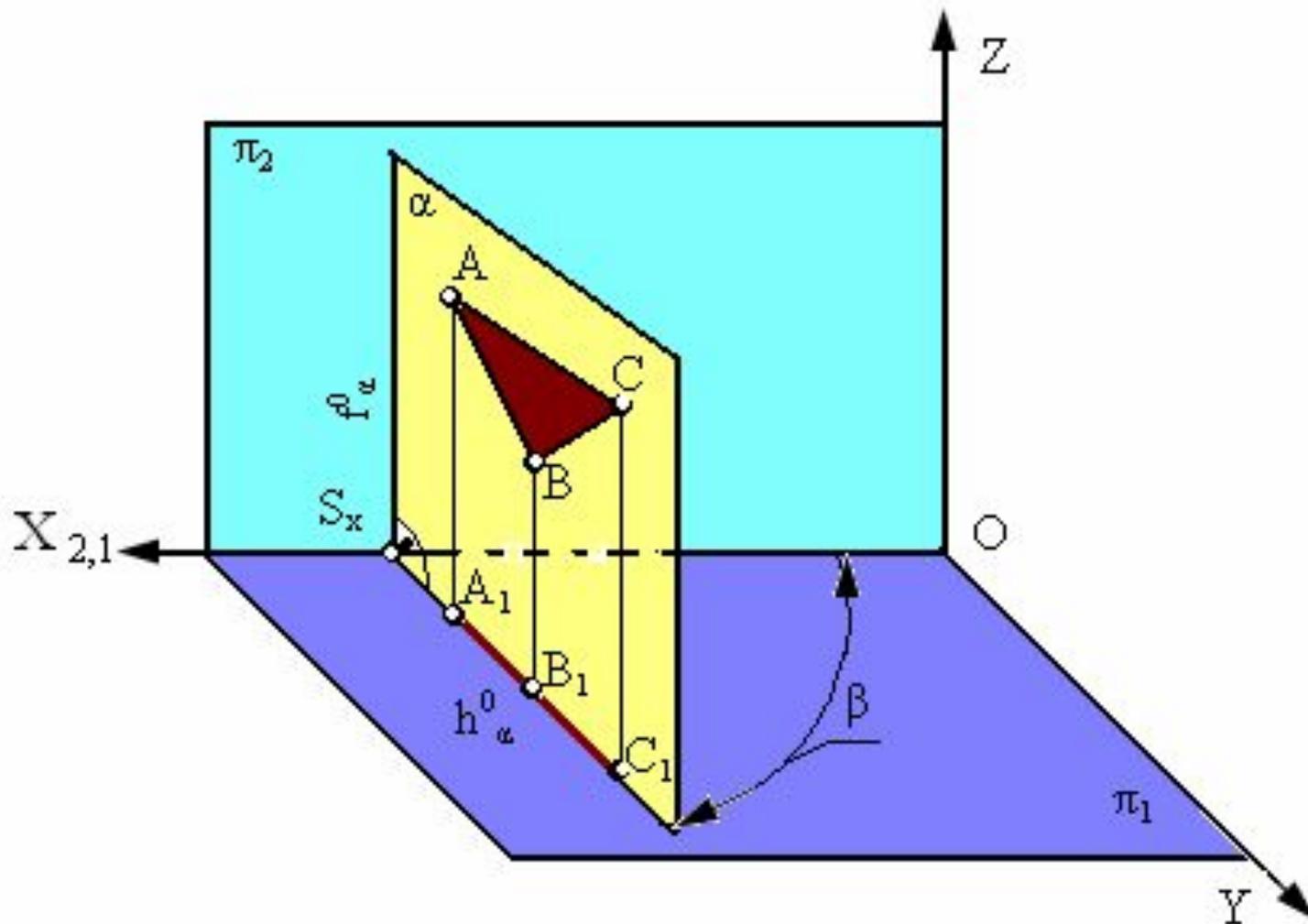


Ортогональной проекцией окружности является эллипс, большая ось которого равна ее диаметру d , а малая ось равна произведению $d \cdot \cos \varphi$ и параллельна проекции n' нормали n ее плоскости.

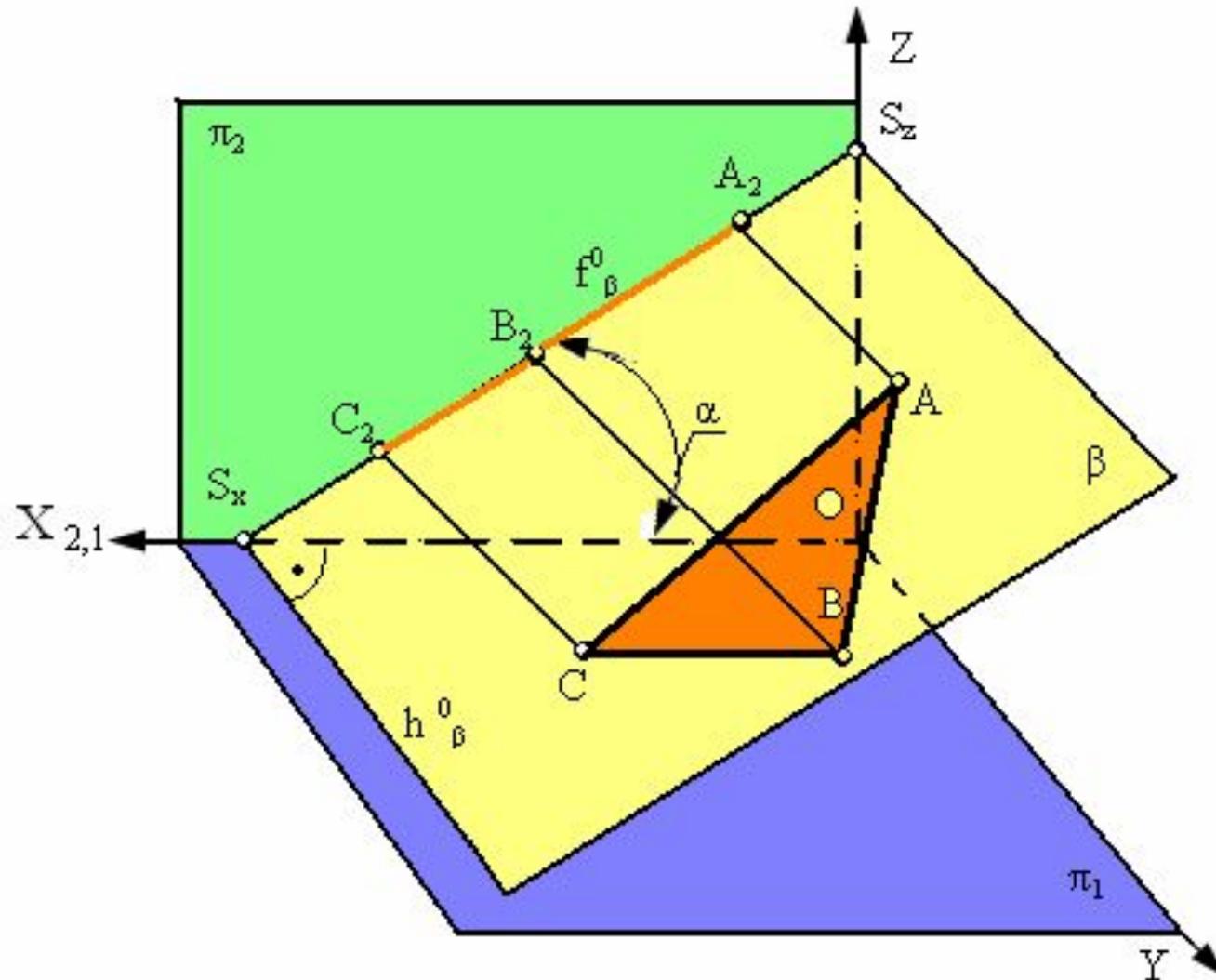
Оси эллипсов в прямоугольной изометрии



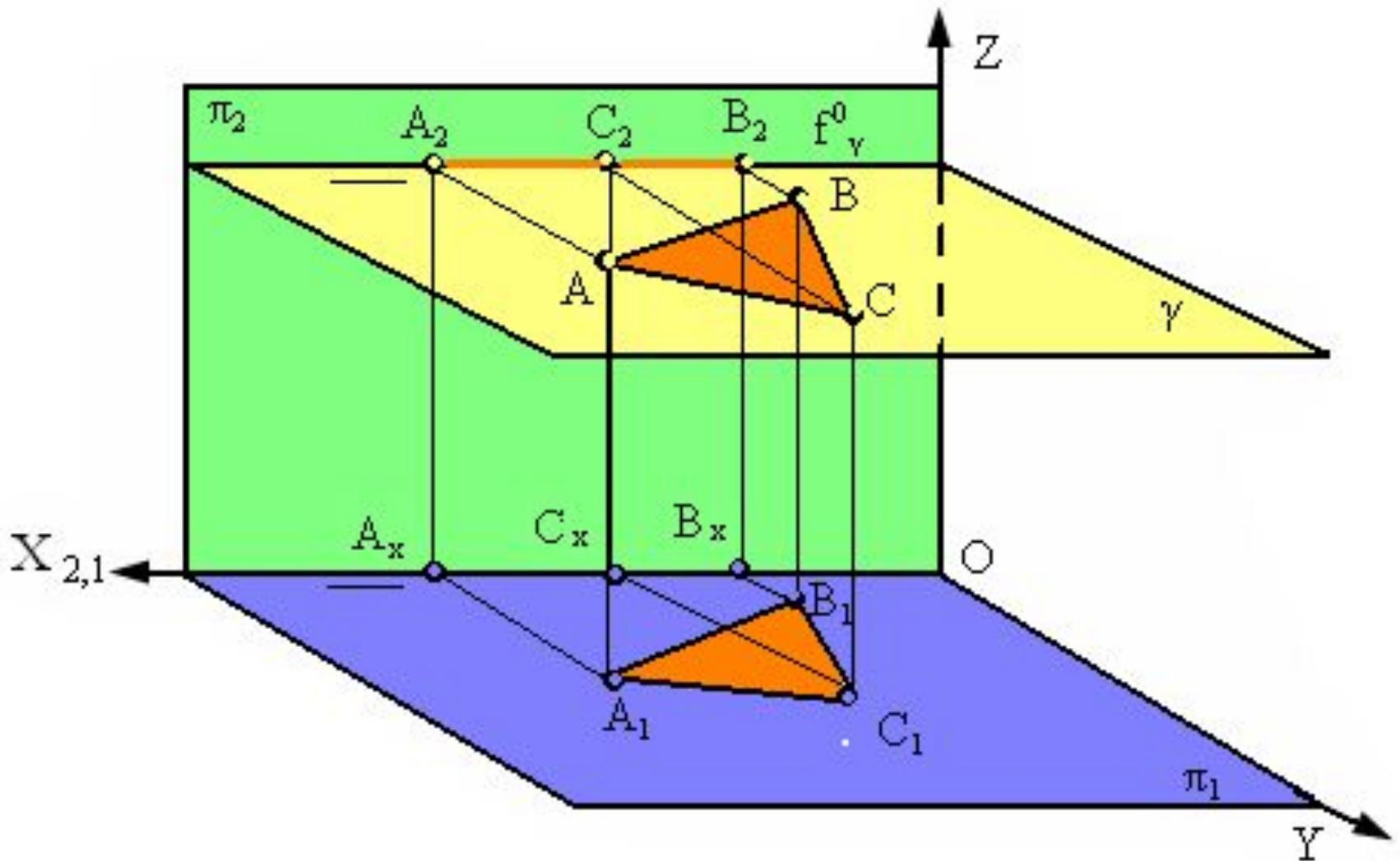
Горизонтально-проецирующая плоскость $\alpha \perp \pi_1$



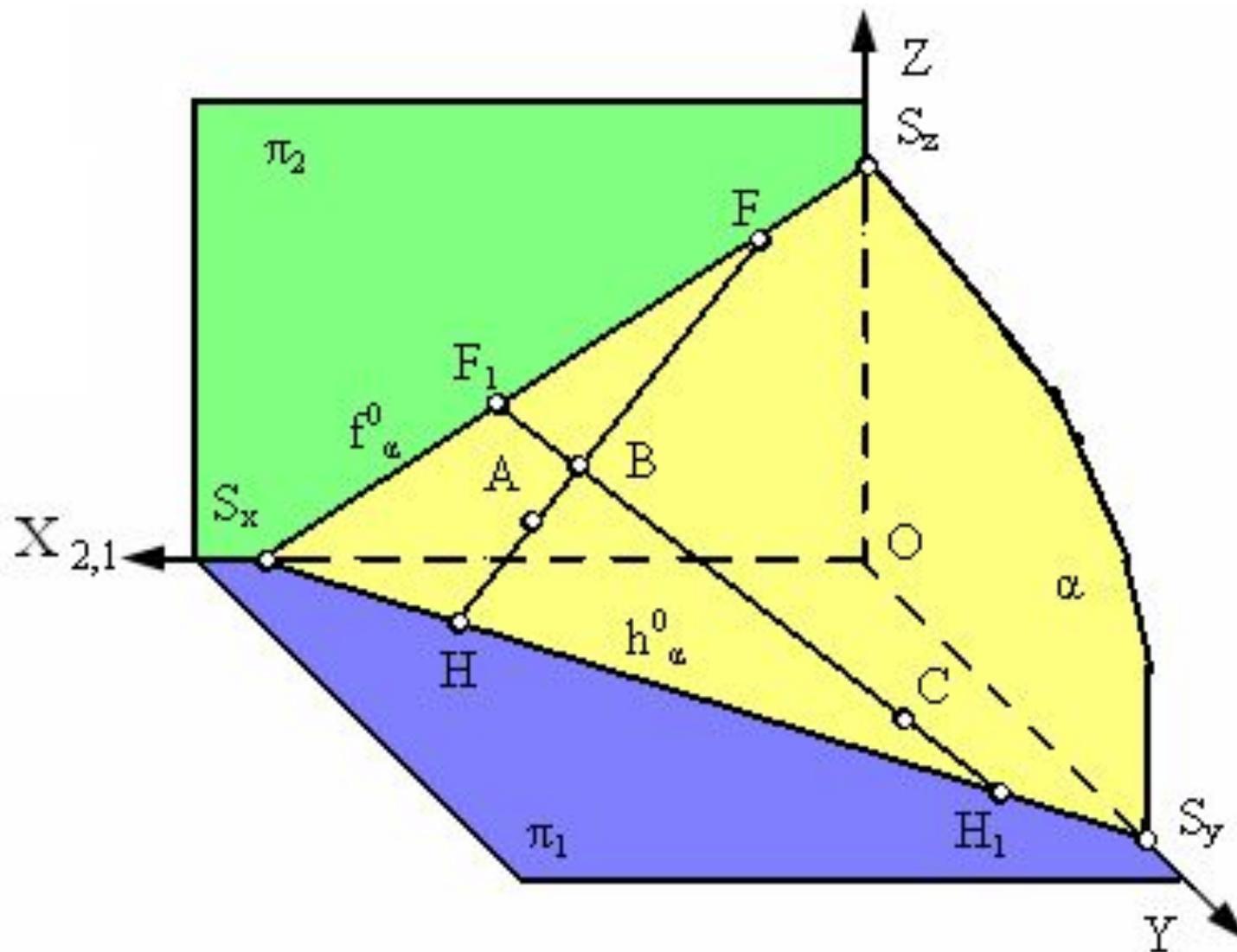
Фронтально-проецирующая плоскость $\beta \perp \pi_2$



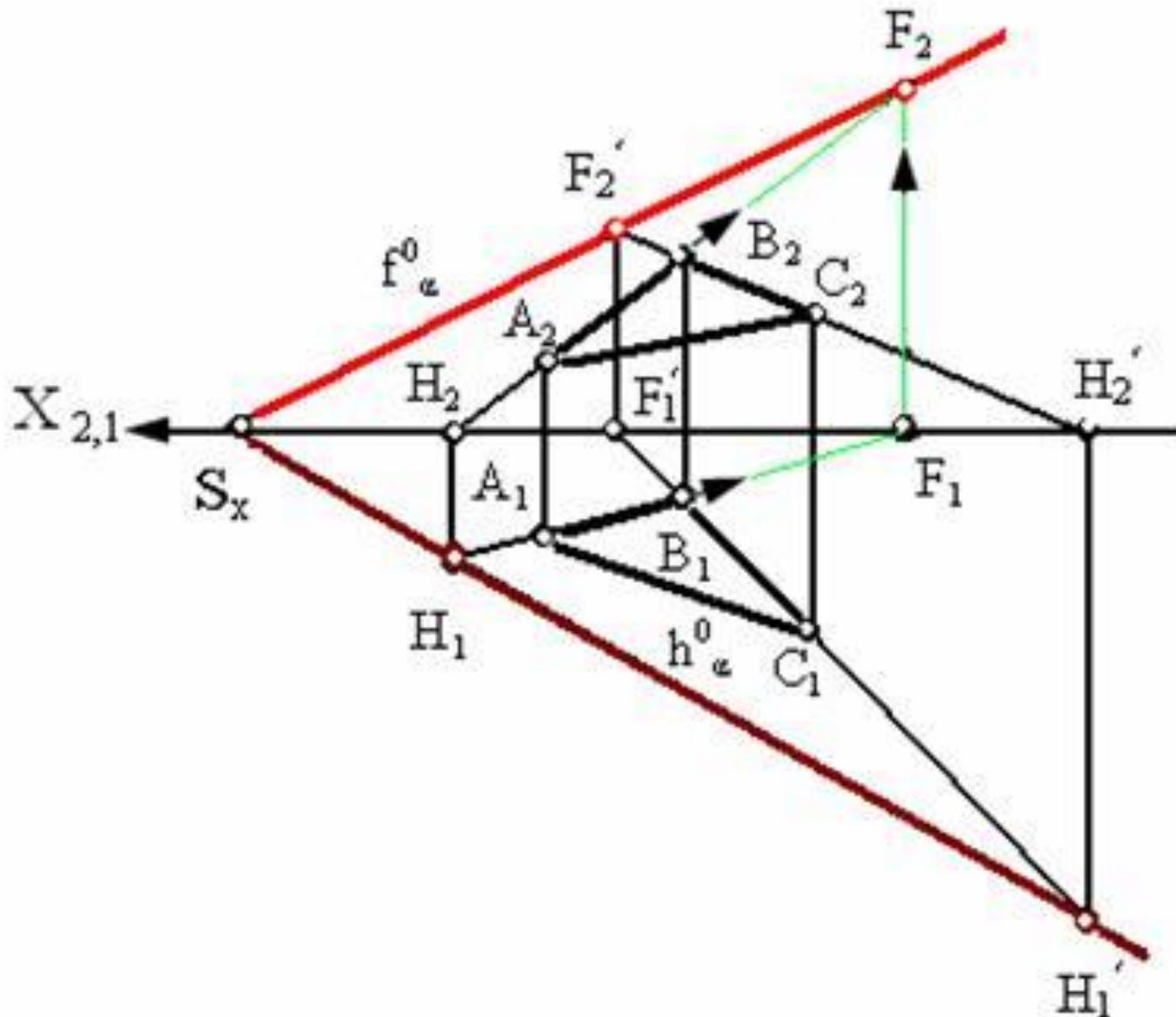
Горизонтальная плоскость $\gamma \perp \pi_1$



Следы плоскости в пространстве

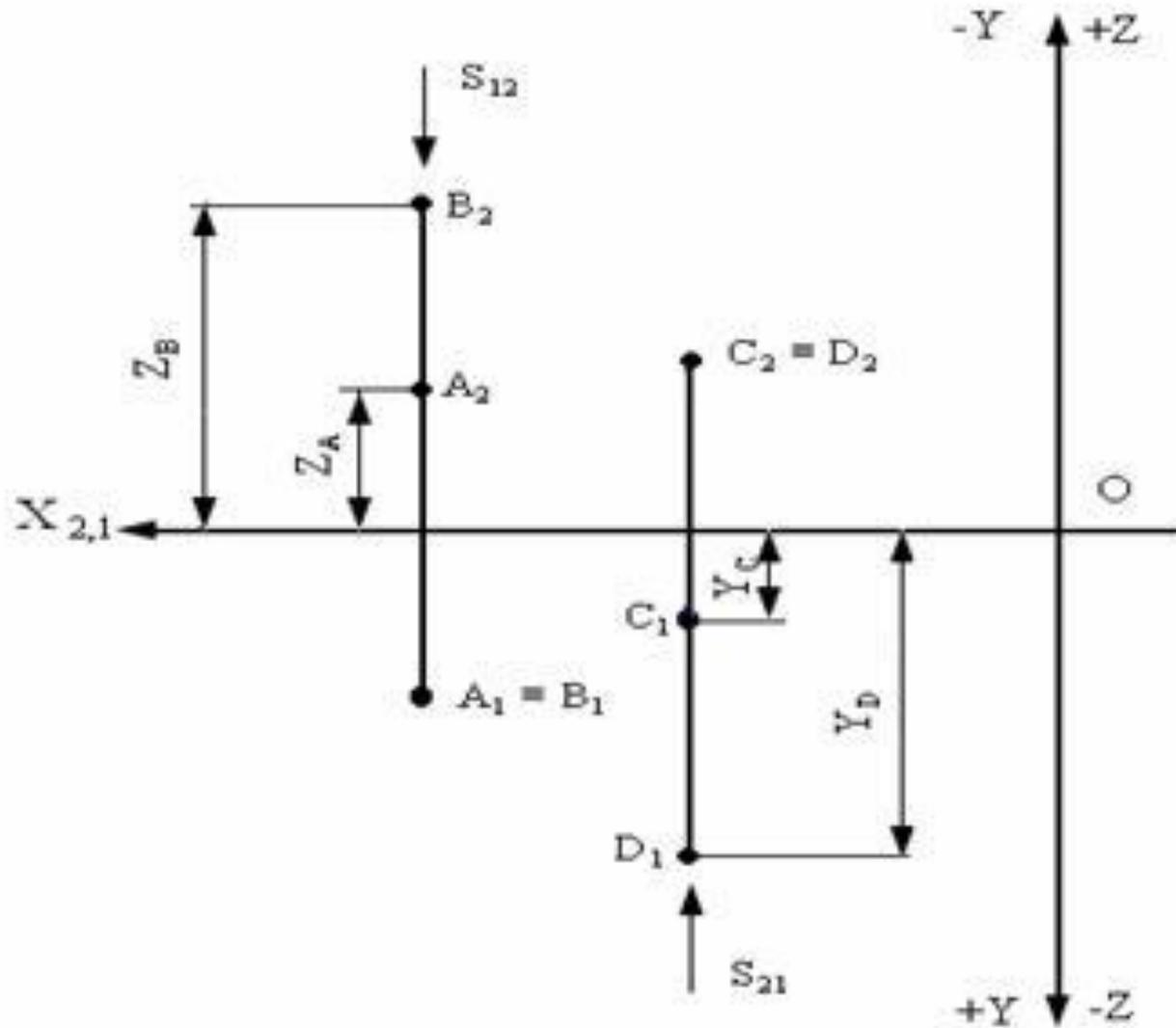


Следы плоскости на комплексном чертеже

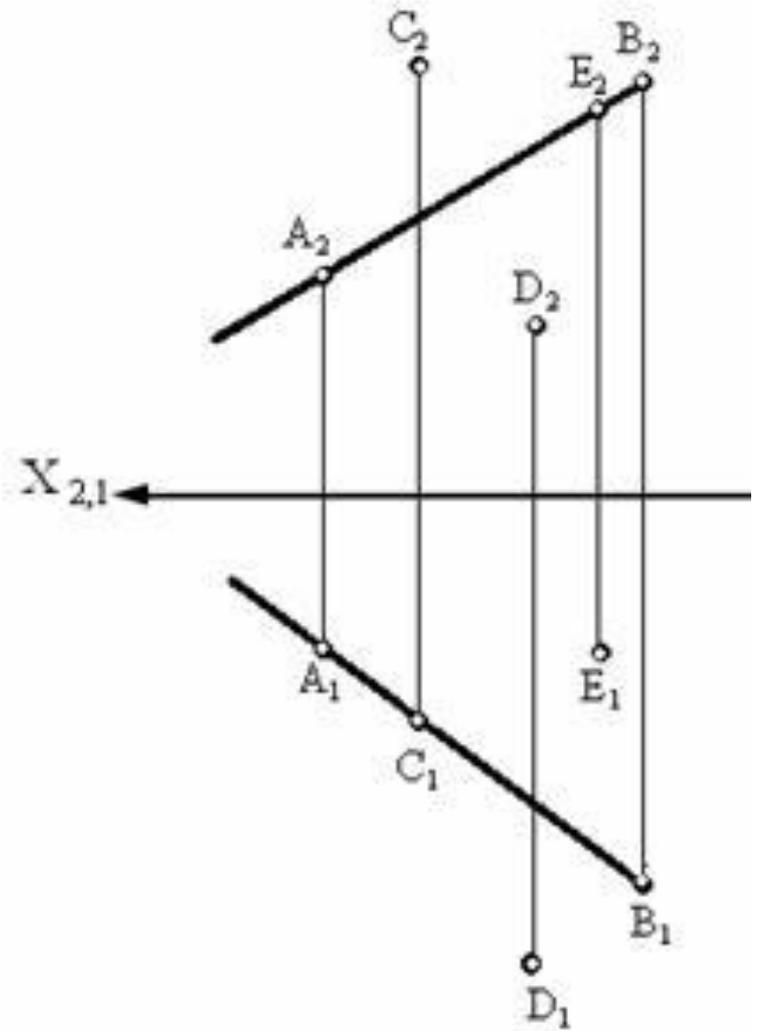
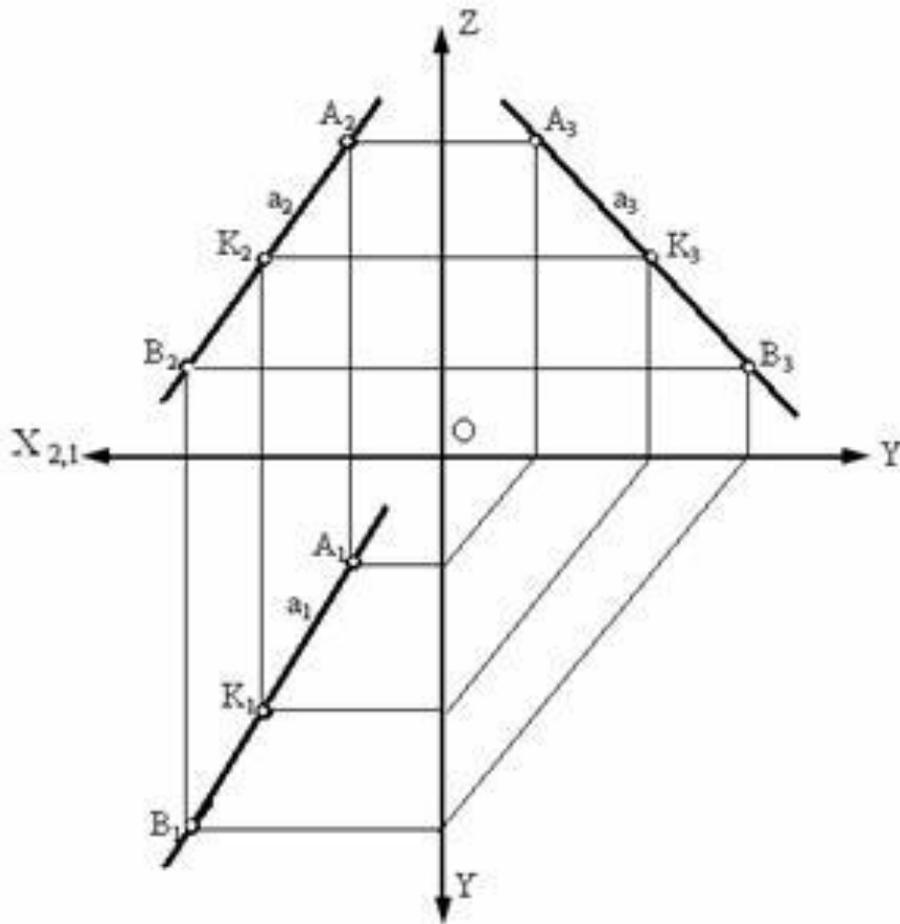


