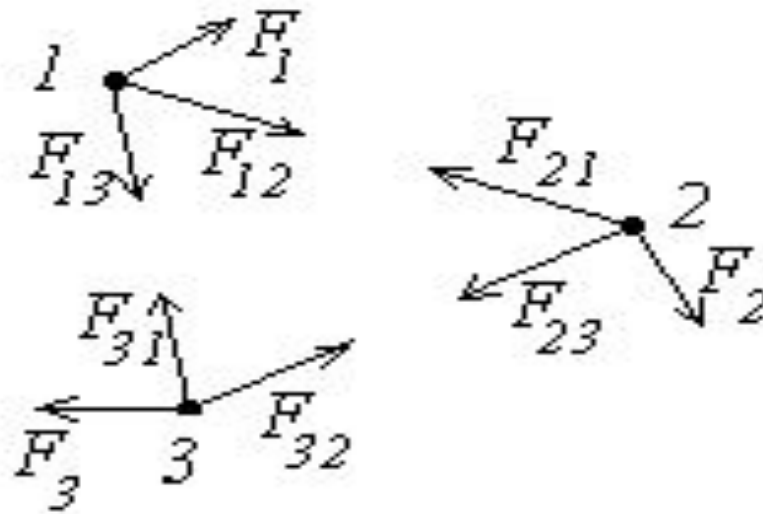


Лекция 2

Законы сохранения

О законах сохранения. Закон сохранения импульса как фундаментальный закон природы. Движение тела переменной массы. Реактивное движение. Уравнение Мещерского, уравнение Циолковского. Центр масс (центр инерции). Механический процесс. Работа. Мощность. Энергия. Кинетическая энергия. Внутренняя энергия. Консервативные и неконсервативные силы. Потенциальная энергия. Гравитационное поле. Закон сохранения энергии в механике. Законы сохранения и симметрия пространства и времени.



Составим уравнение движения для каждой материальной точки системы

$$\vec{F}_{12} + \vec{F}_{13} + \vec{F}_1 = \frac{d\vec{p}_1}{dt} \quad \vec{F}_{21} + \vec{F}_{23} + \vec{F}_2 = \frac{d\vec{p}_2}{dt} \quad \vec{F}_{31} + \vec{F}_{32} + \vec{F}_3 = \frac{d\vec{p}_3}{dt}$$

для системы

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \frac{d\vec{p}_1}{dt} + \frac{d\vec{p}_2}{dt} + \frac{d\vec{p}_3}{dt}$$

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \frac{d}{dt}(\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3) = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

или

$$\sum \vec{F}_{\text{внеш}} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

Суммарный импульс системы могут изменить только внешние силы, действующие на систему

Если $\sum \vec{F}_{\text{внеш}} = 0$ тогда $\sum \frac{d\vec{p}_i}{dt} = 0$

Система материальных тел, на которую сумма действия внешних сил равна нулю, называется замкнутой.

Суммарный импульс замкнутой системы является величиной постоянной.

Пример

Замкнутая система

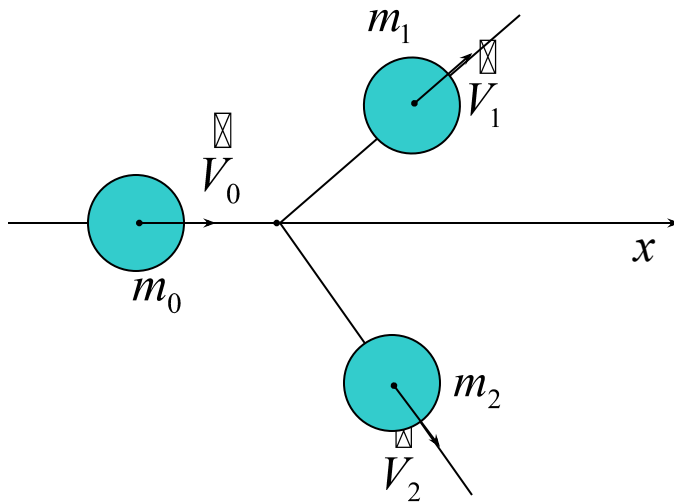
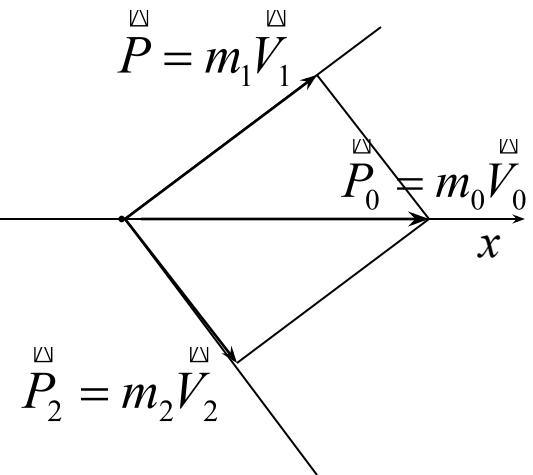