Позиционные задачи

Конкурирующие точки

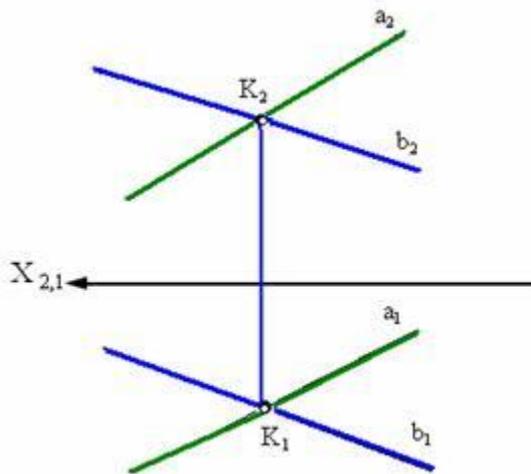


Принадлежность точек прямой

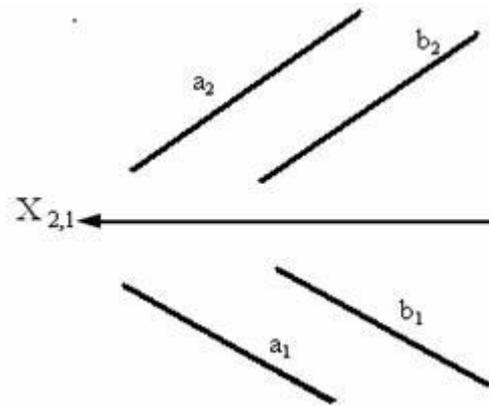


Взаимное положение прямых

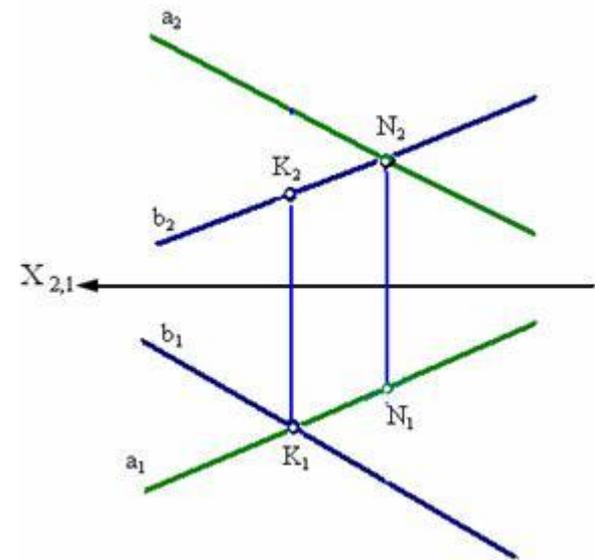
Пересекающиеся прямые



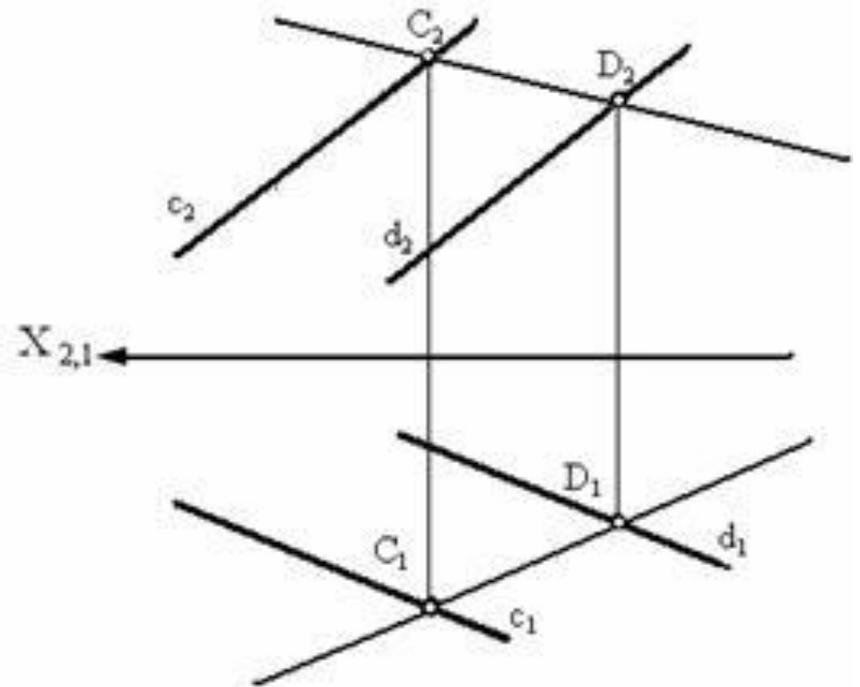
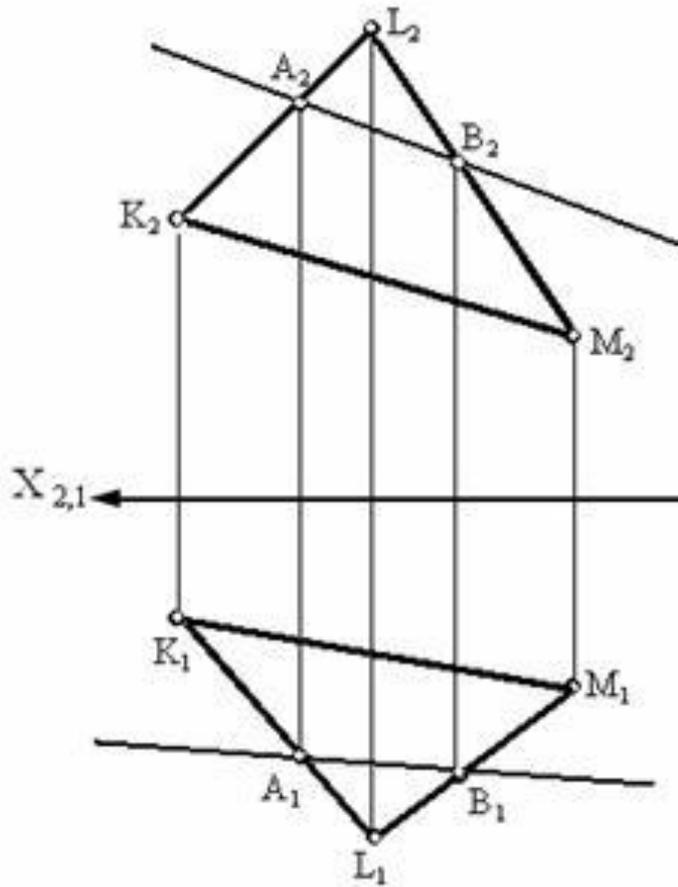
Параллельные прямые



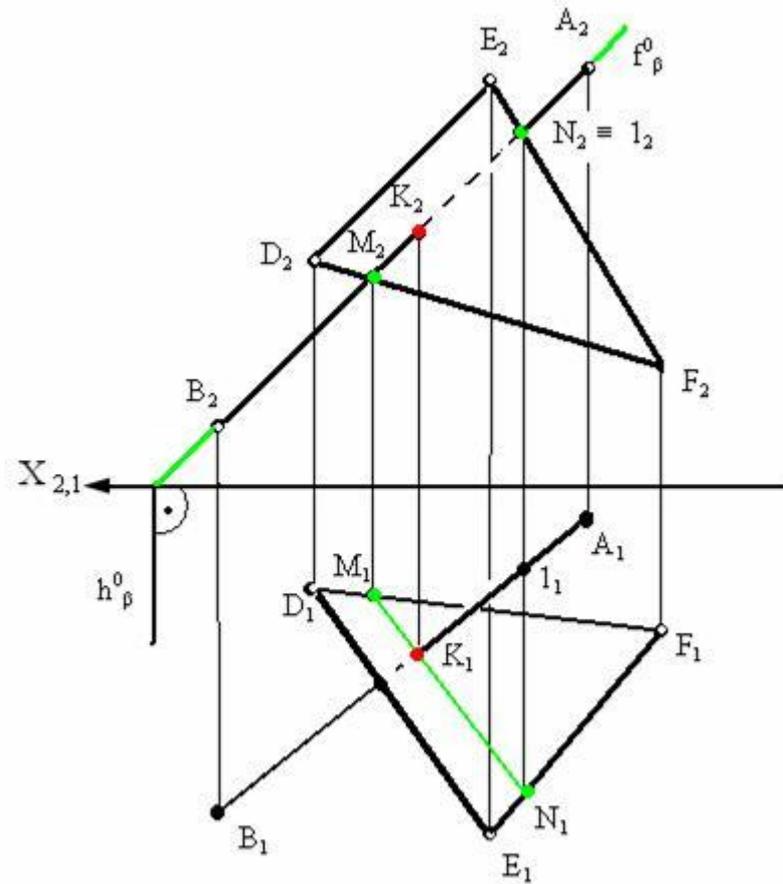
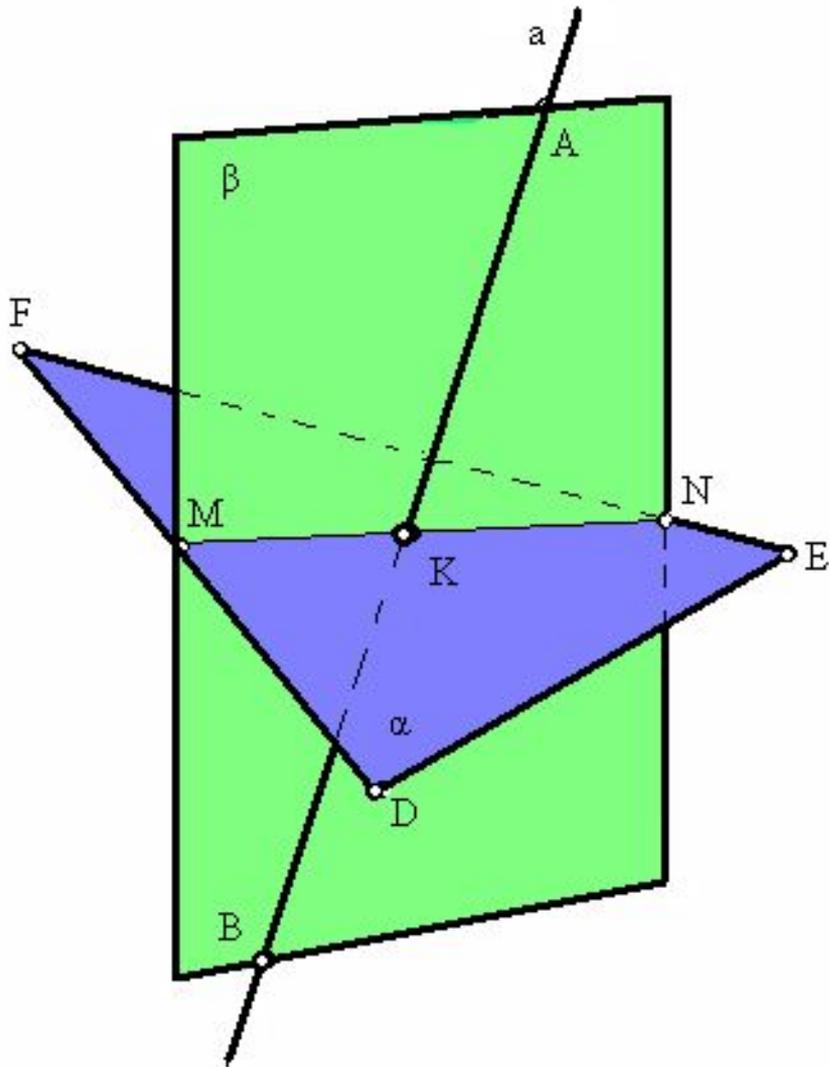
Скрещивающиеся прямые



Прямая и точка на плоскости



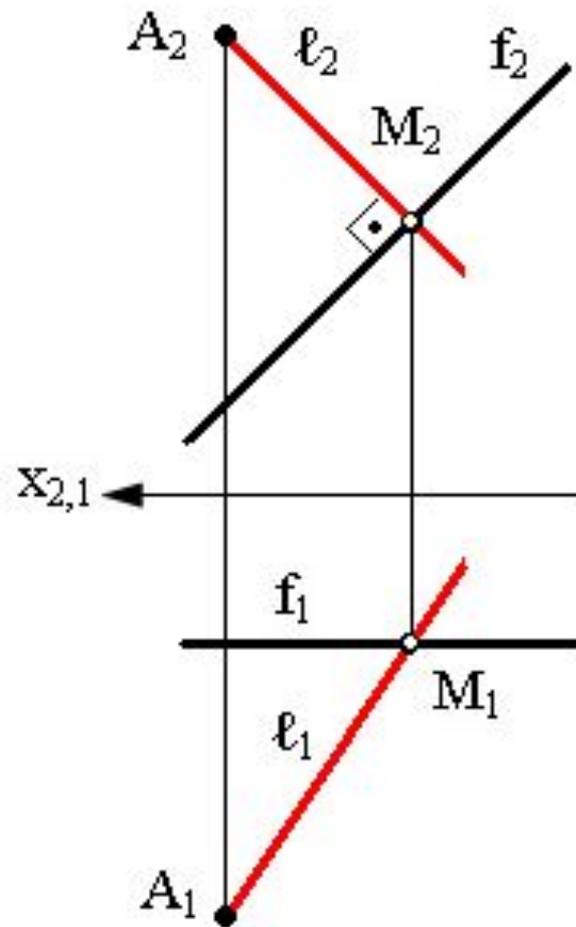
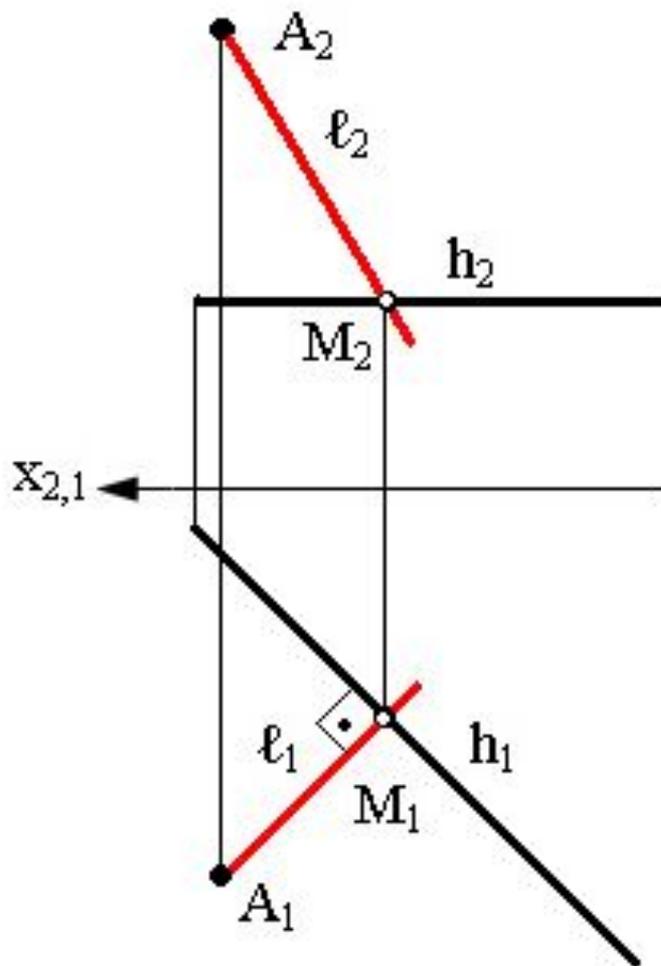
Пересечение прямой и плоскости



Перпендикулярность прямых и плоскостей

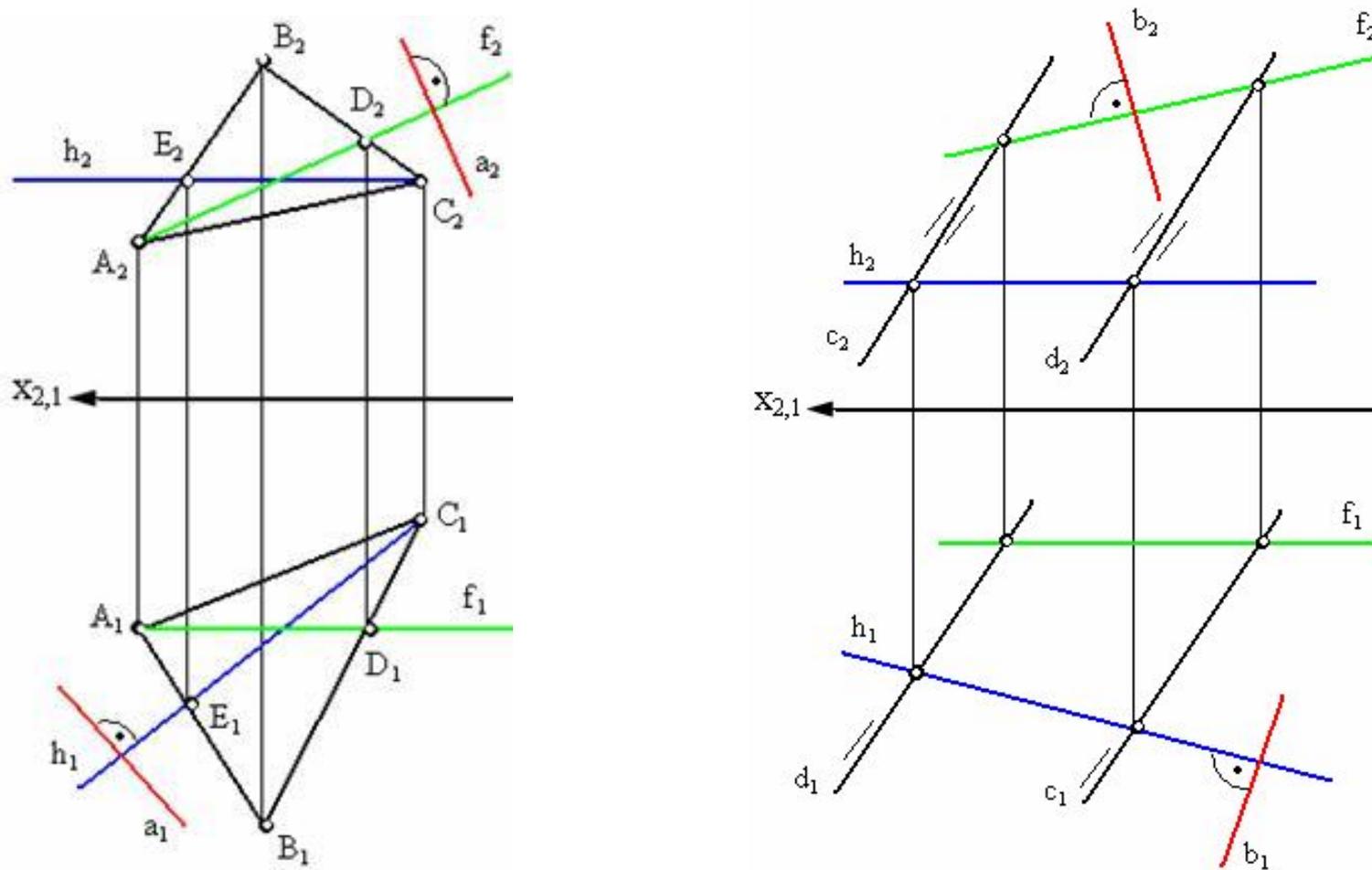
Условие перпендикулярности двух прямых

Две прямые перпендикулярны, если одна из них линия уровня



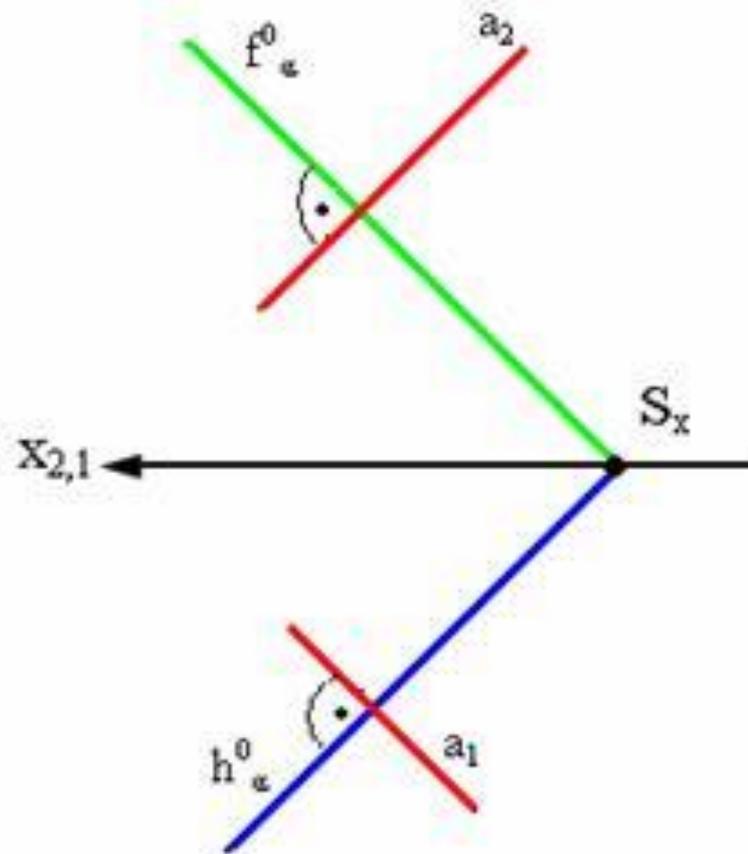
Условие перпендикулярности прямой и плоскости

Прямая a перпендикулярна плоскости α , если ее проекции перпендикулярны соответствующим проекциям горизонтали h и фронтали f этой плоскости.



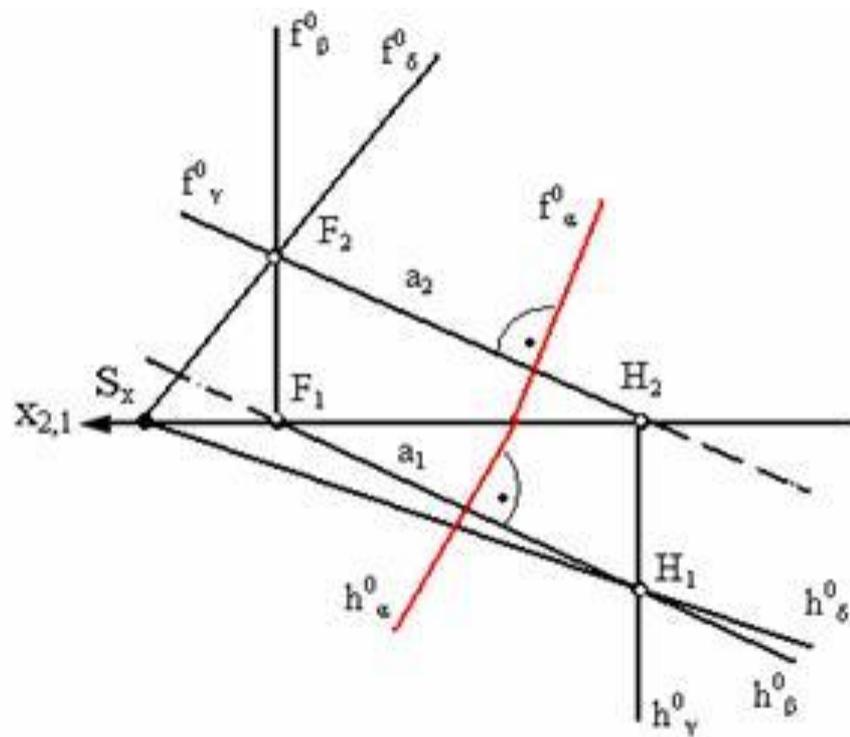
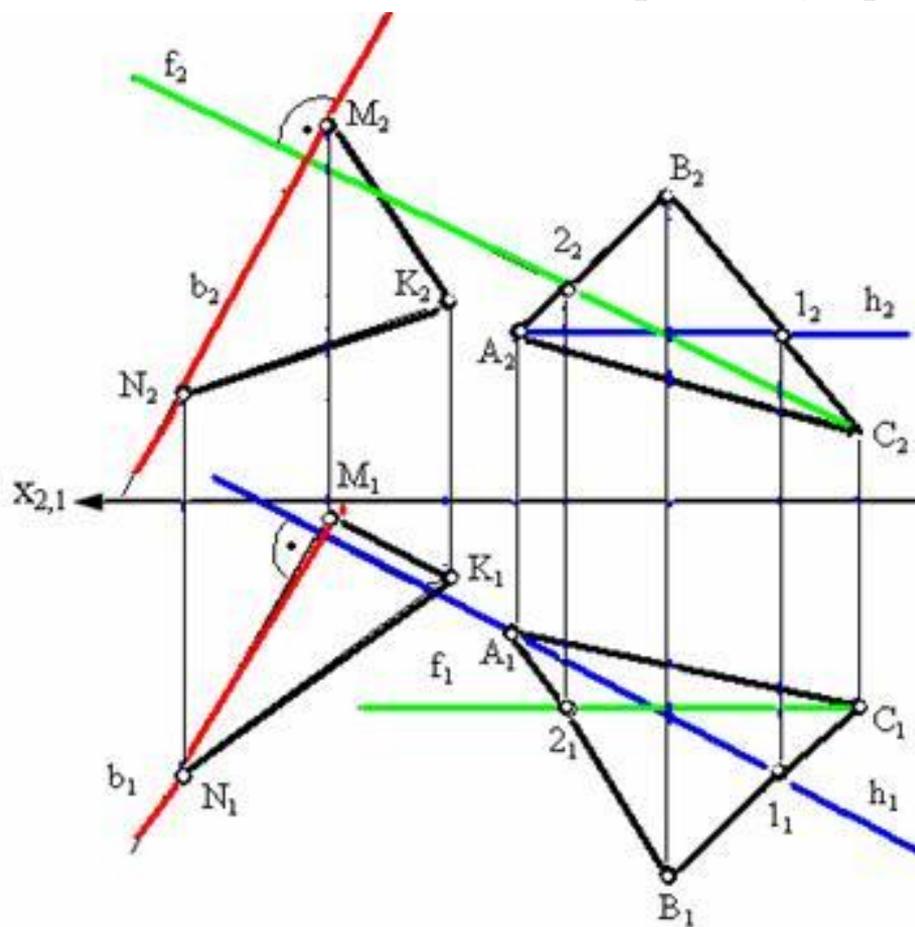
Условие перпендикулярности прямой и плоскости

Прямая a перпендикулярна плоскости α , если ее проекции перпендикулярны соответствующим пересекающимся следам плоскости

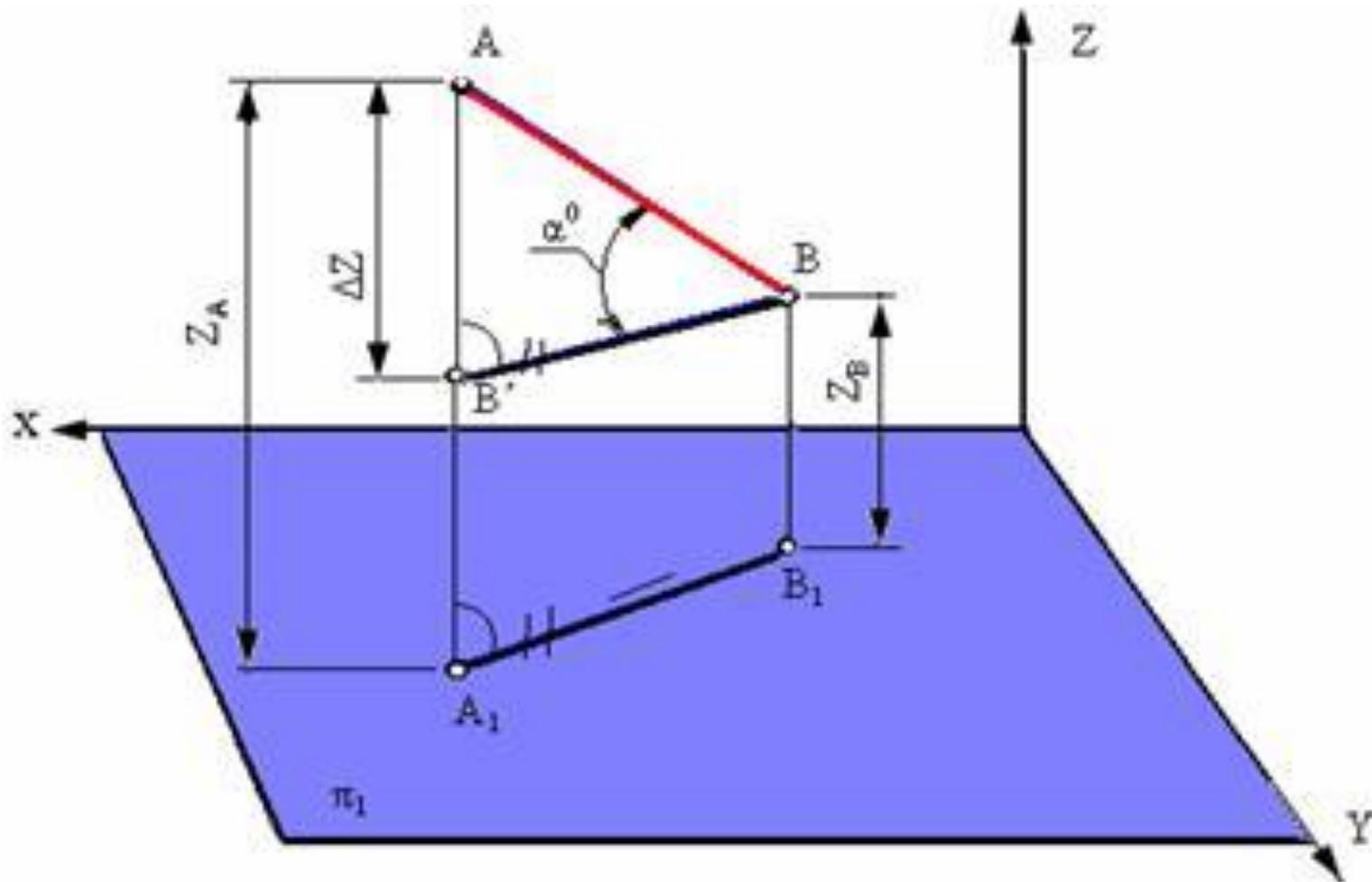


Условие перпендикулярности двух плоскостей

Плоскости α и β перпендикулярны, если одна плоскость проходит через перпендикуляр к другой плоскости

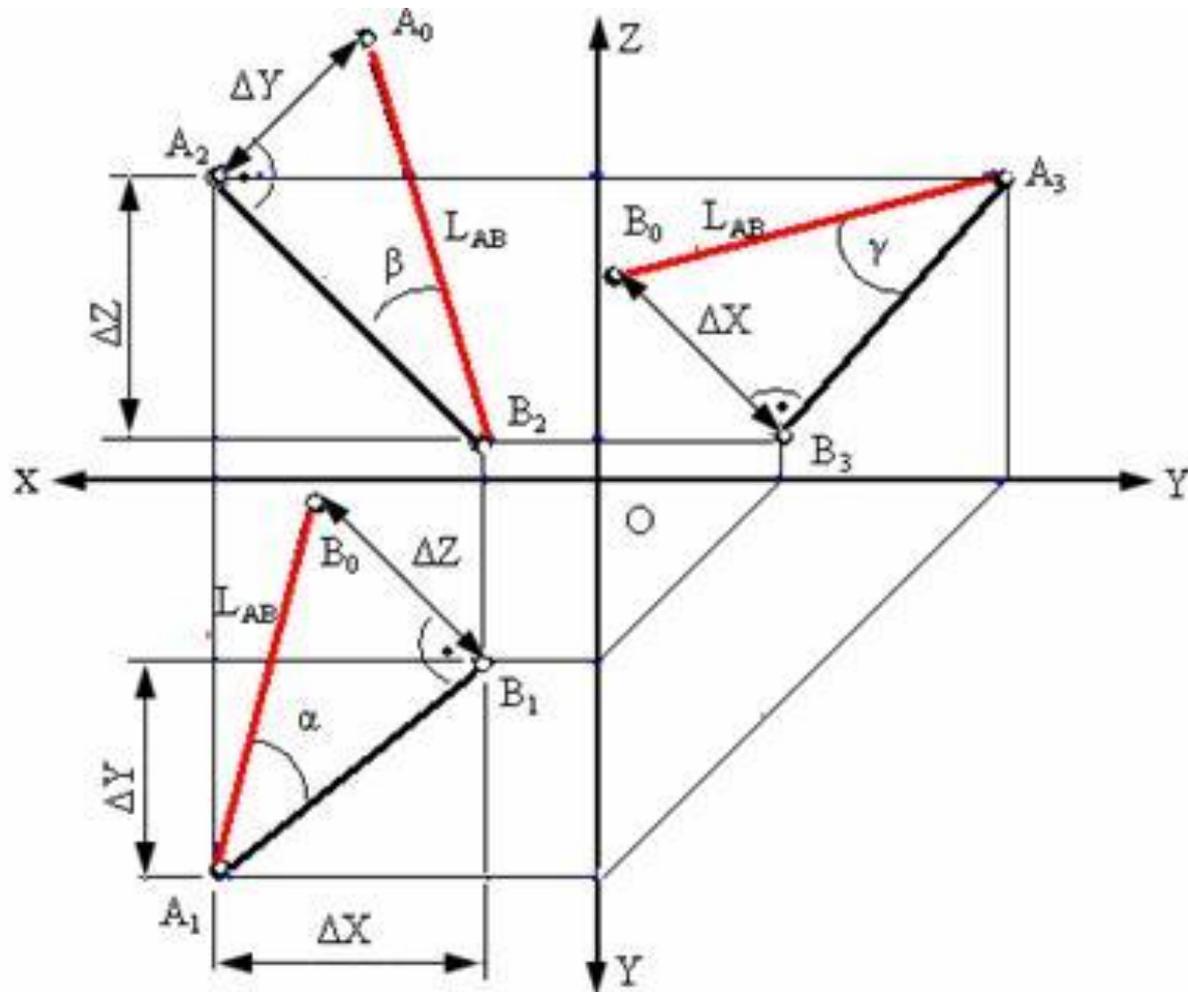


Определение угла наклона отрезка прямой к горизонтальной плоскости проекций



Определение угла наклона отрезка прямой к фронтальной плоскости проекций

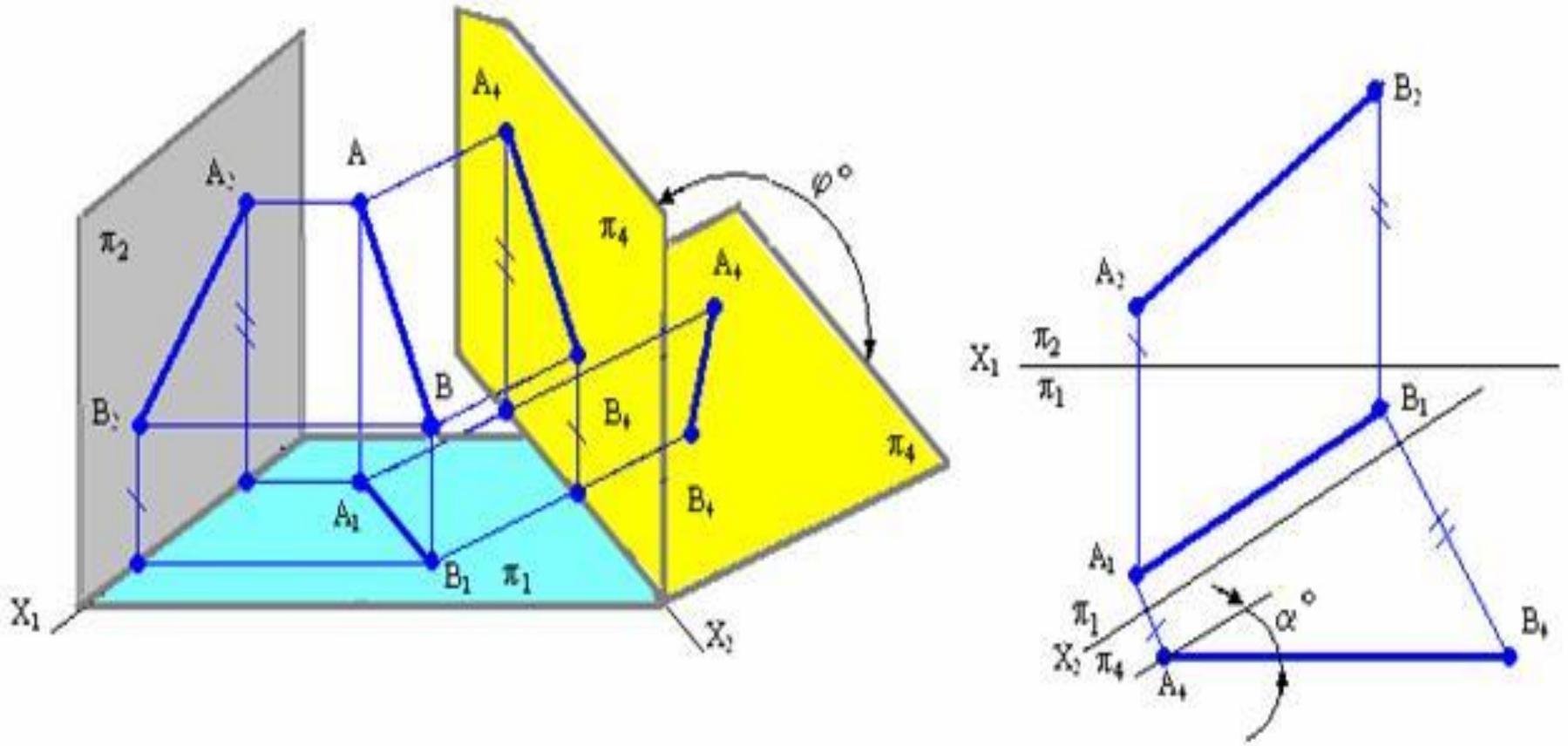
Определение длины отрезка и углов его наклона к плоскостям проекций



Преобразования комплексного чертежа

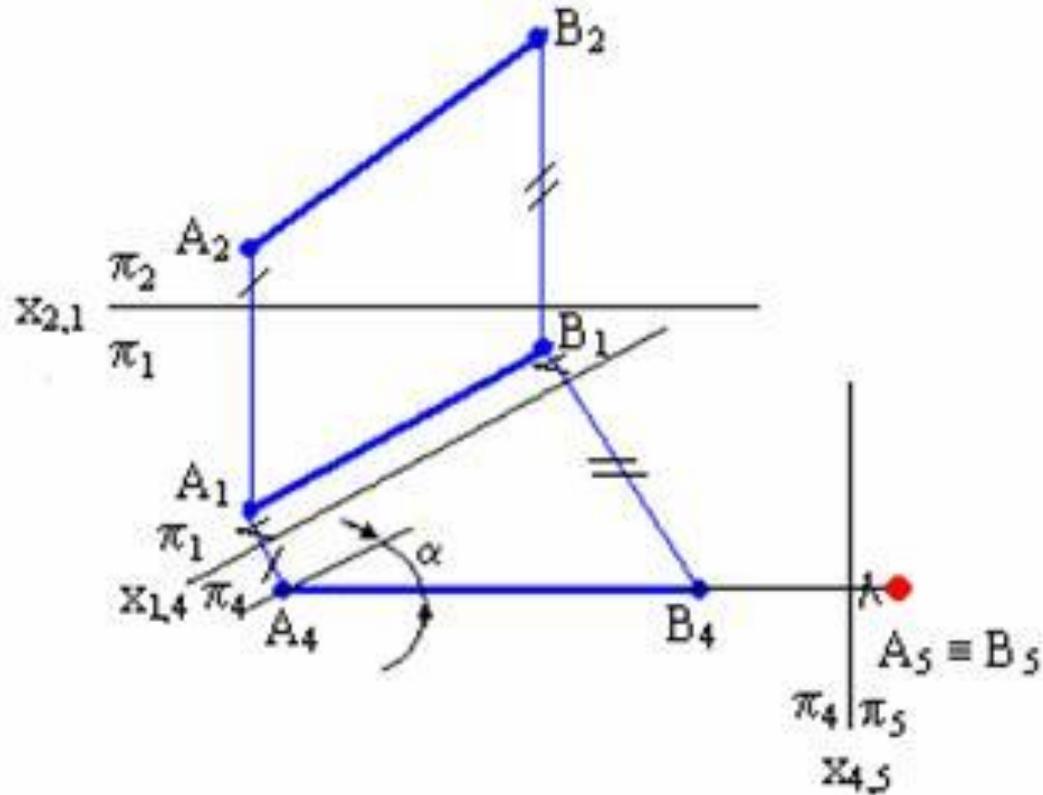
Задачи преобразований комплексного чертежа

Задача 1. Преобразовать комплексный чертеж так, чтобы прямая общего положения AB оказалась параллельной одной из плоскостей проекций т.е. прямой уровня (горизонталь или фронталь) новой системы



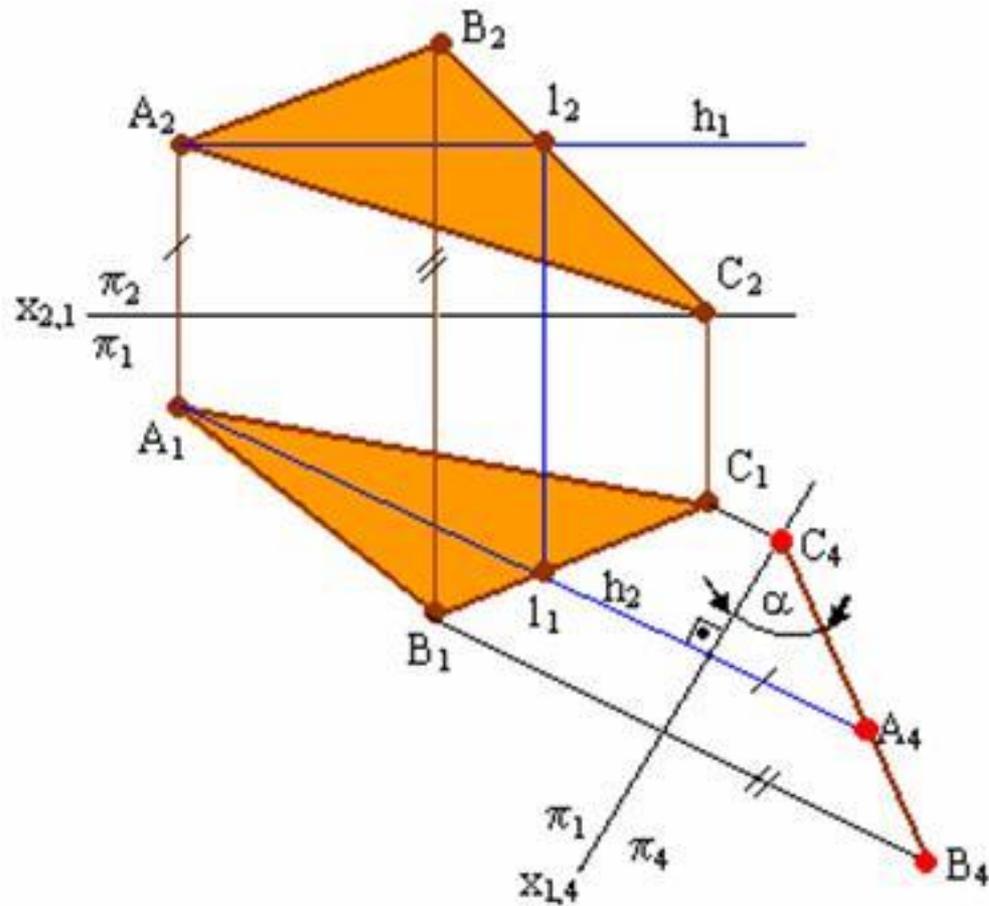
Задачи преобразований комплексного чертежа

Задача 2. Преобразовать комплексный чертеж так, чтобы линия общего положения AB стала проецирующей



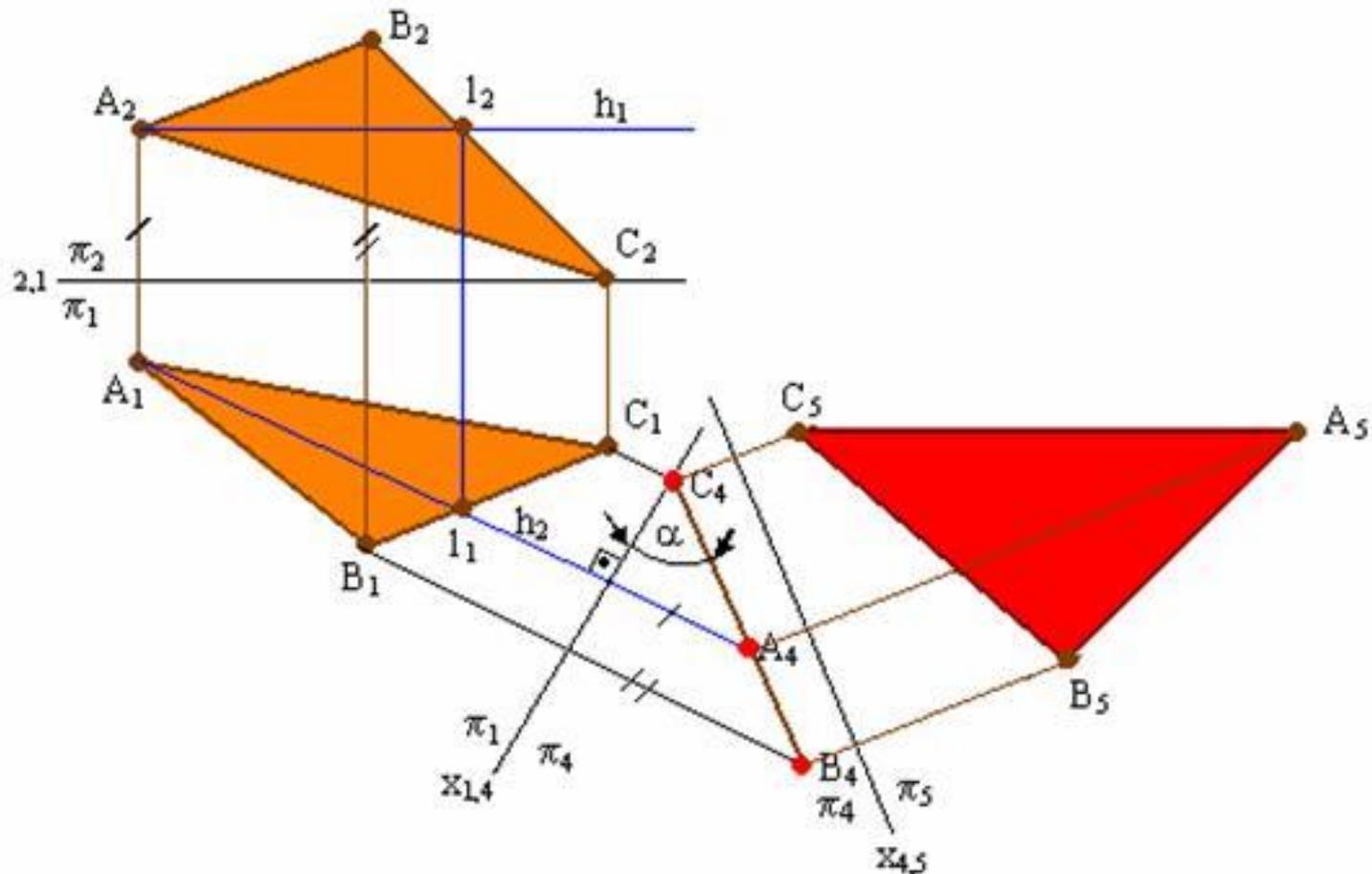
Задачи преобразований комплексного чертежа

Задача 3. Преобразовать комплексный чертеж так, чтобы плоскость общего положения стала проецирующей



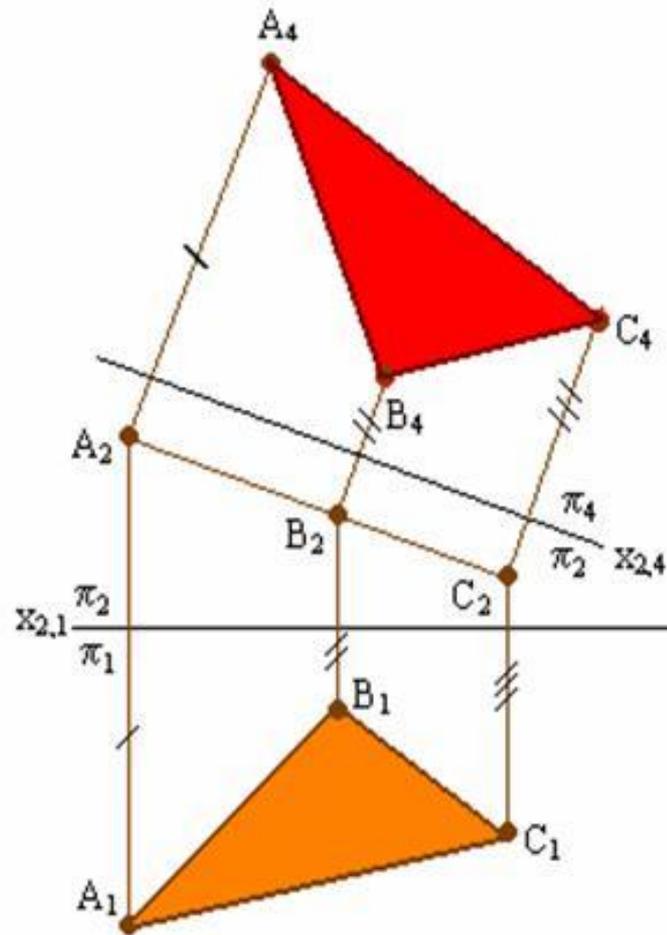
Задачи преобразований комплексного чертежа