Диаграмма импульсов



$$\begin{aligned} m_0 &= m_1 + m_2 \\ P_0 &= P_1 + P_2 \end{aligned}$$

Движение тел переменной массы

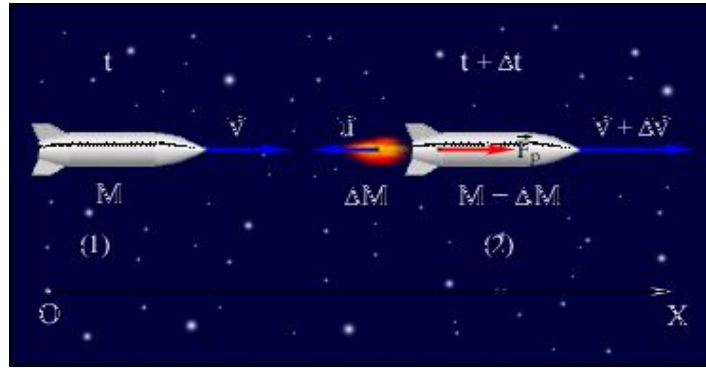
$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$$

$$p' = (m - dm) \cdot (v + dv) + dm(v + dv - u) = mv + mdv - udm$$

$$d\vec{p} = \vec{p}' - \vec{p}; \quad d\vec{p} = m d\vec{v} - \vec{u} dm.$$

$$\vec{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt} - \vec{u} \frac{dm}{dt}; \quad m\vec{a} = \vec{F} + \vec{u} \frac{dm}{dt} - \text{уравнение Мещерского}$$

Движение ракеты



$$m \frac{dv}{dt} = -u \frac{dm}{dt}$$

$$m dv = -u dm$$

$$v = -u \frac{dm}{m}$$

Формула Циолковского

$$v = -u \ln \frac{m}{m_0}$$

$$m = m_0 e^{-\frac{v}{u}}$$

Центр масс

Центром масс (центром инерции) называется точка при приложении силы в которую все тела системы будут двигаться прямолинейно.

Координаты центра масс

$$x_c = \frac{\sum m_i \cdot x_i}{\sum m_i} \quad y_c = \frac{\sum m_i \cdot y_i}{\sum m_i} \quad z_c = \frac{\sum m_i \cdot z_i}{\sum m_i}$$

Механический процесс

Переход материального объекта из одного состояния в другое называется процессом.

$x_1, y_1, z_1; p_{x1}, p_{y1}, p_{z1}$ - состояние 1

$\vec{r}_1, \vec{p}_1$

$x_2, y_2, z_2; p_{x2}, p_{y2}, p_{z2}$ - состояние 2

$\vec{r}_1, \vec{p}_1$
 t_1, t_2

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}; \quad d\vec{r}$$

$$dA = \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

$$dA = F \cdot ds \cdot \cos\alpha$$

Физическая величина характеризующая процесс называется **работой**.

Работа совершаемая в единицу времени называется **мощностью**

$$N = \frac{dA}{dt}$$

Энергия

Энергия – общая количественная мера движения и взаимодействия всех видов материи.

Энергия характеризует состояние материального объекта в данный момент времени.