Задача 4. Преобразовать комплексный чертеж так, чтобы плоскость общего положения стала плоскостью уровня (параллельной одной из плоскостей проекций) новой системы



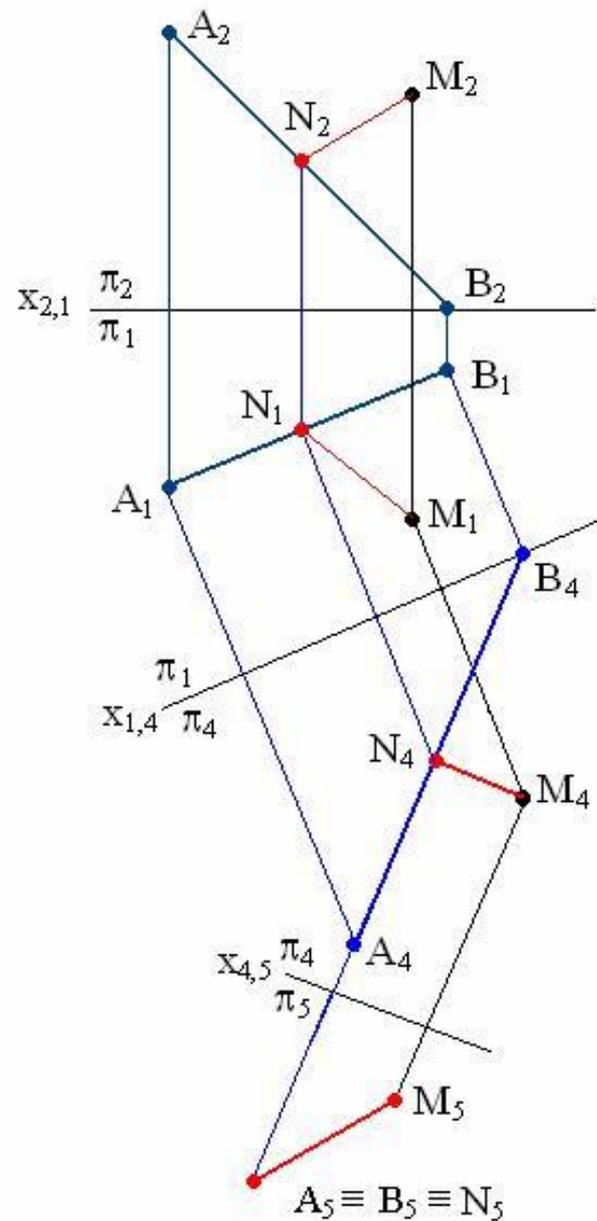
Задачи преобразований комплексного чертежа

Задача 5. Преобразовать комплексный чертеж так, чтобы фронтально проецирующая плоскость стала плоскостью уровня новой системы

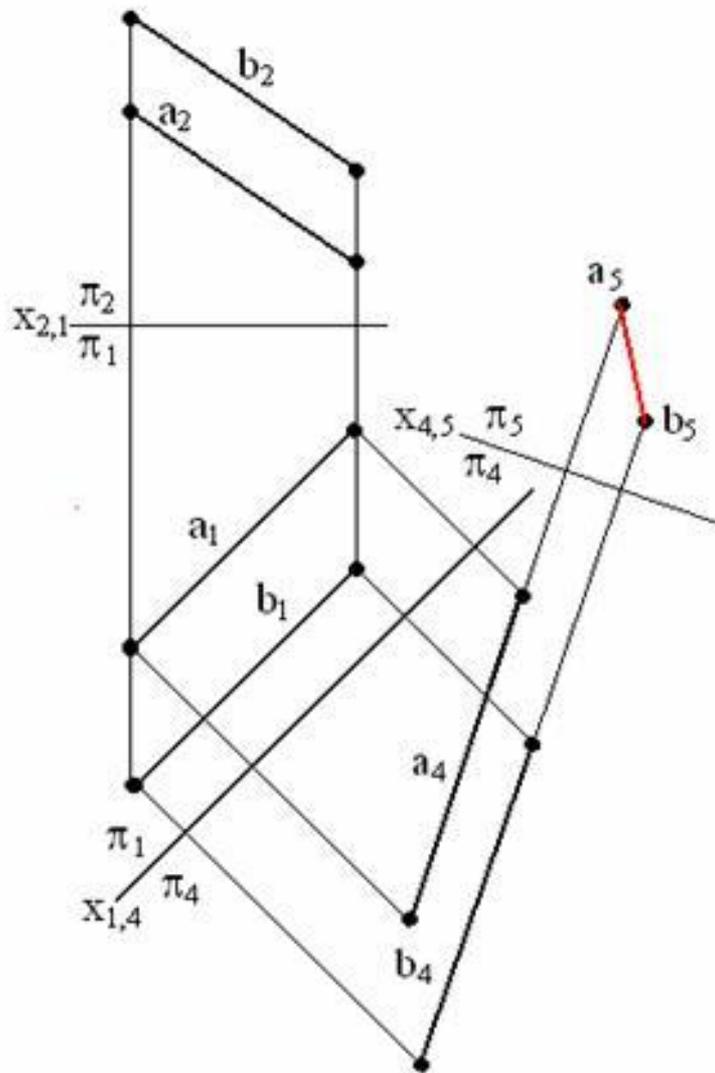


Метрические задачи

Определение расстояния от точки до прямой

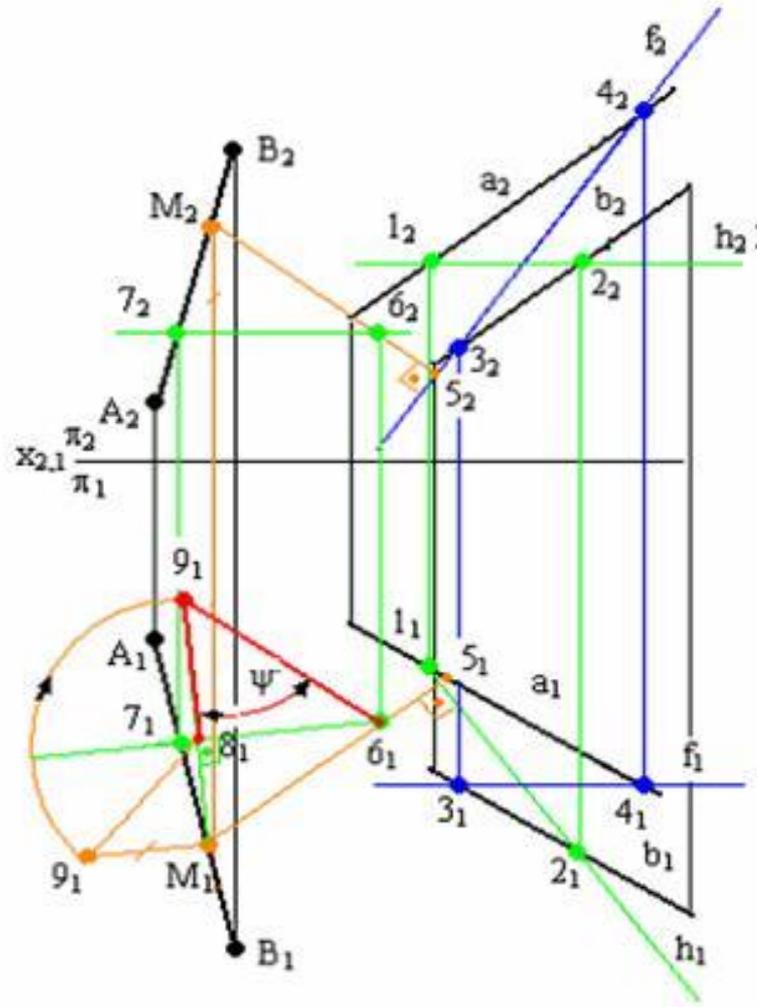


Определение расстояния между параллельными прямыми



Определение угла, образованного
двумя пересекающимися прямыми

Определение величины угла, образованного прямой и плоскостью



Определение величины угла между двумя пересекающимися ПЛОСКОСТЯМИ

Мерой угла между двумя плоскостями служит линейный угол, образованный двумя прямыми – сечениями граней этого угла плоскостью, перпендикулярной к их ребру.

В задаче необходимо линию пересечения АВ плоскостей Σ и Γ преобразовать в прямую уровня, а затем в линию проецирующую.

Общей схемой решения задач на построение в плоскости общего положения геометрических фигур по заданным размерам является:

- 1) преобразование заданной плоскости общего положения в плоскость уровня;
- 2) решение в плоскости уровня заданной метрической задачи.

Поверхности

Поверхности. Понятия и определения

Поверхность - совокупность всех последовательных положений некоторой перемещающейся в пространстве линии.

Линия - непрерывное *однопараметрическое* множество точек.

Поверхность - непрерывное *двупараметрическое* множество точек.

Закон перемещения линии целесообразно задавать графически в виде совокупности линий и указаний о характере перемещения линии. Эти указания могут быть заданы графически, в частности с помощью направляющей поверхности. В процессе образования поверхностей линия может оставаться неизменной или менять свою форму. Такой способ образования поверхности называется кинематическим, а сама поверхность – кинематической.

Закон перемещения образующей линии, как правило, задается при помощи направляющих линий и алгоритма перемещения образующей по направляющим. Подвижная линия называется *образующей*, неподвижные линии и поверхность – *направляющими*.

Примером такого способа образования могут служить все технологические процессы обработки металлов режущей кромкой, когда поверхность изделия несет на себе «отпечаток» профиля резца.

Способы задания кривых поверхностей

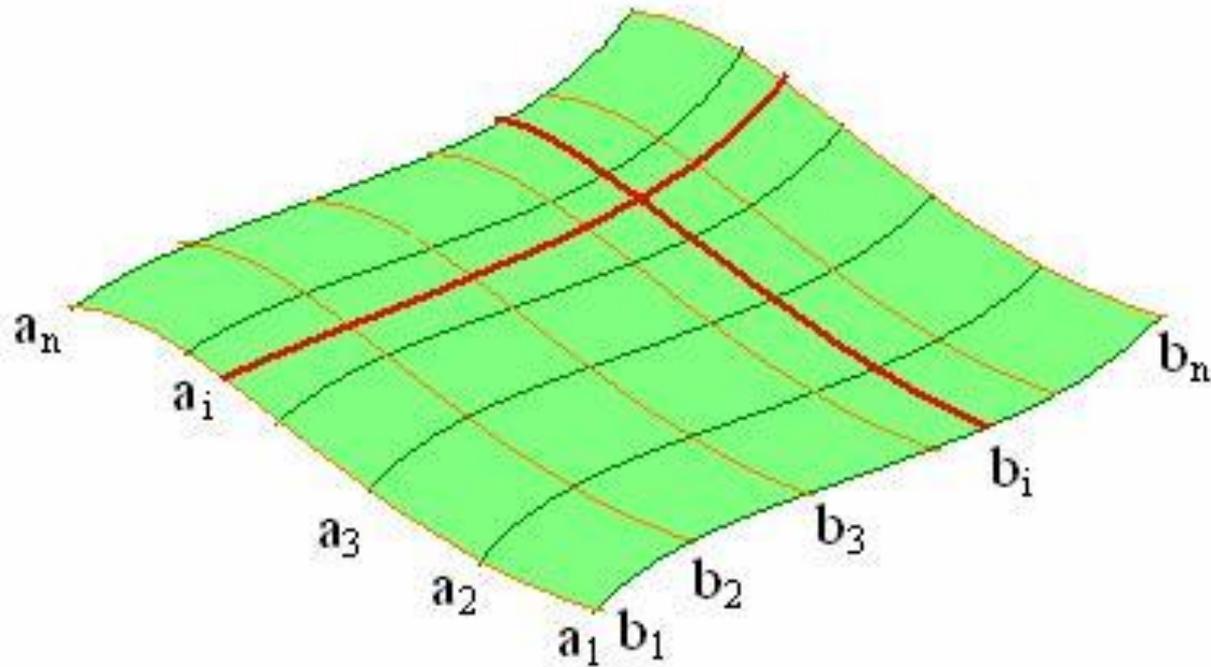
1. Аналитический - при помощи уравнений



Пример поверхности, заданной аналитически

Способы задания кривых поверхностей

2. При помощи каркаса



Пример линейного каркаса поверхности

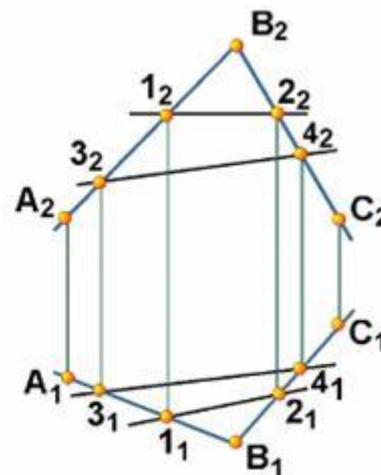
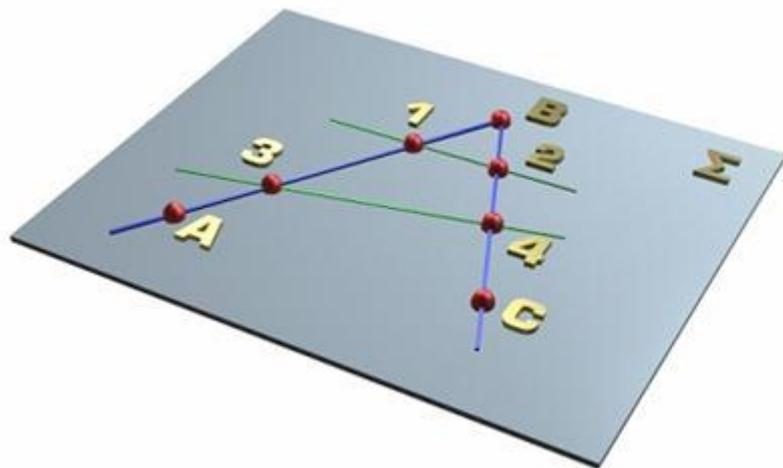
Способы задания кривых поверхностей

3. Кинематический, т. е. перемещением линий в пространстве

Определитель поверхности состоит из двух частей:

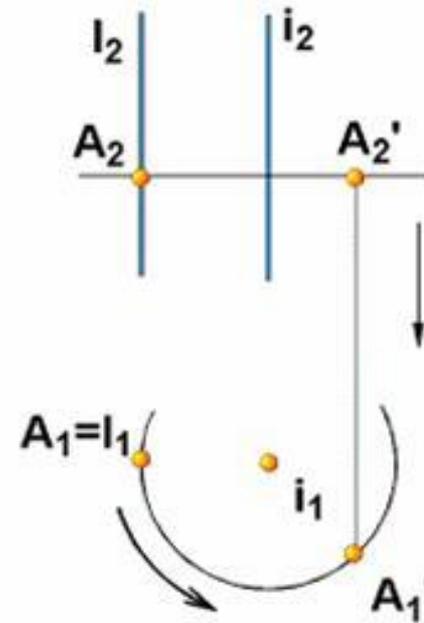
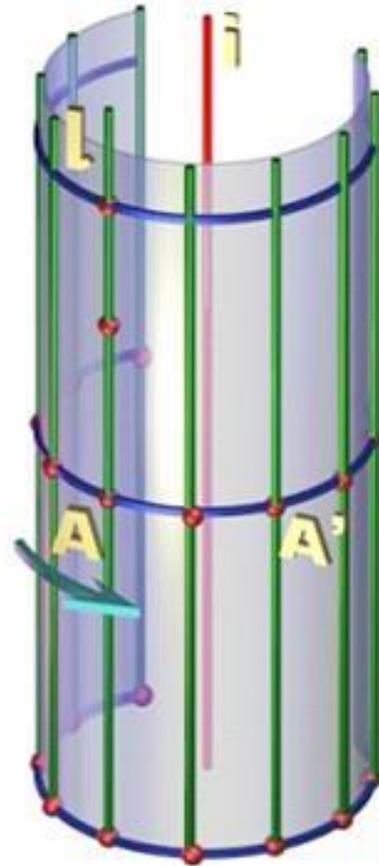
Геометрической части - совокупности геометрических фигур, с помощью которых можно образовать поверхность.

Алгоритмической части - алгоритма формирования поверхности при помощи фигур, входящих в геометрическую часть определителя.



Примеры определителя: а – алгоритмическая часть; б – геометрическая часть

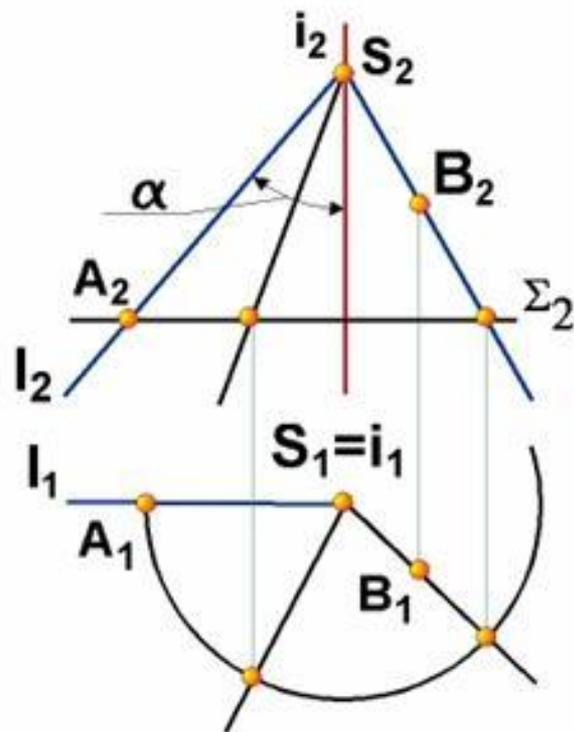
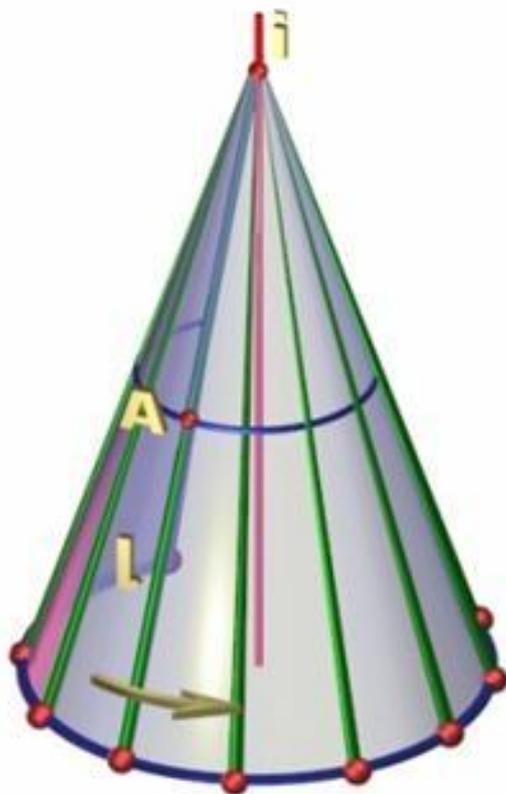
Определитель цилиндрической поверхности



а – поверхность образована вращением прямой l i вокруг оси i ;

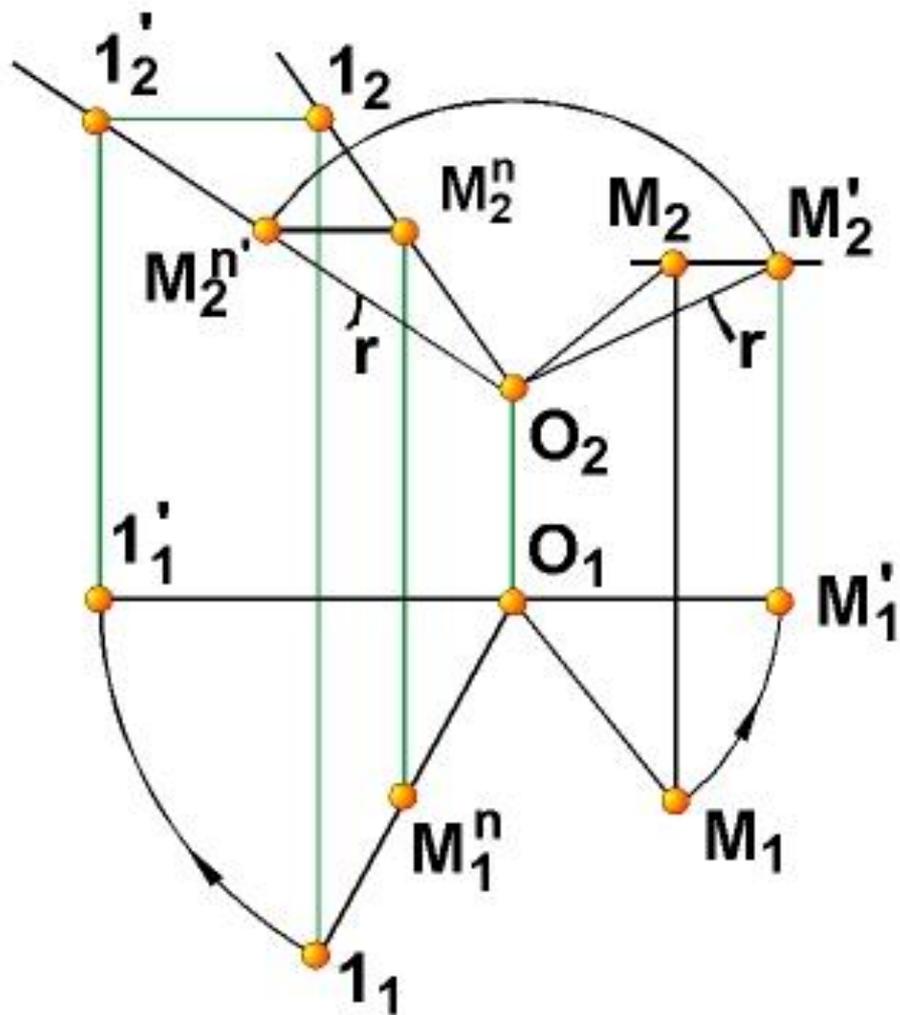
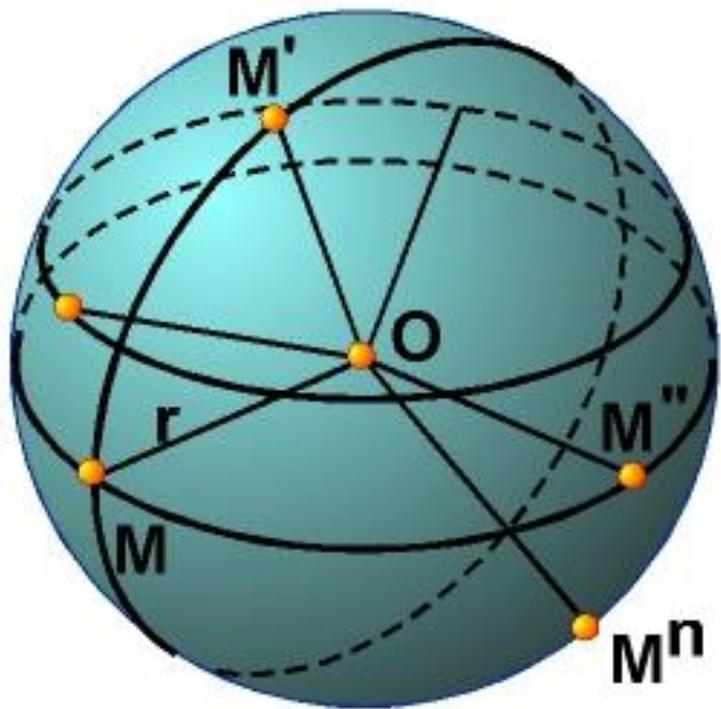
б - цилиндр вращения задан проекциями геометрической части своего определителя