В механике рассматриваются два вида энергии – **кинетическая** и **потенциальная**.

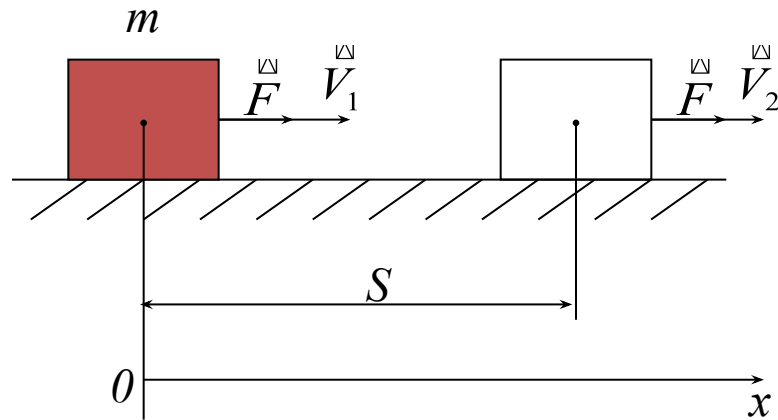
Кинетическая энергия

Энергия движущегося материального тела называется *кинетической энергией*.

$$E_{\text{к}} = \frac{m \cdot v^2}{2}$$

Механическая работа и кинетическая энергия

Скольжение по плоскости



$$A = F \cdot S; \quad F = m \cdot a$$

$$\text{при } a = \text{const}, \quad S = \frac{V_2^2 - V_1^2}{2a}$$

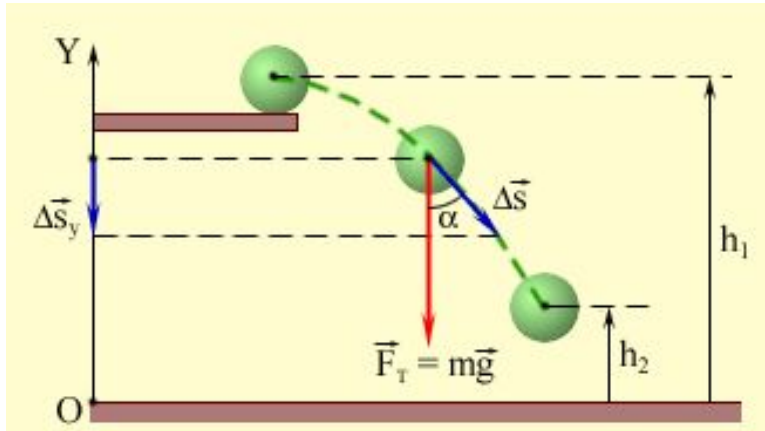
$$A = \frac{mV_2^2}{2} - \frac{mV_1^2}{2} = \Delta E$$

Потенциальная энергия

Потенциальная энергия – энергия взаимодействия материальных объектов, обусловленное их взаимным расположением.

Потенциальная энергия это энергия положения.