Изображение определителя конической поверхности

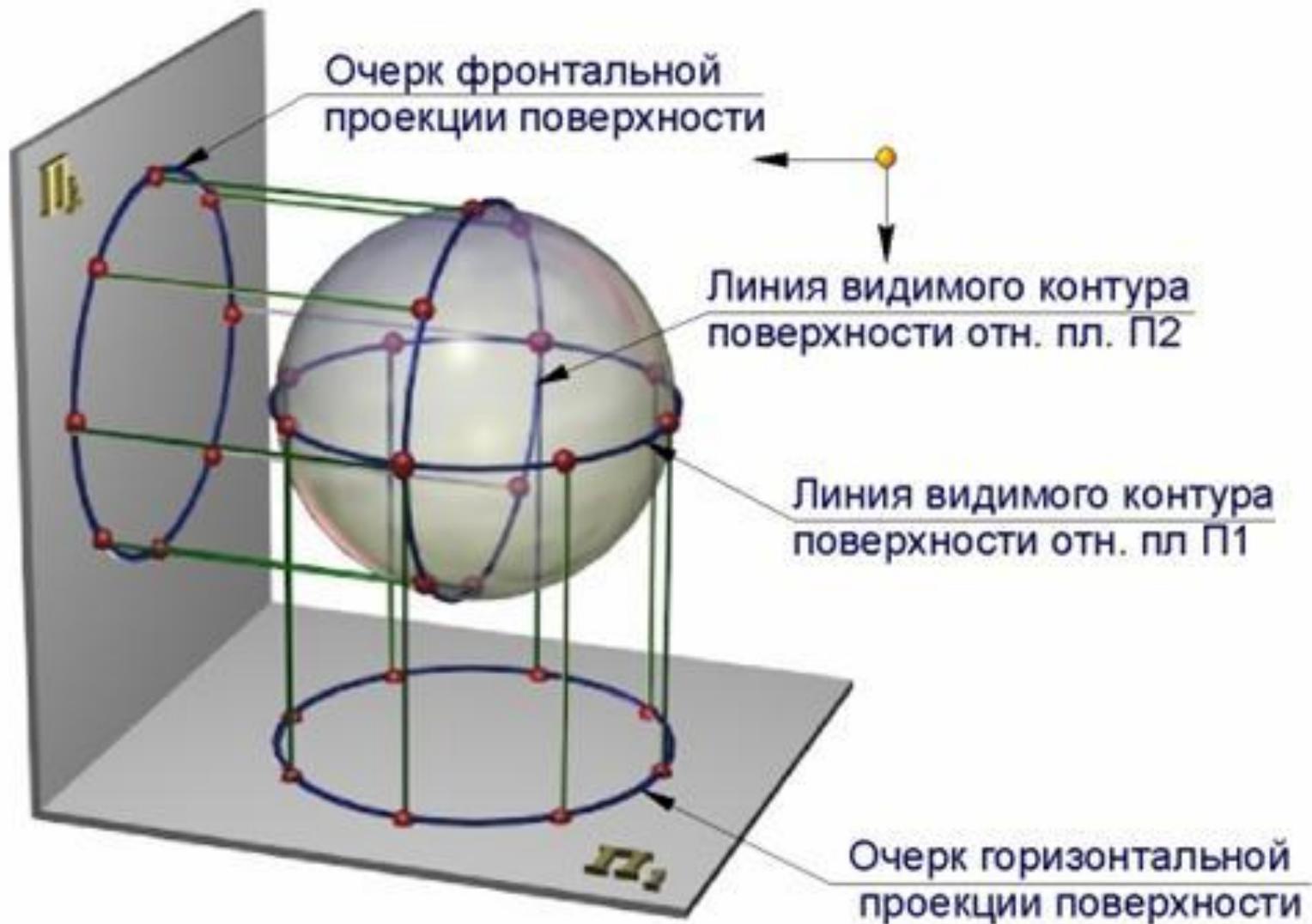


а - алгоритмическая часть; б - геометрическая часть

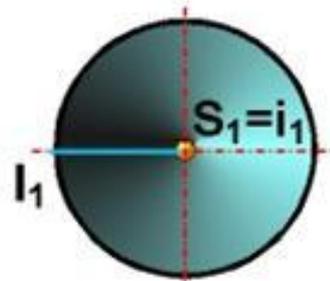
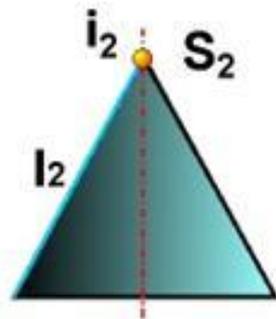
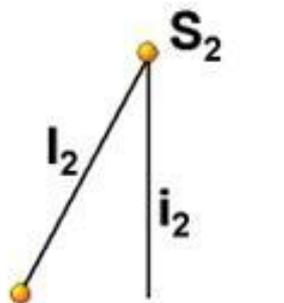
Изображение определителя сферы



Образование проекций сферы

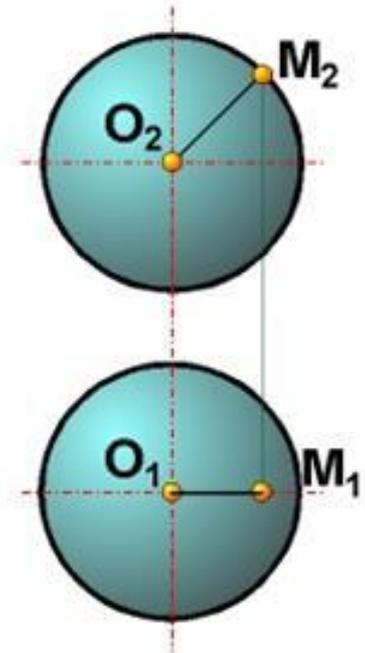
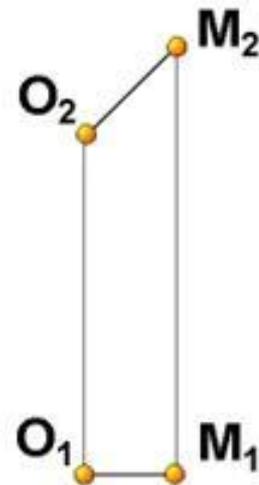


Проекции



а

б



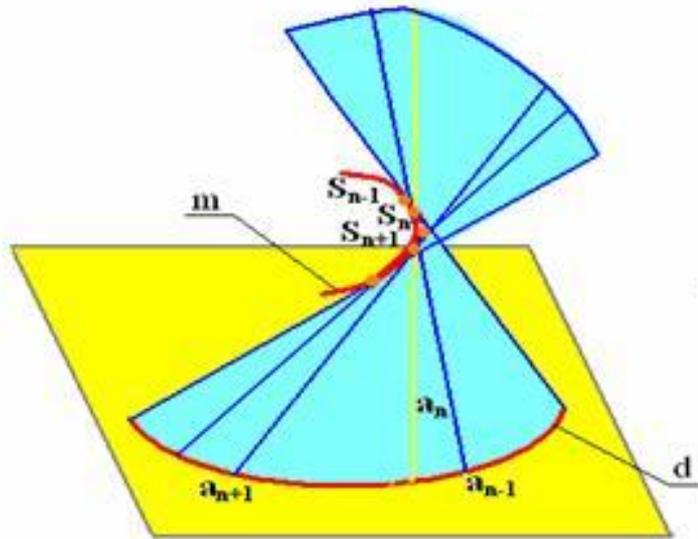
в

г

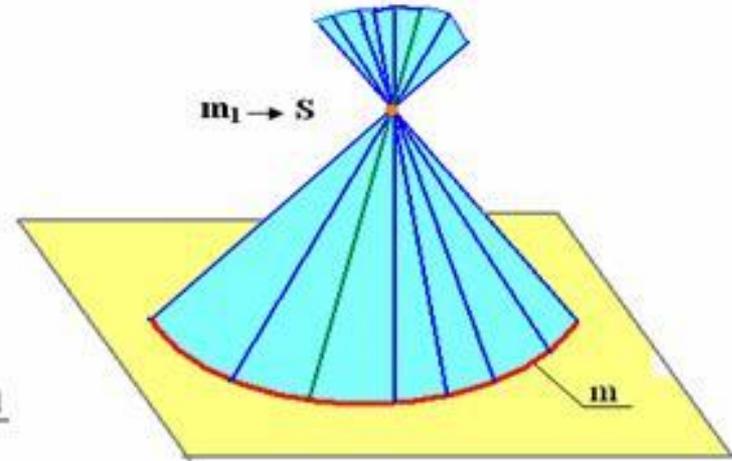
а, в – проекции геометрической части определителей конуса и сферы;
б, г – очерки проекций конуса и сферы

Линейчатые поверхности

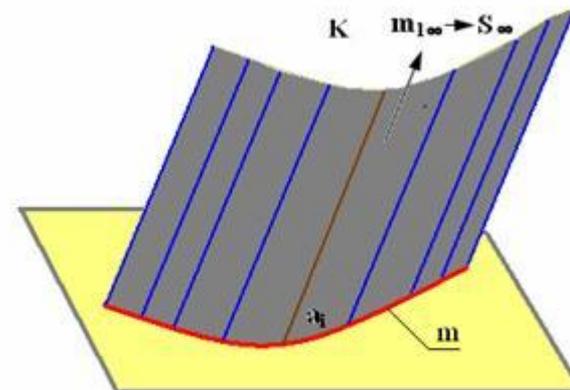
Поверхность с ребром возврата



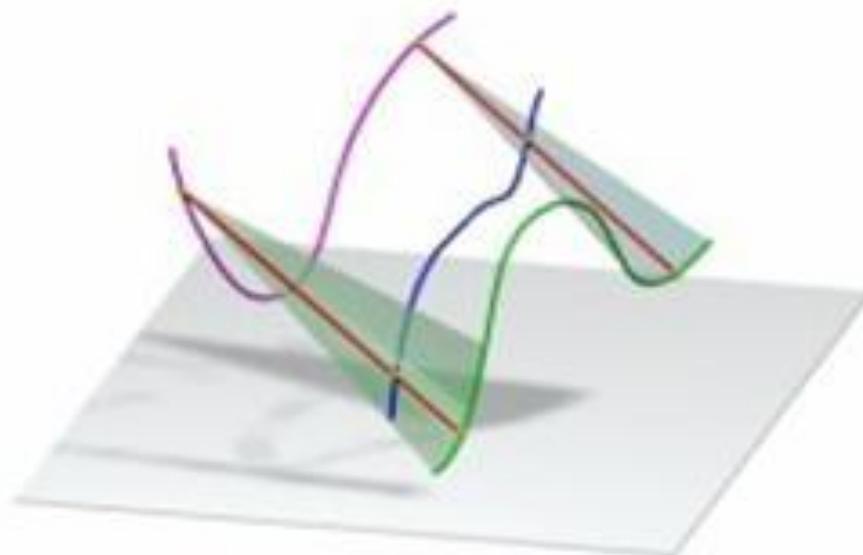
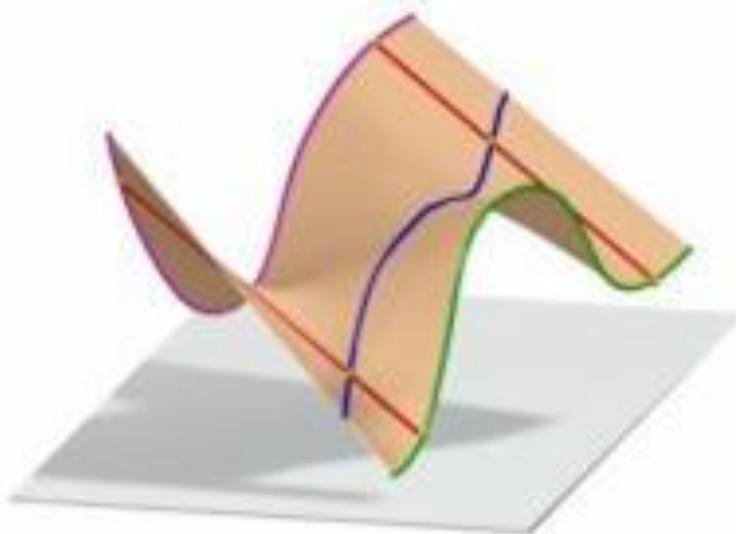
Коническая поверхность



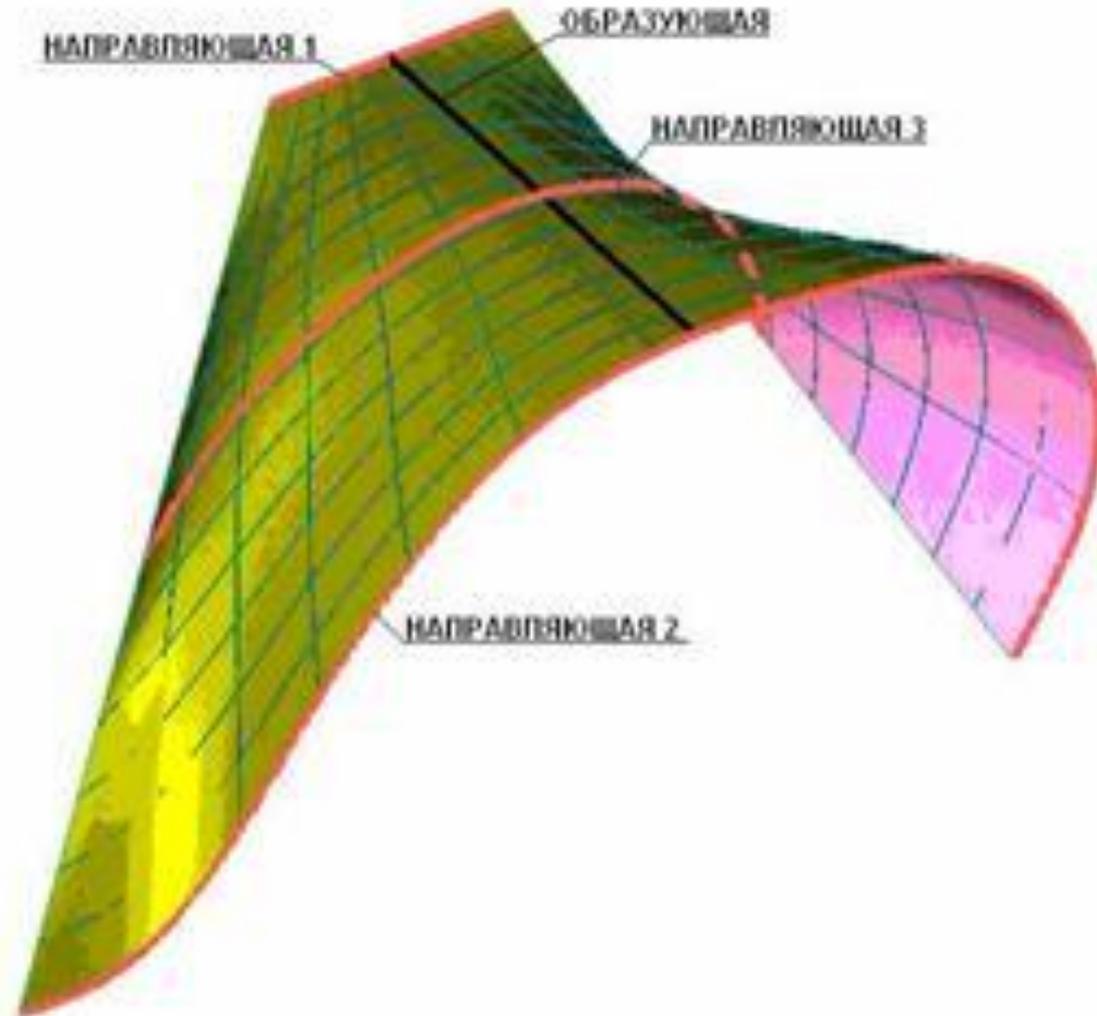
Цилиндрическая поверхность



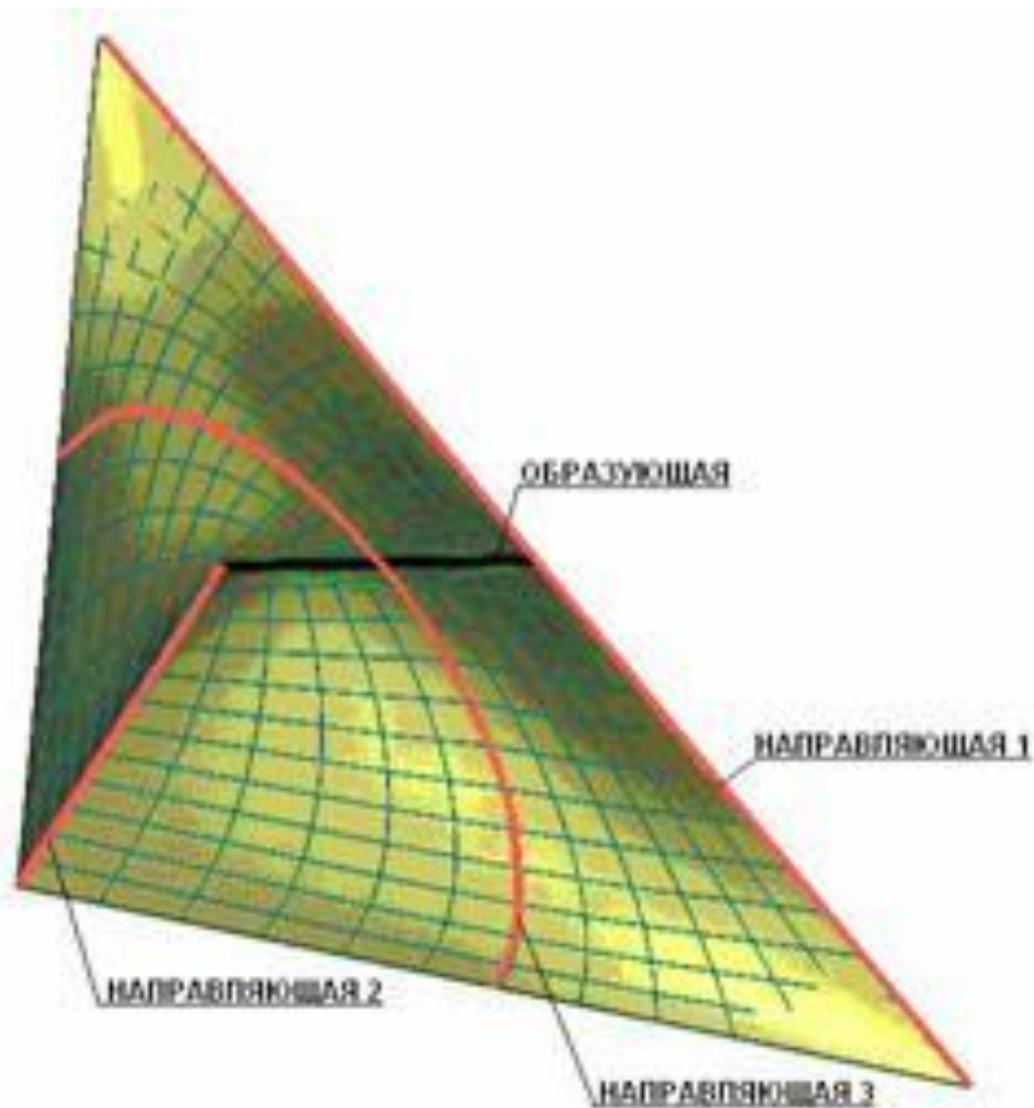
Неразвертывающиеся (косые) линейчатые поверхности



Дважды косо́й цилиндроид

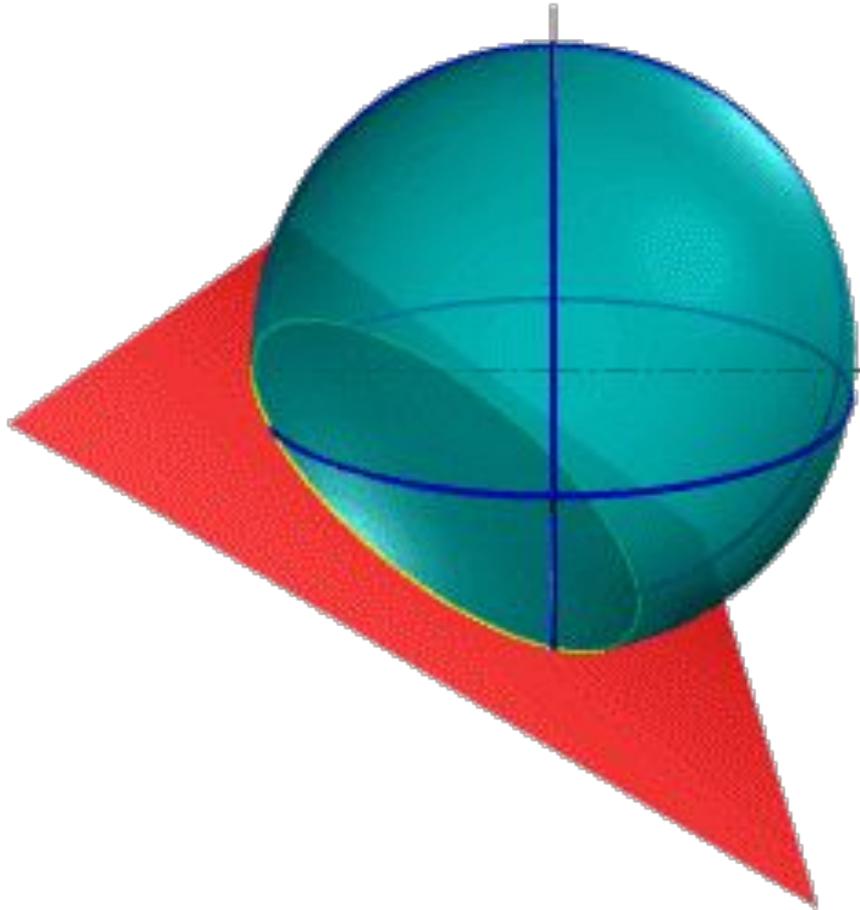


Дважды косо́й коноид

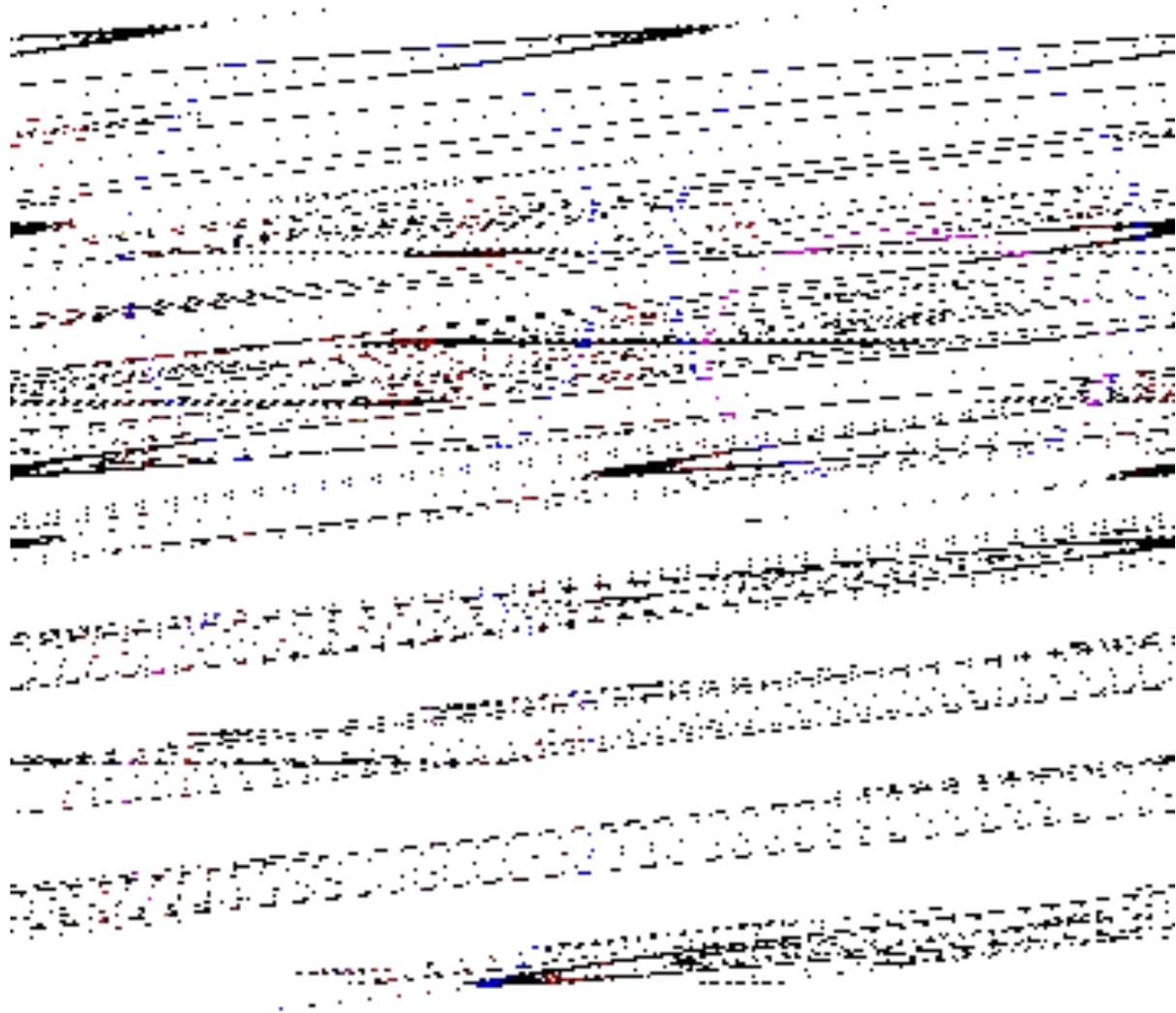


Позиционные задачи на поверхности

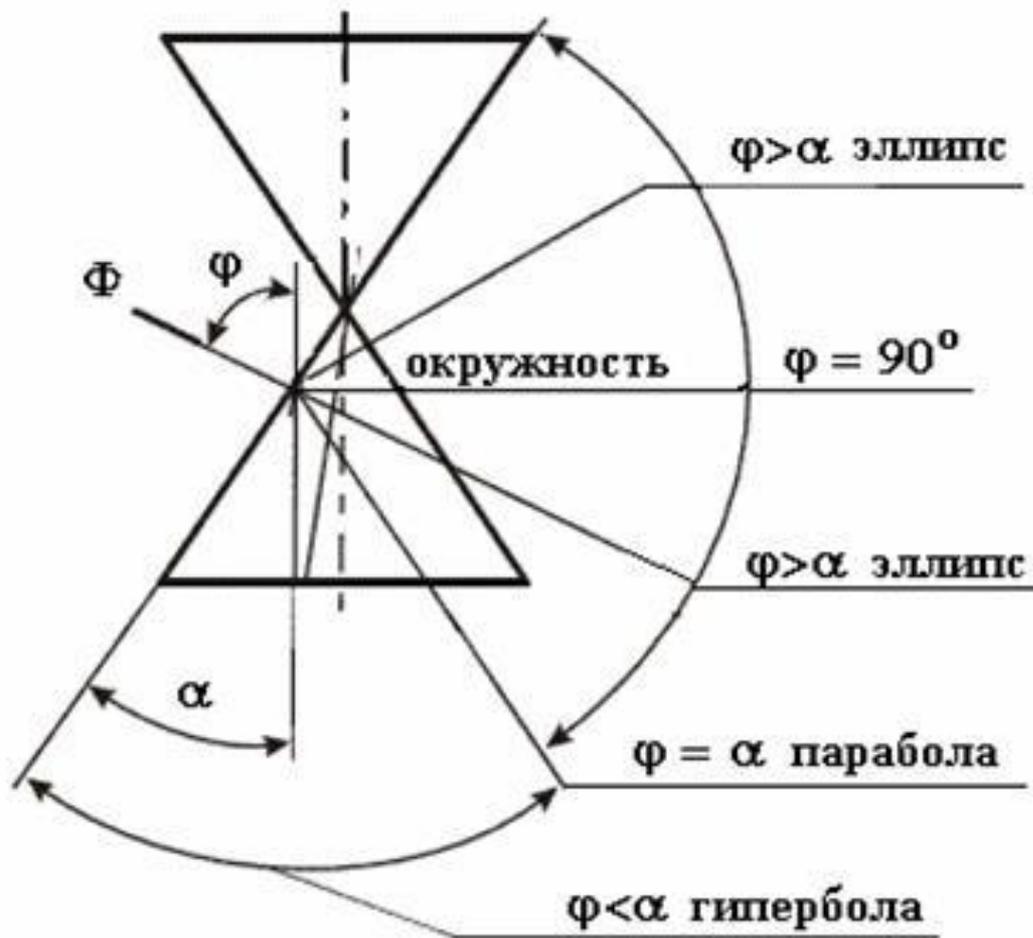
Пересечение поверхности плоскостью



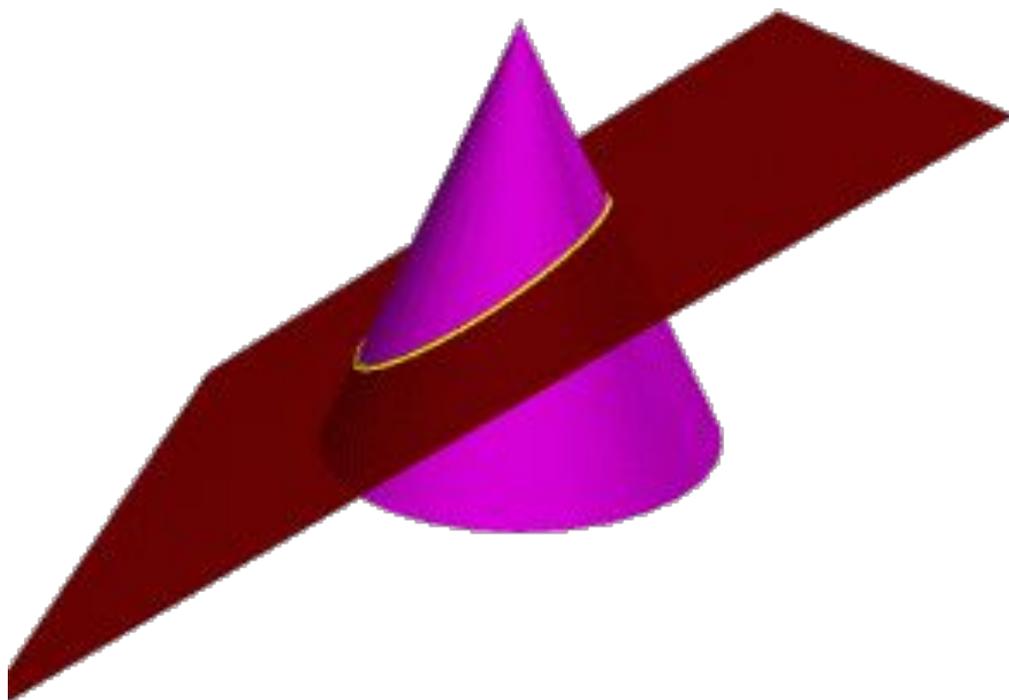
Изображение пересечения поверхности сферы проецирующей плоскостью



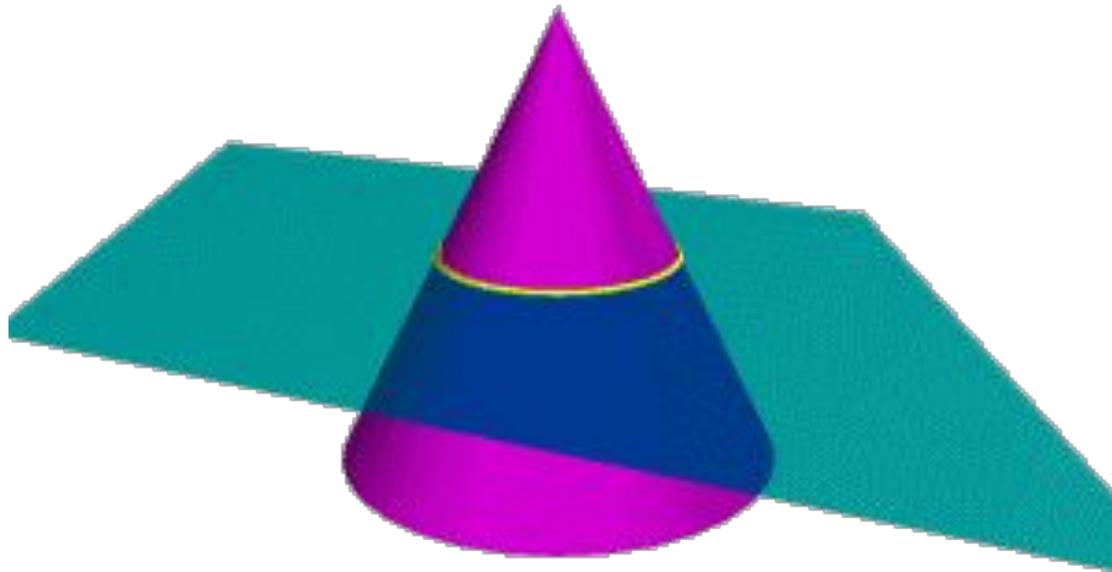
Конические сечения



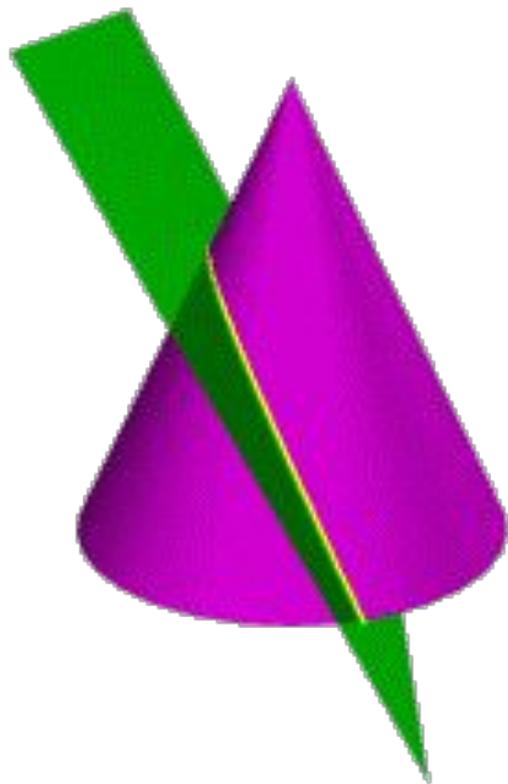
Изображение линии сечения поверхности
конуса плоскостью (эллипс)



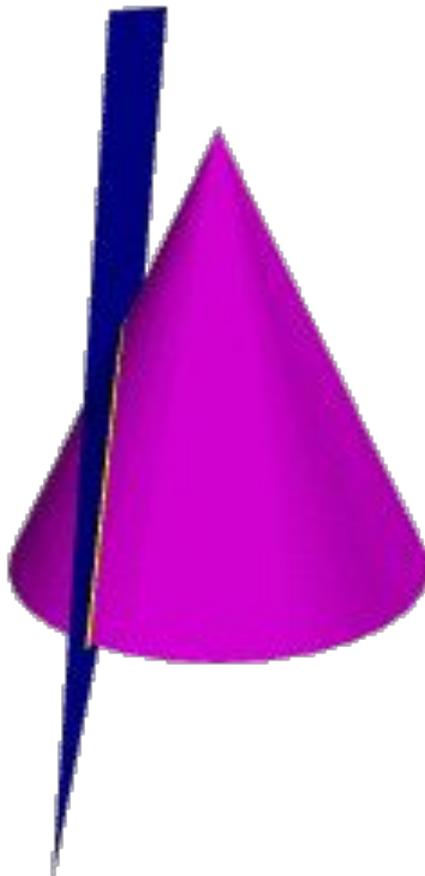
Изображение линии сечения
поверхности конуса плоскостью
(окружность)



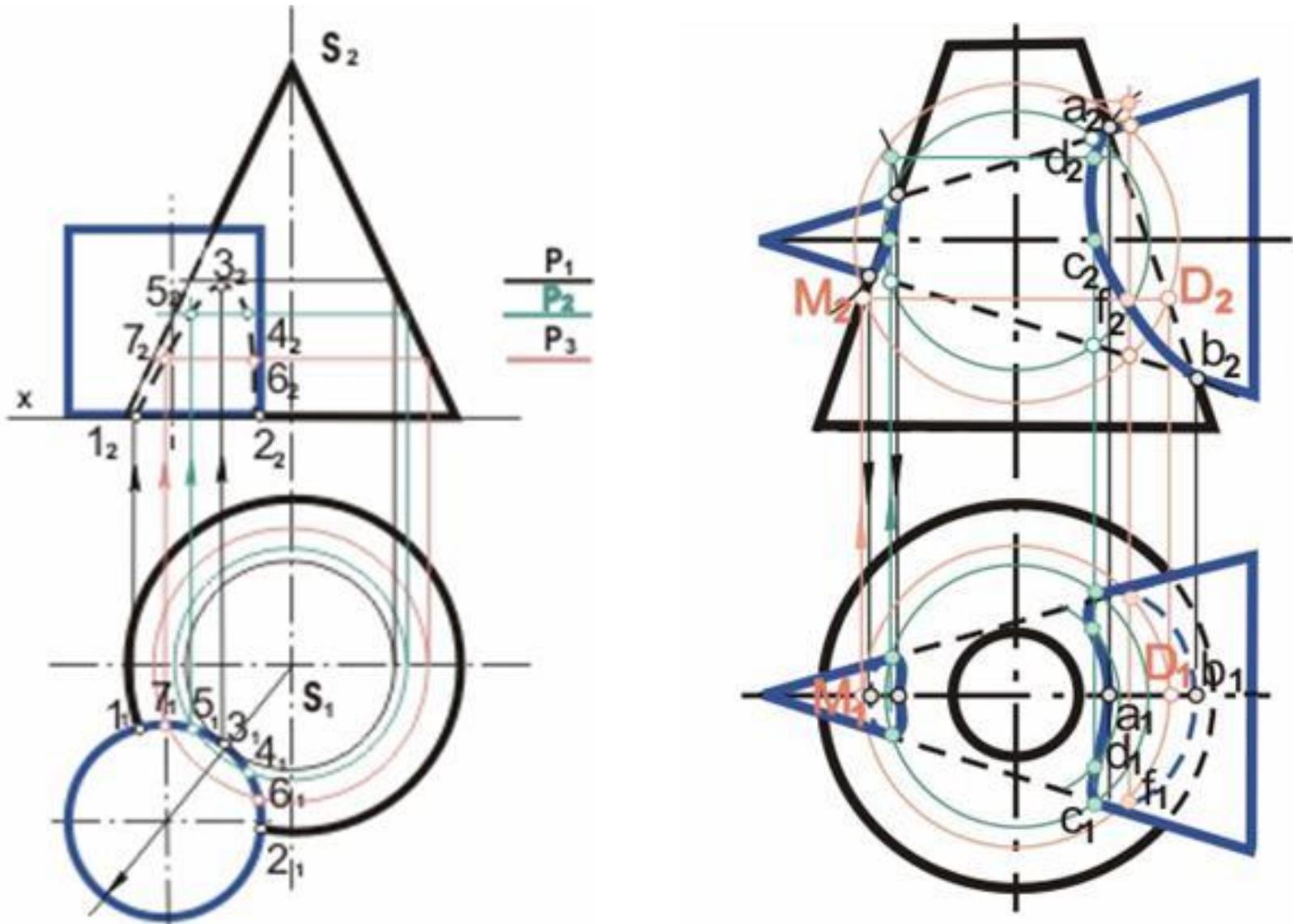
Изображение линии сечения поверхности конуса плоскостью (парабола)



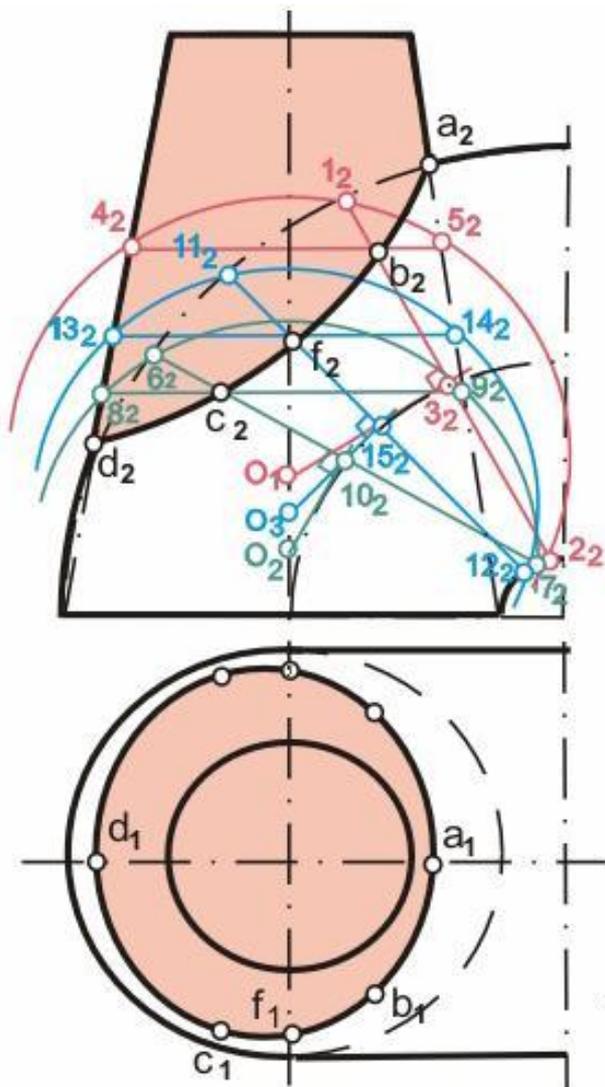
Изображение линии сечения поверхности конуса плоскостью (гипербола)



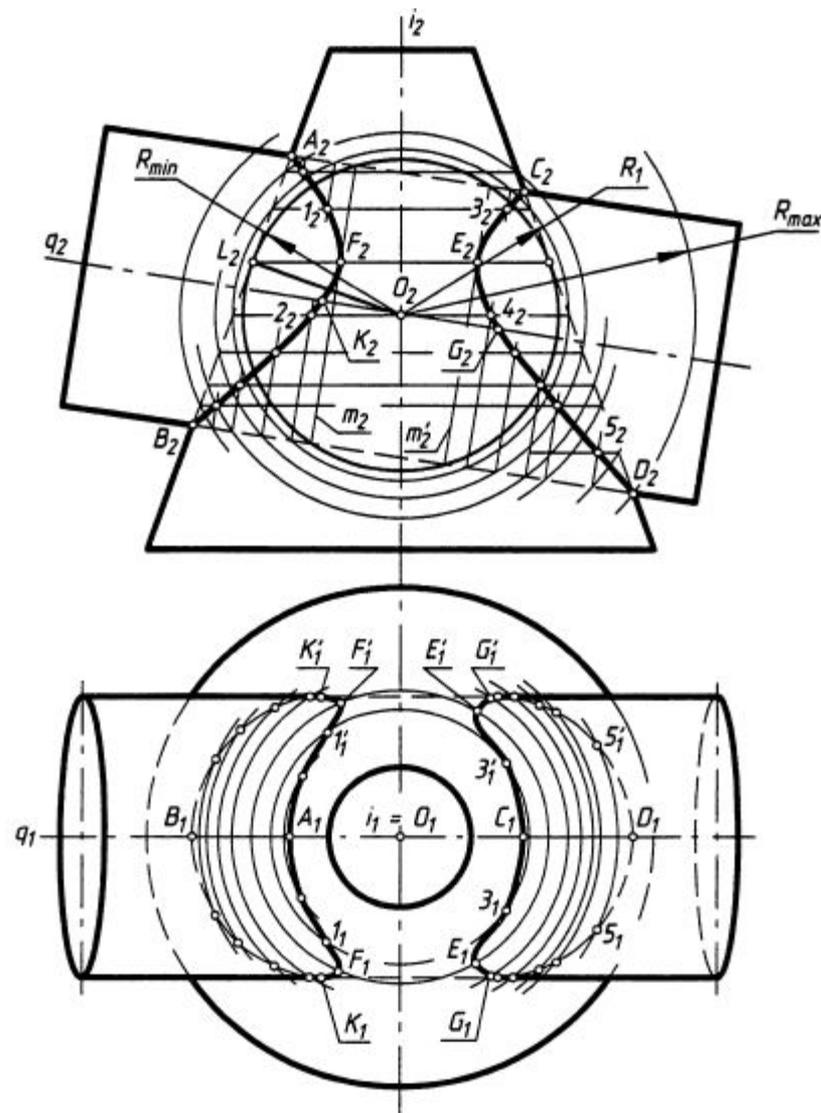
Взаимные пересечения поверхностей



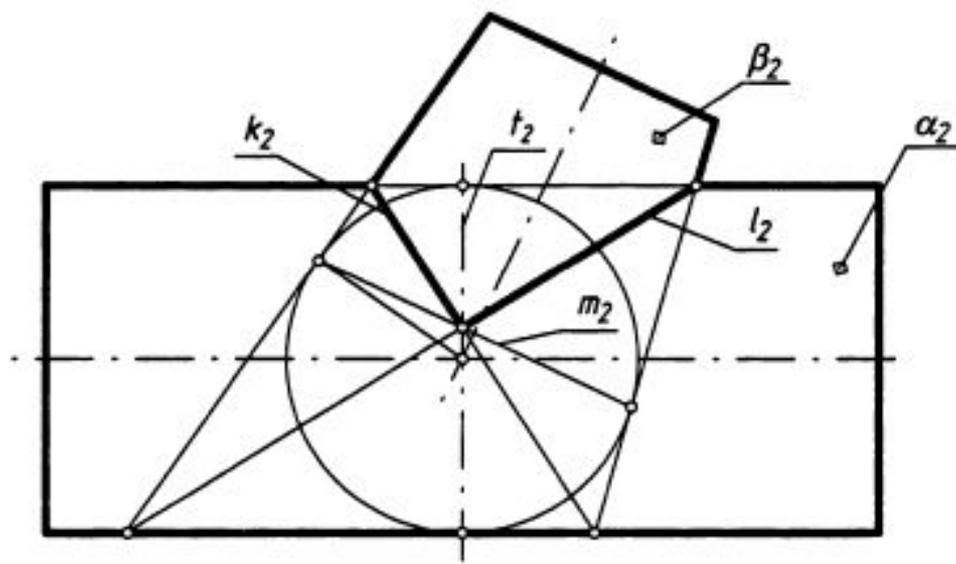
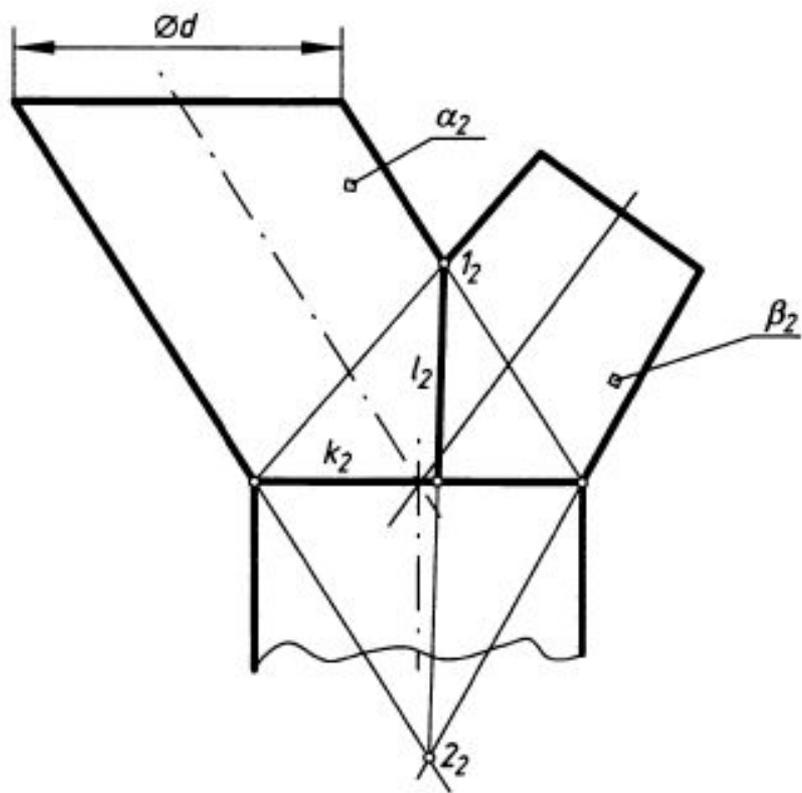
Построения линии пересечения поверхностей конуса и тора с помощью эксцентрических сфер



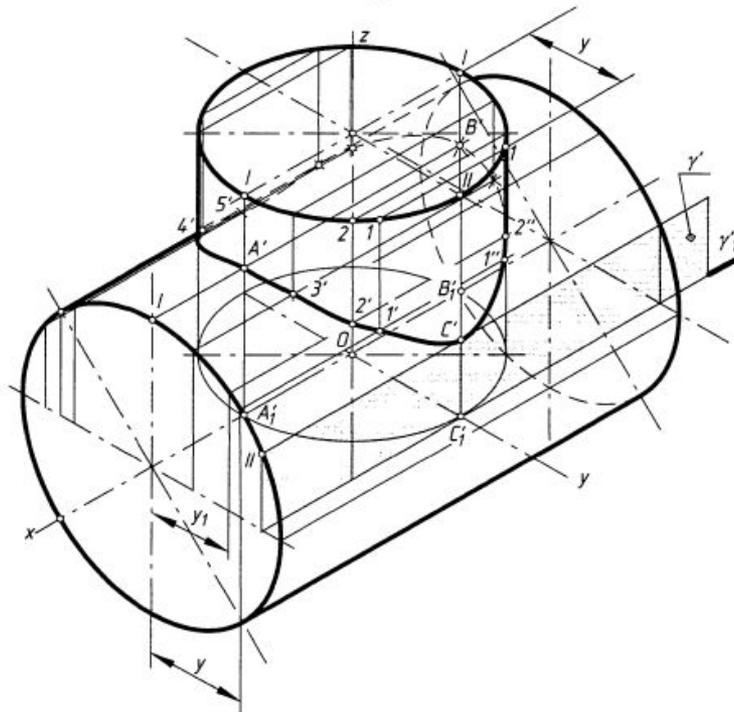
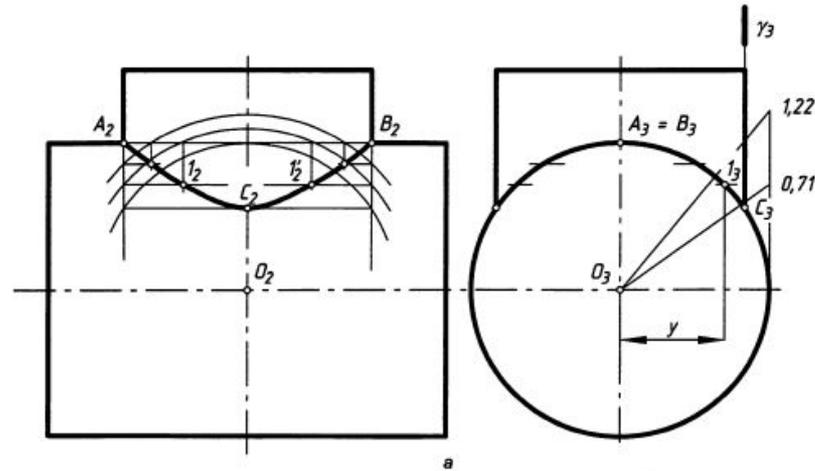
Способ концентрических сфер



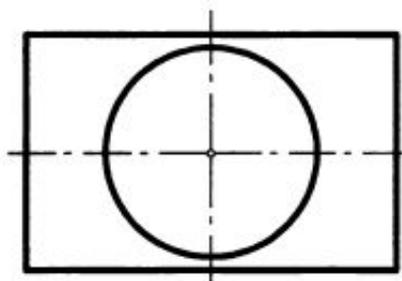
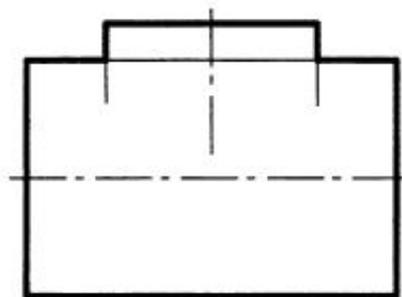
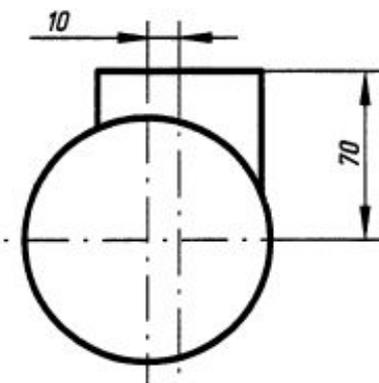
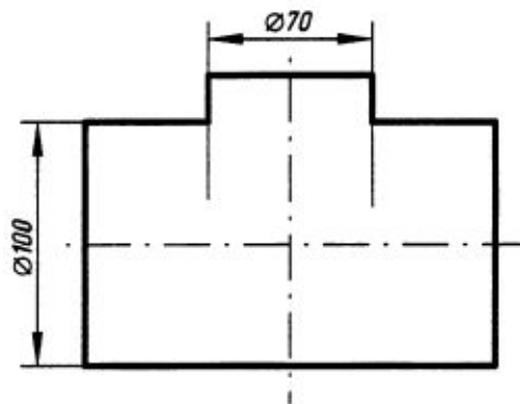
Частные случаи пересечения поверхностей



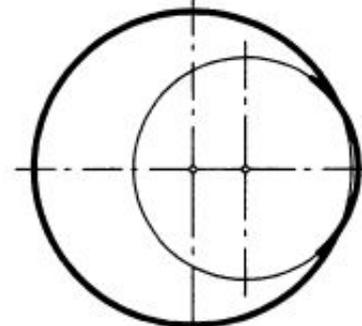
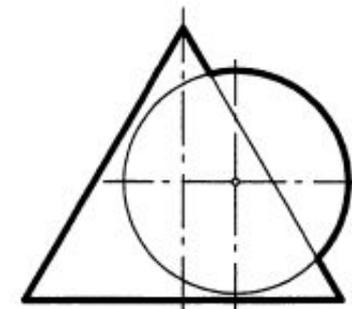
Построение линии пересечения цилиндров



Постройте линии пересечения поверхностей



а

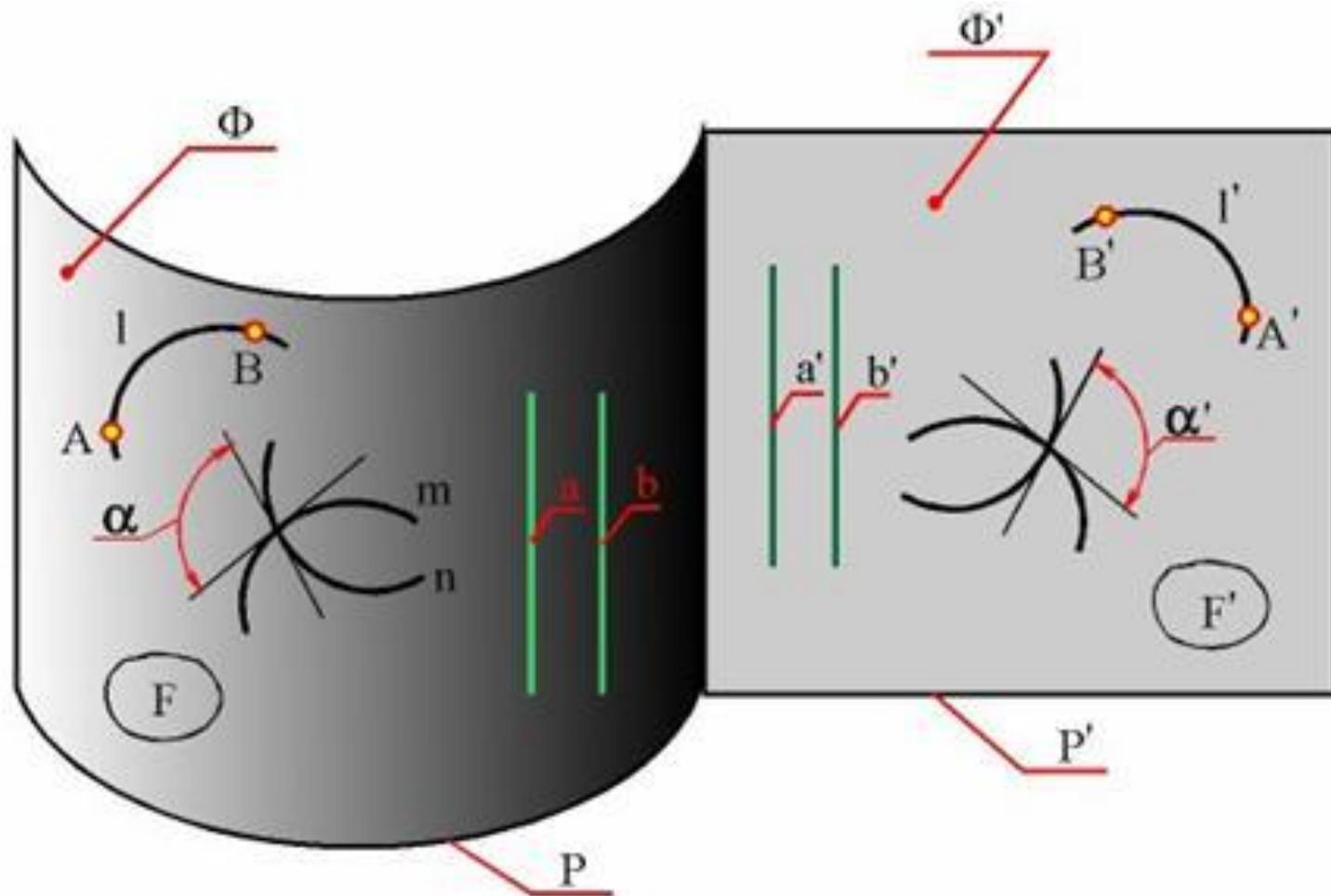


б

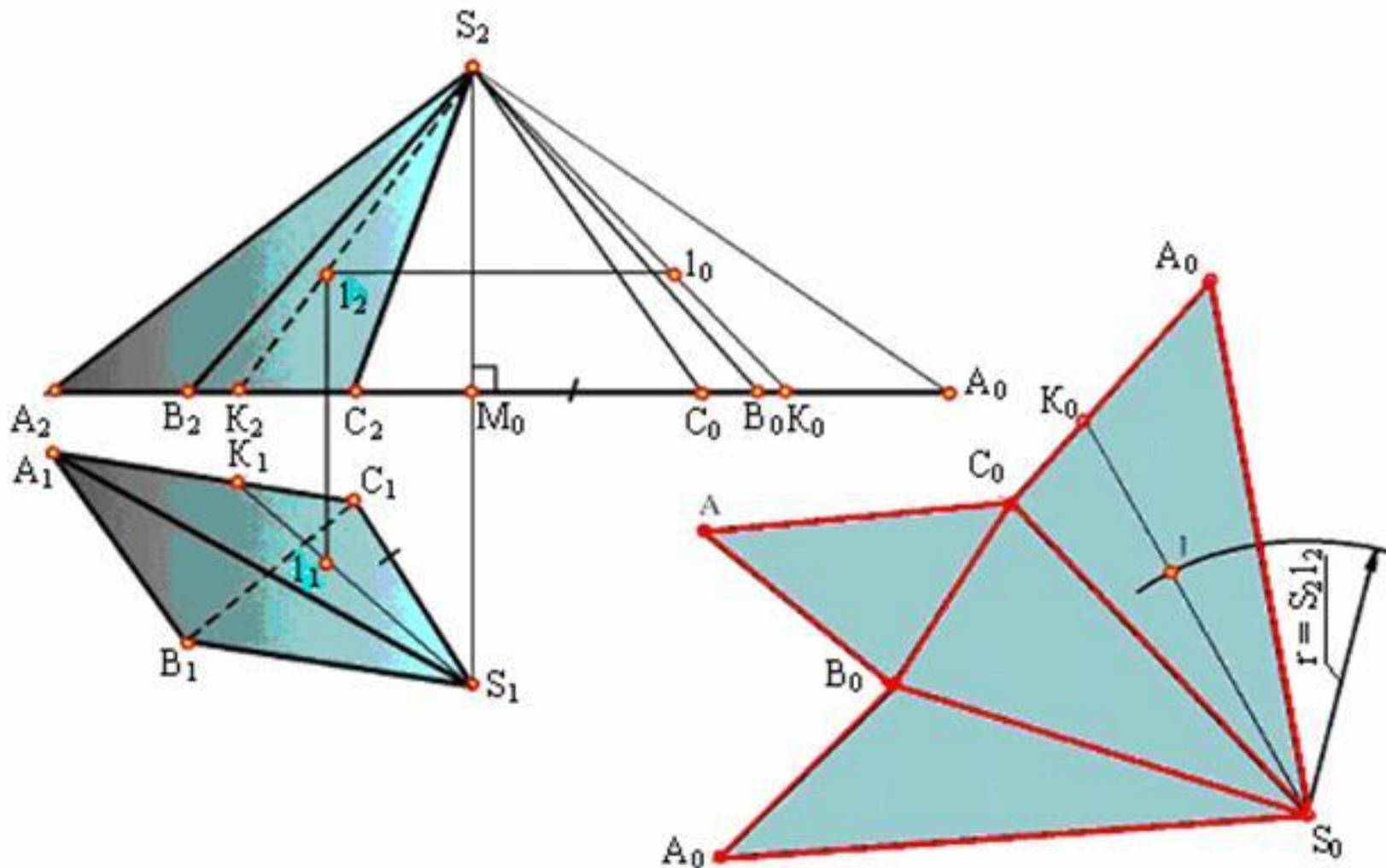
Построение разверток

Основные понятия и свойства

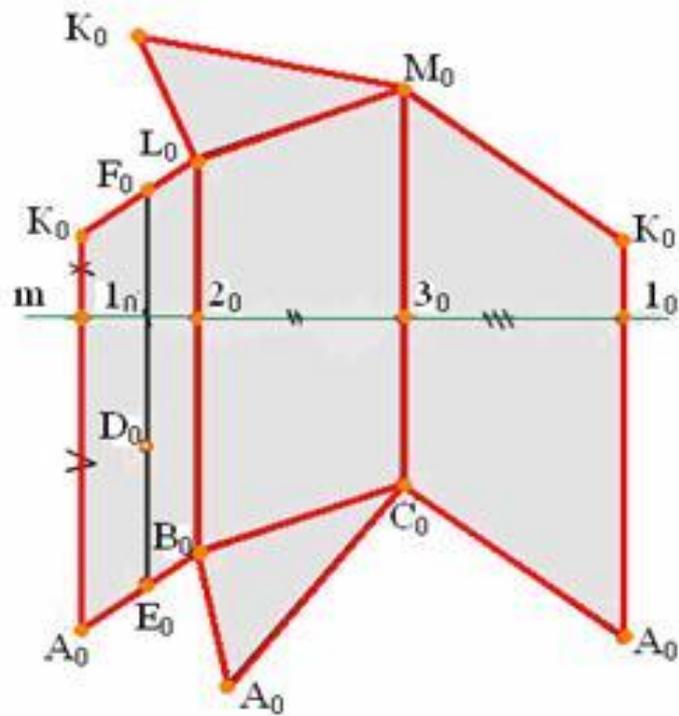
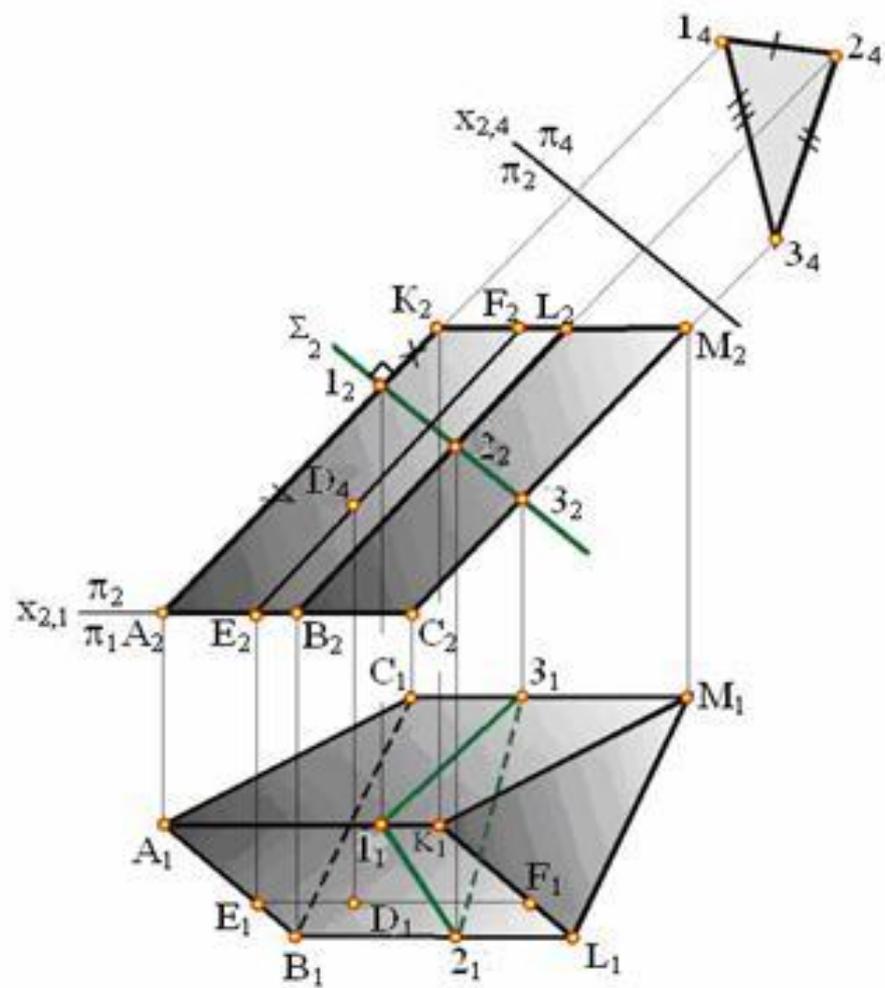
Развертка поверхности



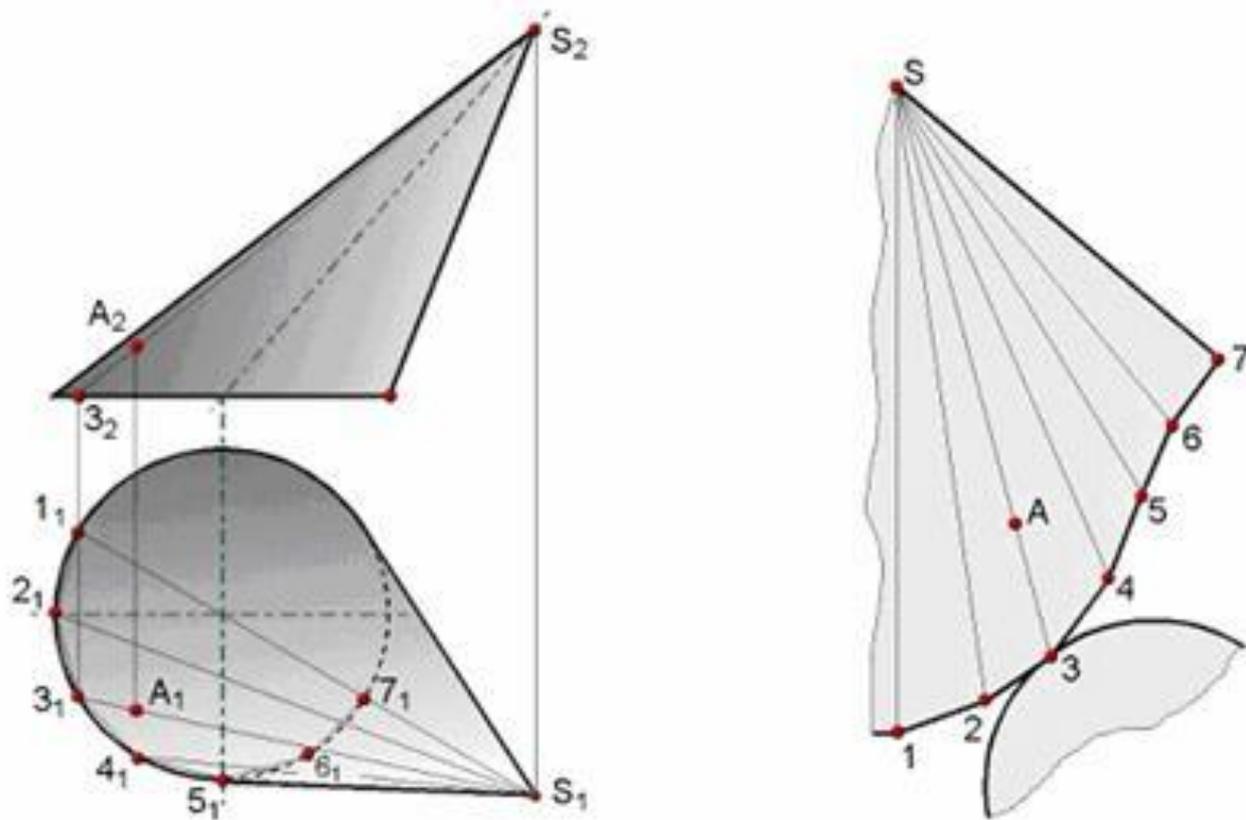
Построение развертки пирамиды способом триангуляции



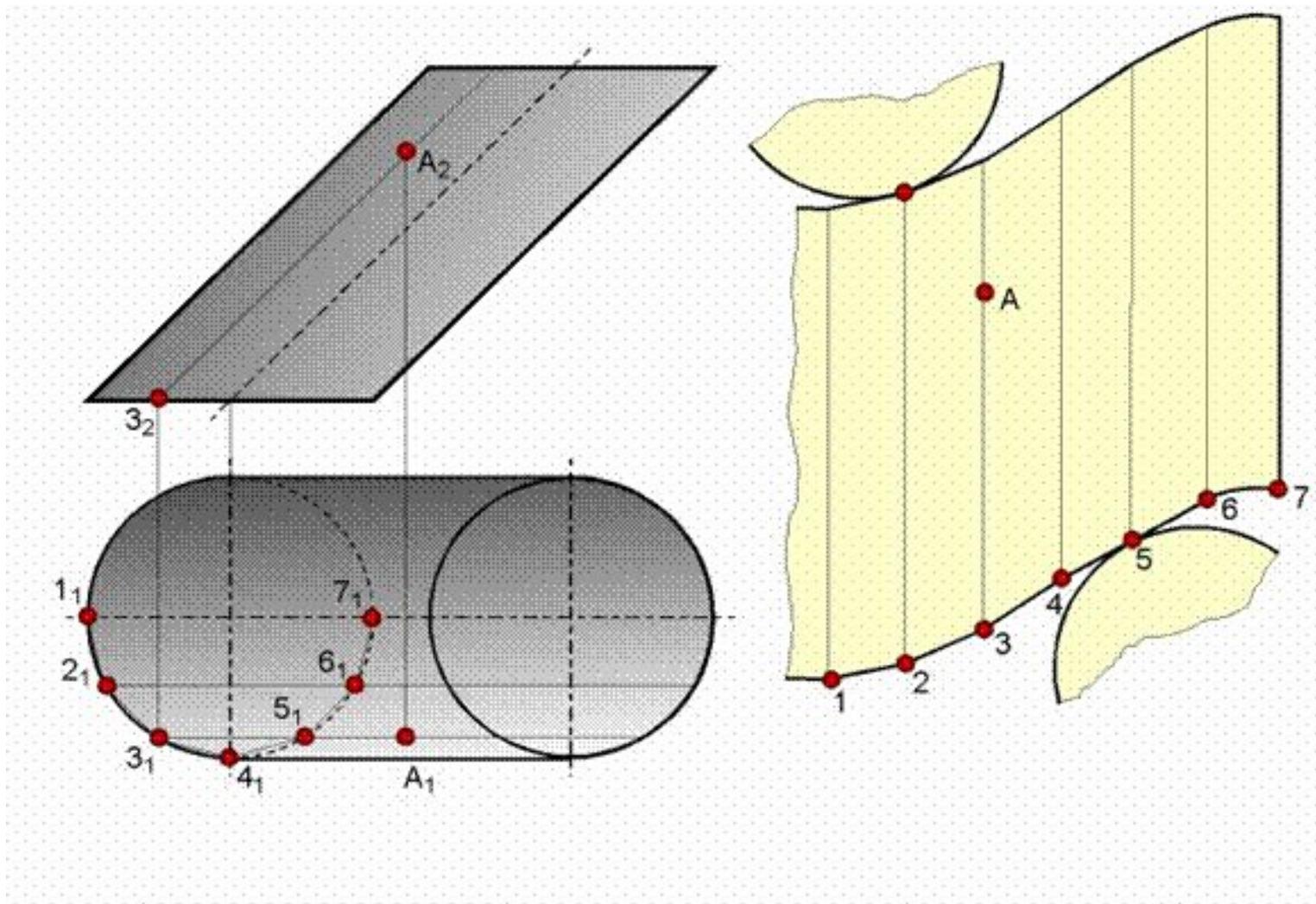
Построение развертки призмы способом нормального сечения



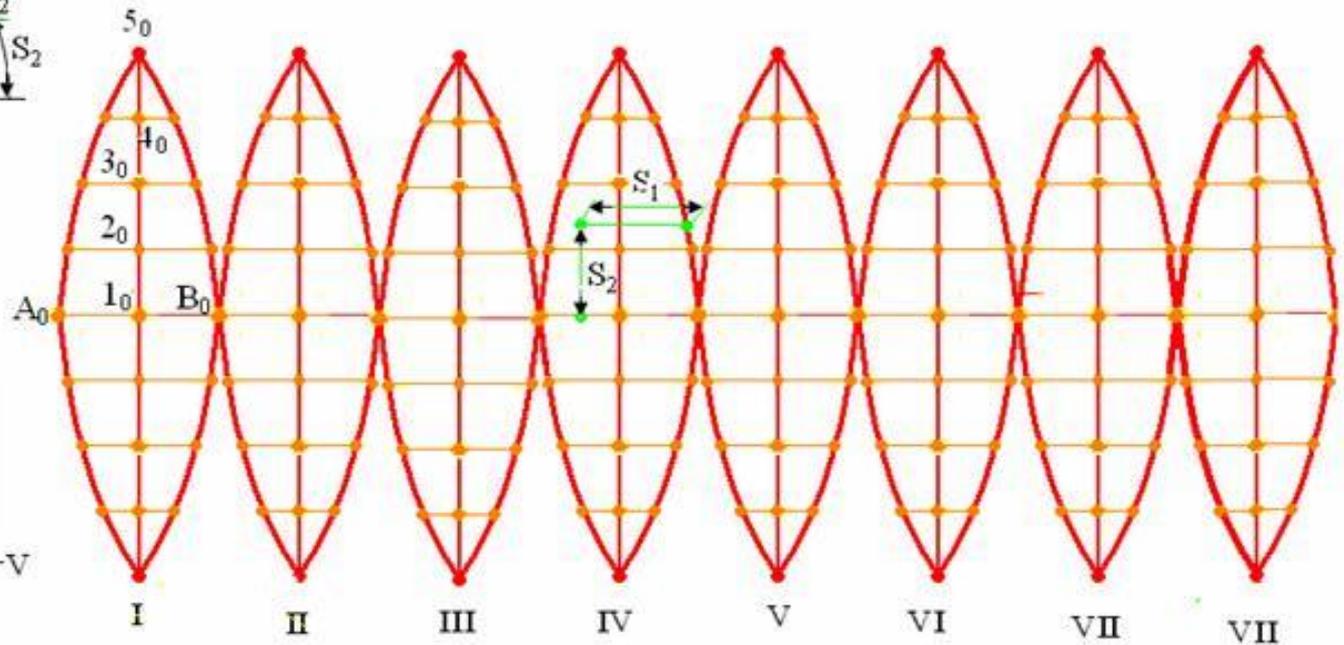
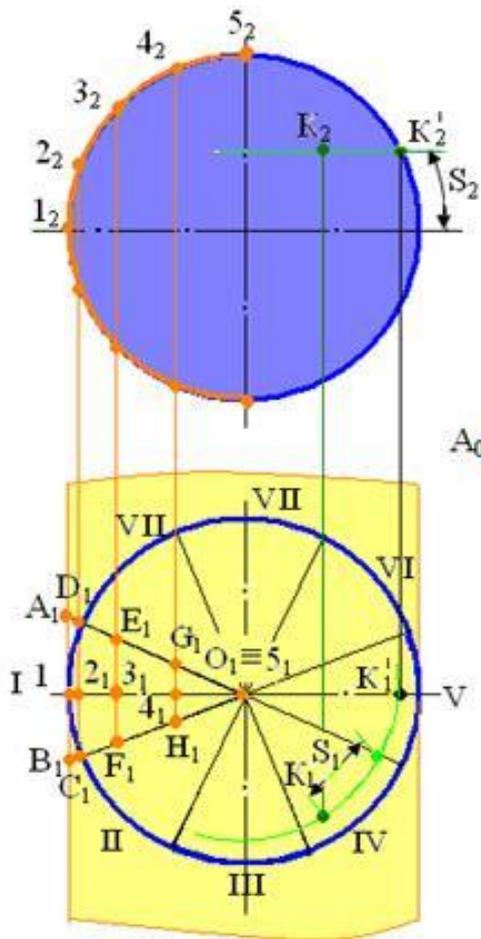
Построение развертки эллиптического конуса



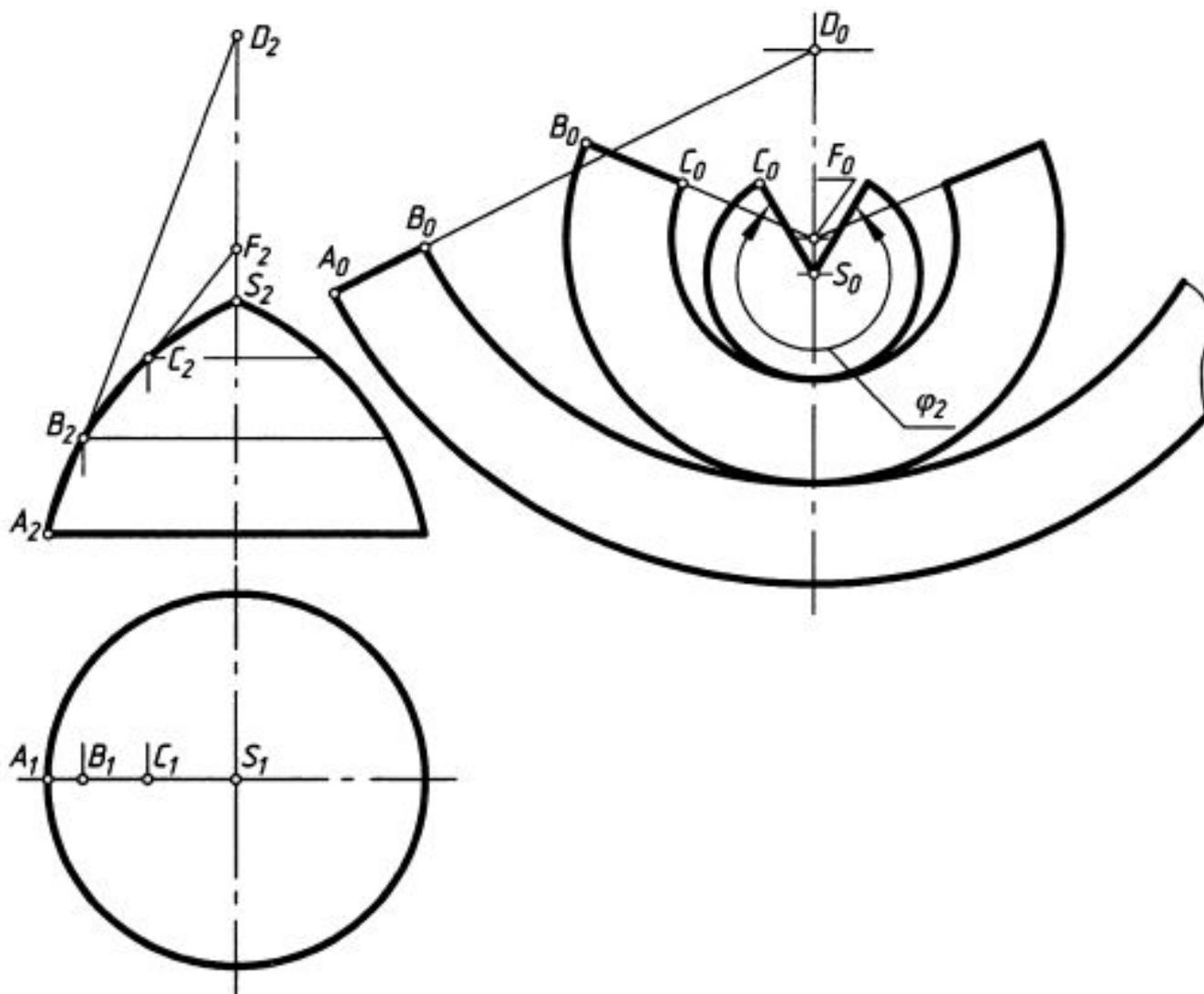
Построение развертки цилиндрической поверхности



Построение развертки сферы

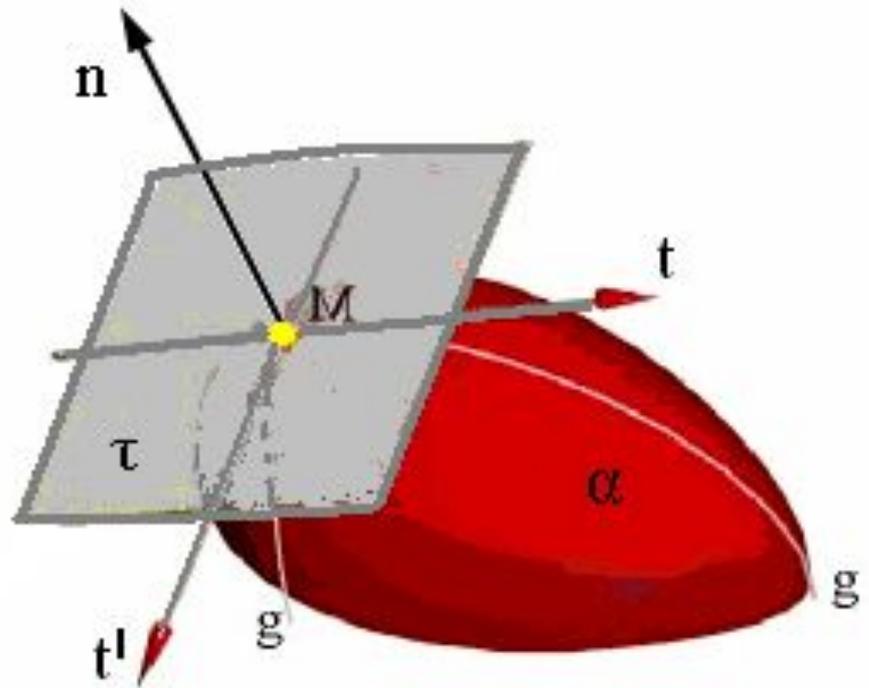
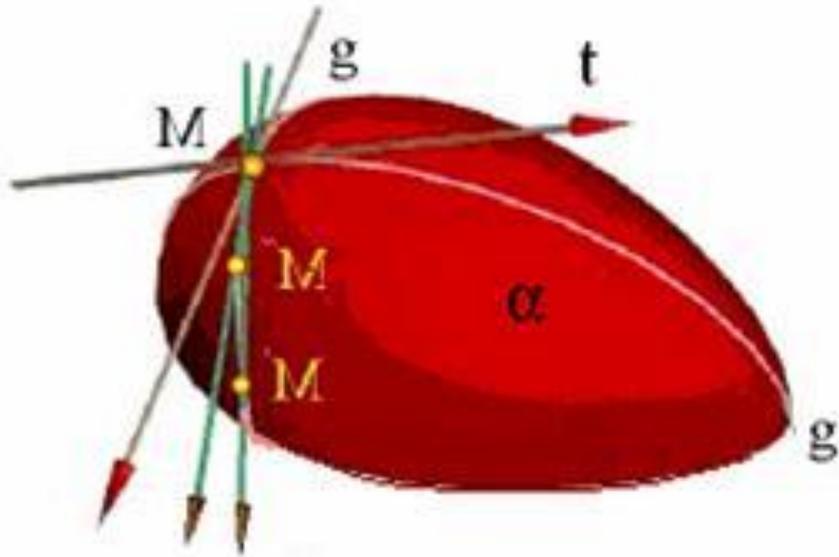


Развертка поверхностей способом конусов



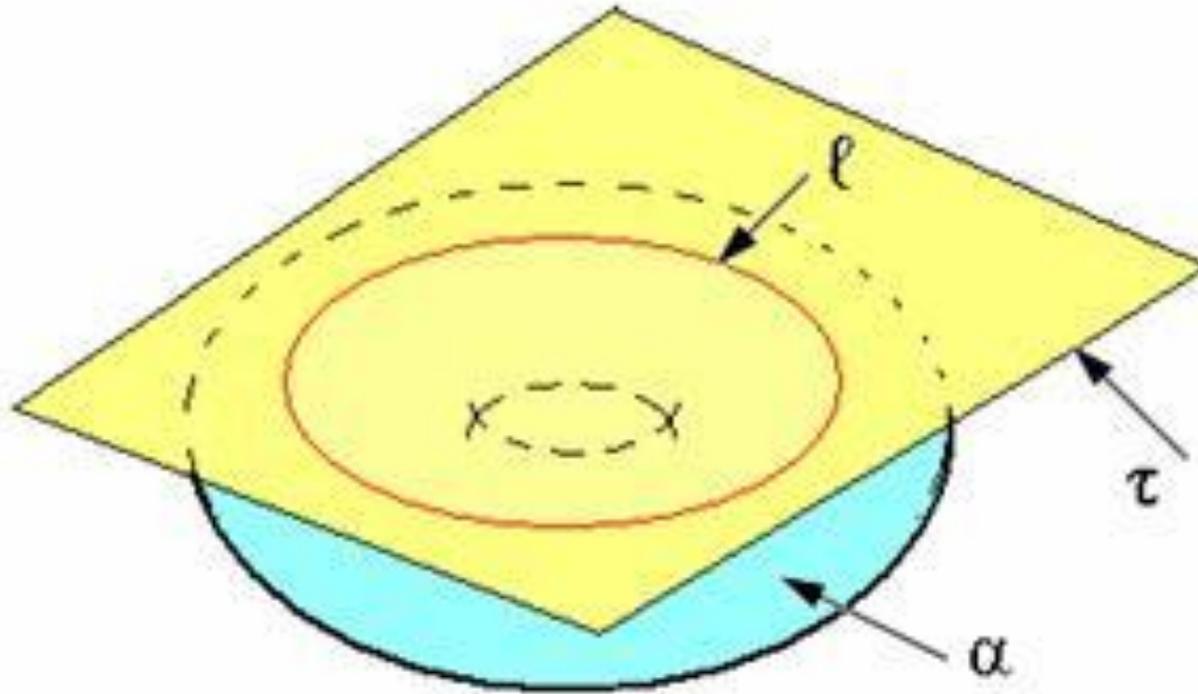
Плоскости, касательные к поверхности

Касательные к поверхности α



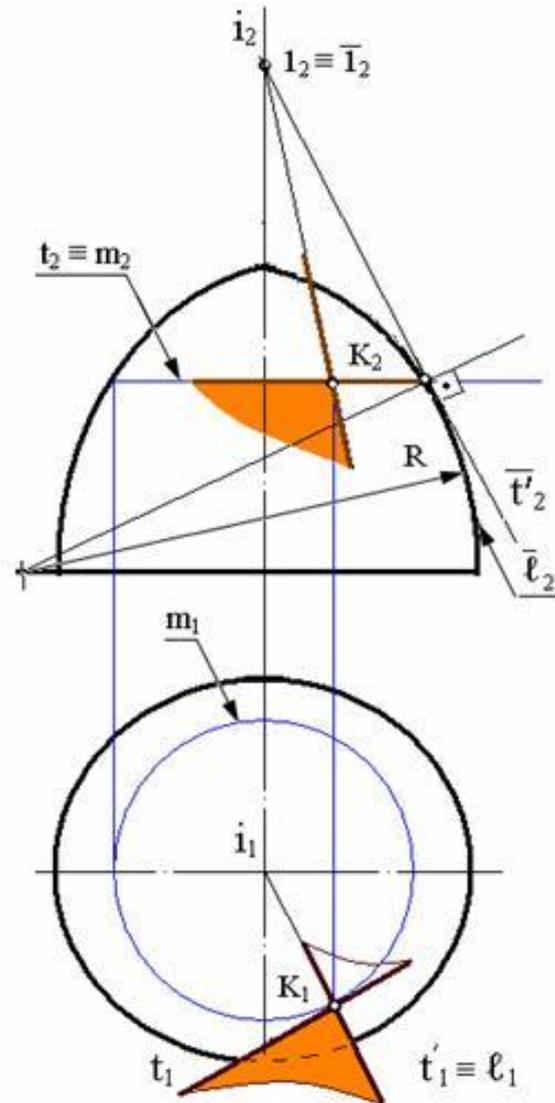
а – прямая t , б – плоскость

Изображение касательных линий



а – прямая, б – кривая

Построения касательной плоскости к поверхности тора



АксонOMETрические проекции

Изометрические проекции

Коэффициенты
искажения

$$k = m = n;$$

$$3k^2 = 2,$$

$$k = \sqrt{2/3} \approx 0,82.$$

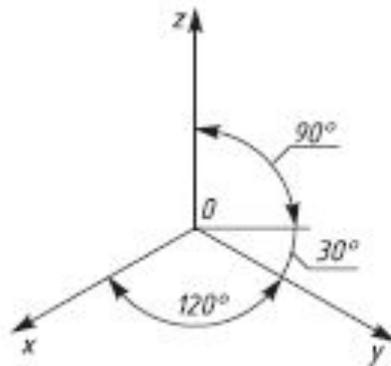


Рис. 6.4

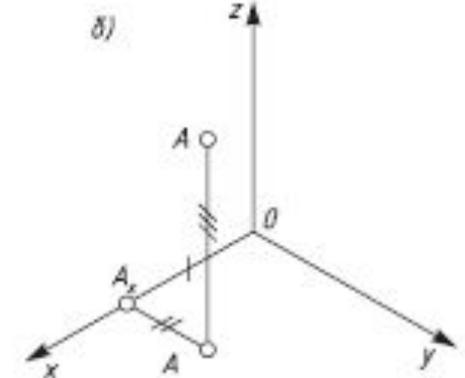
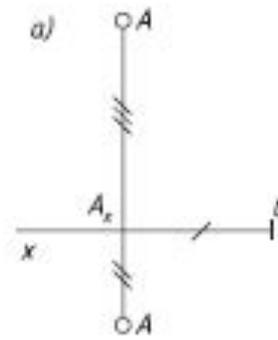
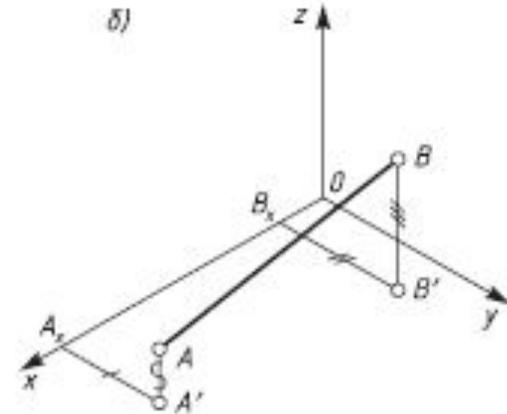
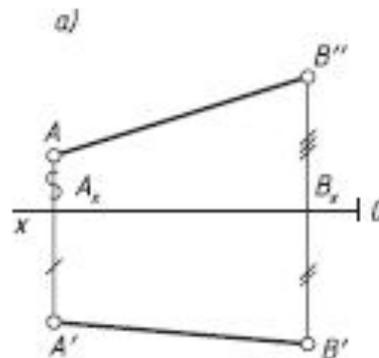
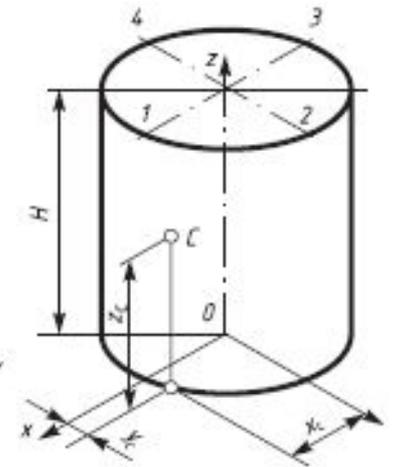
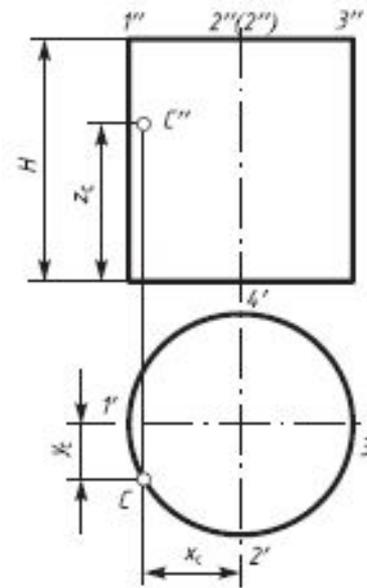
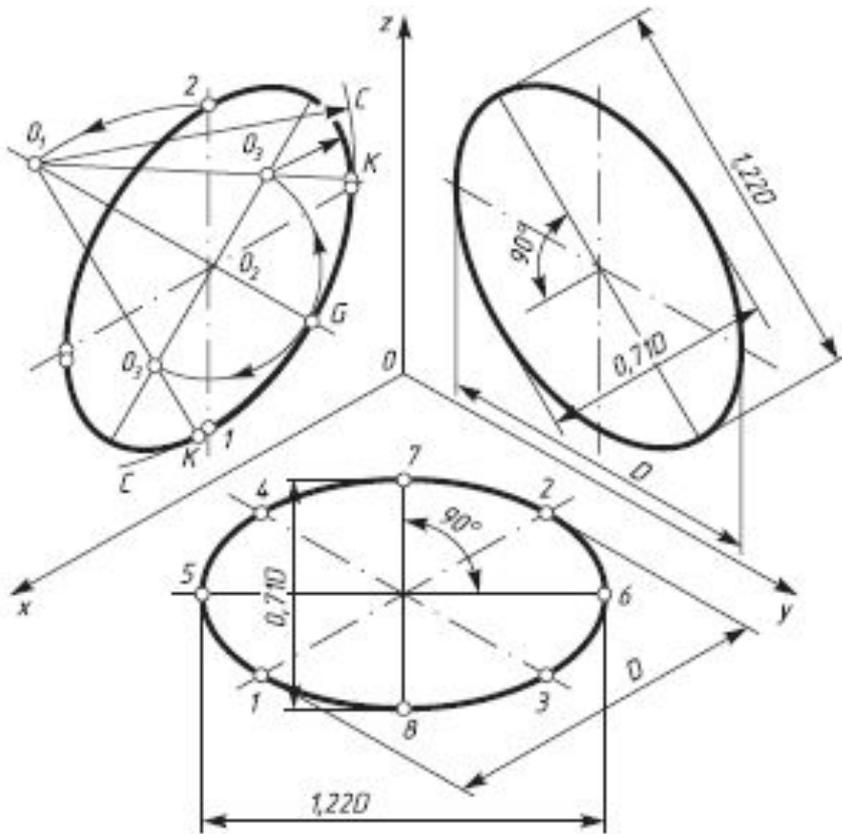


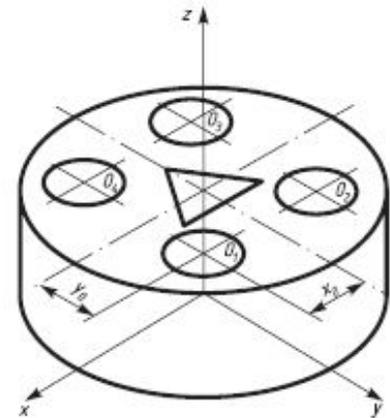
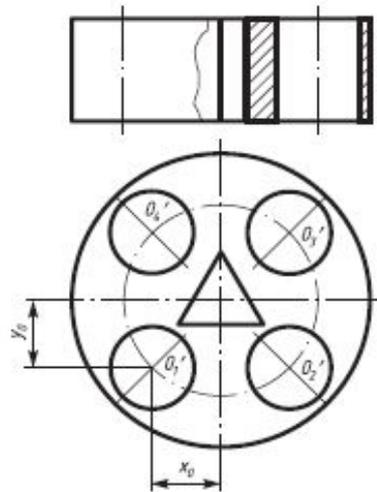
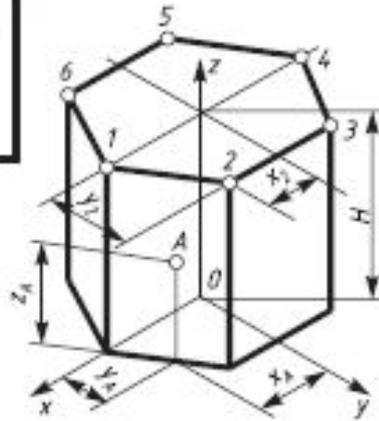
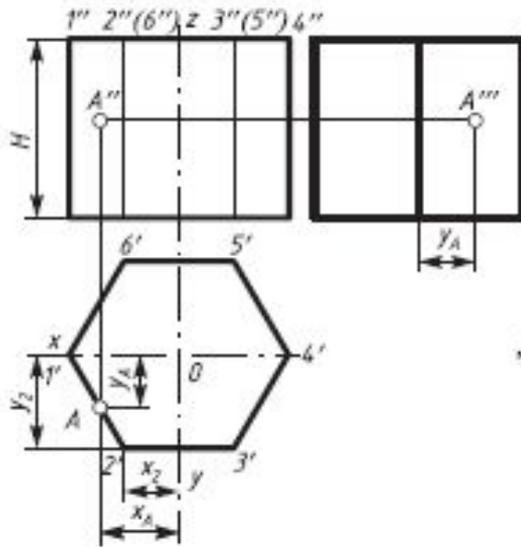
Рис. 6.5



Изометрические проекции



Изометрические проекции



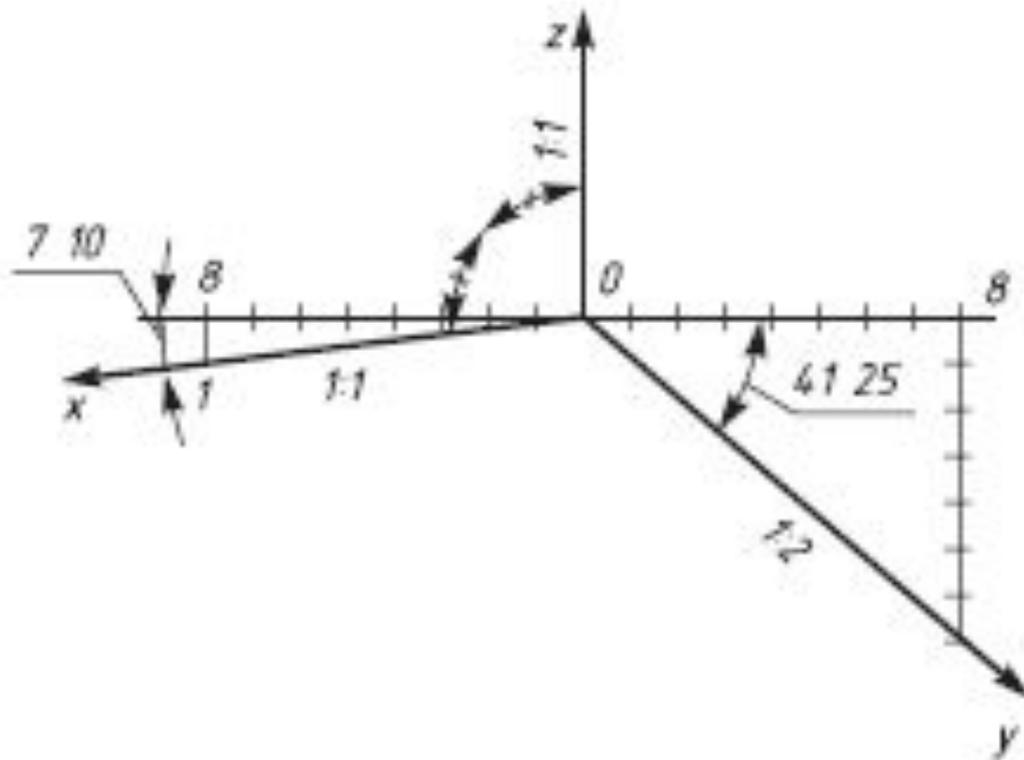
Диметрическая проекция

Коэффициенты
искажения

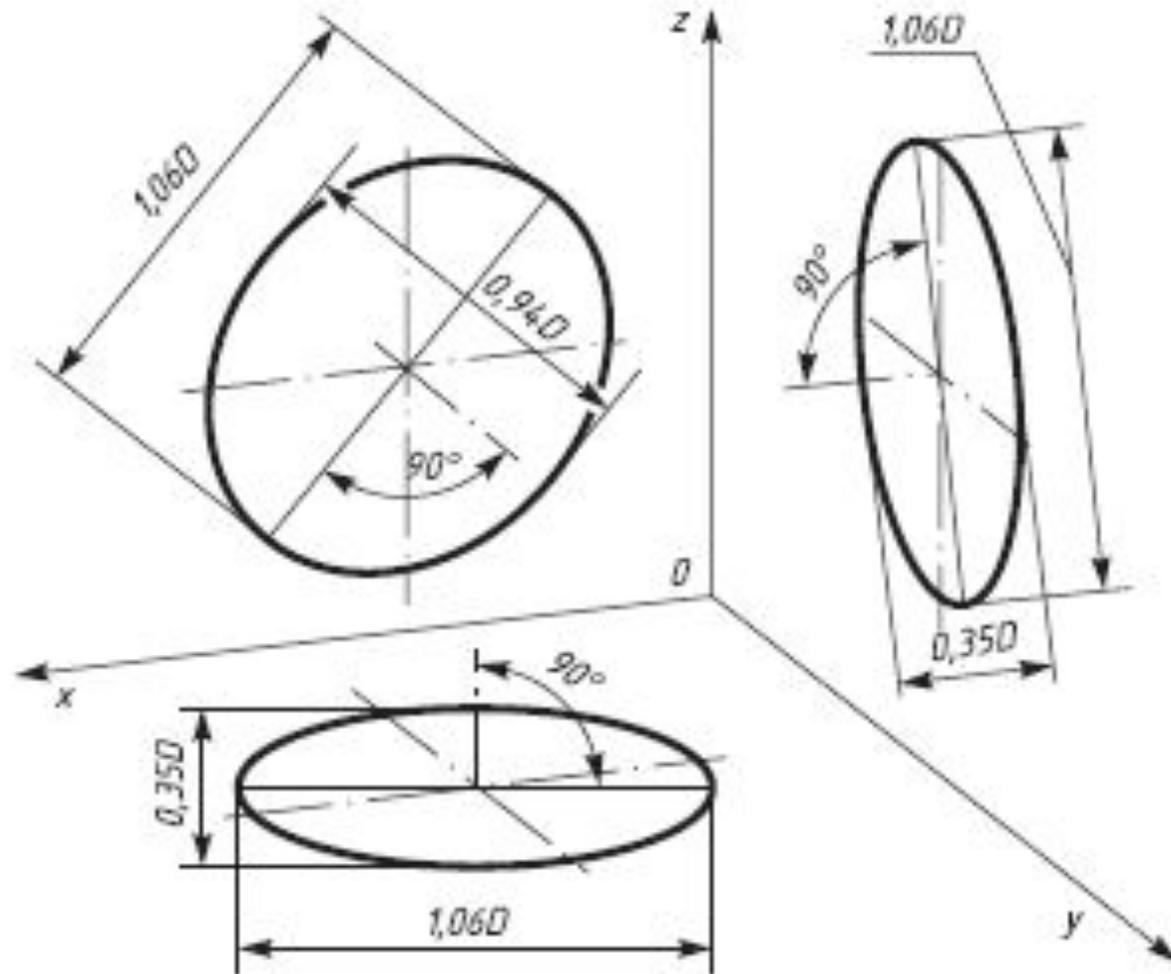
$$2k^2 + \frac{1}{4}k^2 = 2; \quad k = \sqrt{8/9} = 0,94; \quad m = 0,47.$$

$$k = n; \quad m = \frac{1}{2}k.$$

$$\operatorname{tg}7^{\circ}10' = \frac{1}{8}; \quad \operatorname{tg}42^{\circ}25' = \frac{7}{8}.$$



Диметрическая проекция



Кабинетная проекция

(косоугольная фронтальная диметрическая проекция)