Механическая работа и потенциальная энергия



Механическая работа силы тяжести

$$A = - (mgh_2 - mgh_1)$$

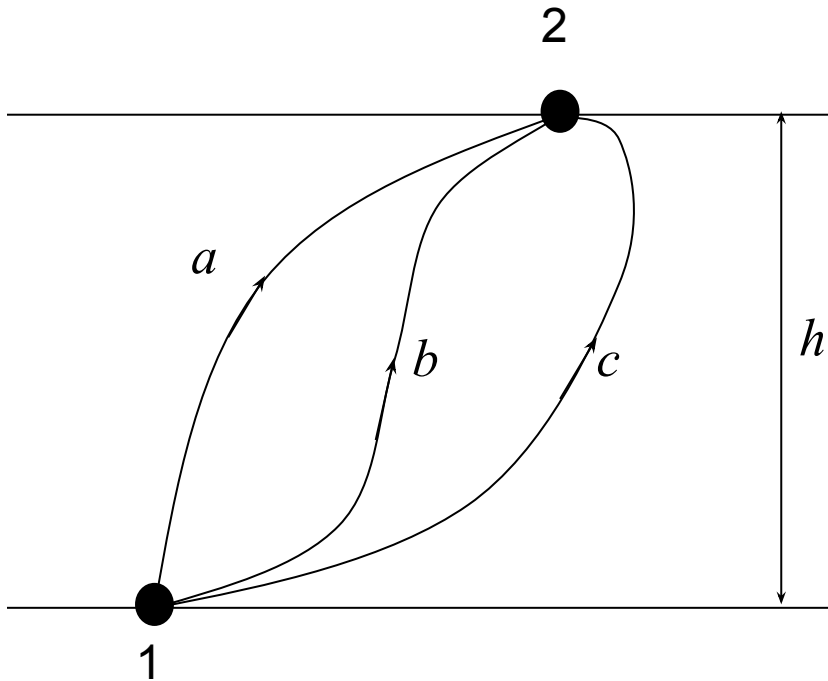
Изменение потенциальной энергии $E_p = mgh$

$$A = - (E_{p2} - E_{p1}) = - \Delta E_{\text{п}}$$

Сила величина которой зависит только от положения материальной точки и не зависит от направления движения называется *консервативной* или *потенциальной*.

Работа в потенциальном поле сил не зависит от траектории движения частицы, а зависит только от начального и конечного положения.

Независимость потенциальной энергии от траектории движения



$$A_{1a2} = A_{1b2} = A_{1c2}$$

$$E_{p1} = 0; \quad E_{p2} = mgh$$

Сумма *кинетической* и *потенциальной* энергии называется *полной механической энергией* системы.

$$E_{\kappa} + E_p = E$$

Закон сохранения энергии в механике

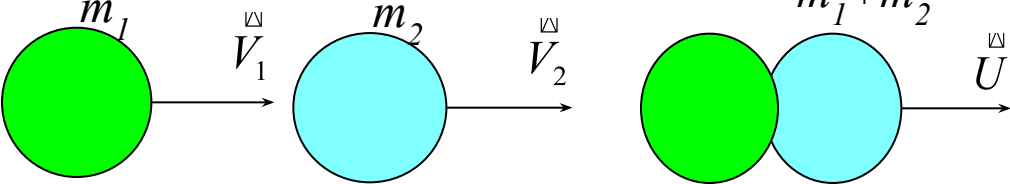
Полная механическая энергия в отсутствии неконсервативных сил является величиной постоянной.

Закон сохранения энергии в природе

Энергия ниоткуда не возникает и никуда не исчезает, а только переходит из одного вида в другой

Ударное взаимодействие тел

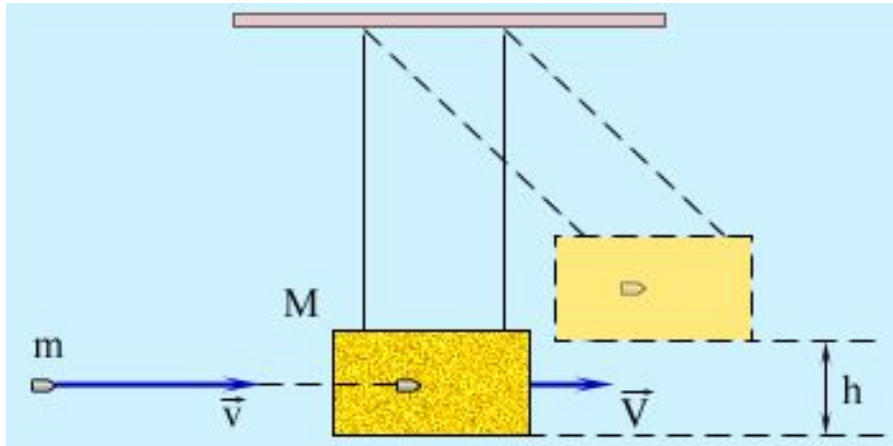
Абсолютно неупругий удар



$$m_1 \vec{V}_1 + m_2 \vec{V}_2 = (m_1 + m_2) \vec{U}$$

$$\frac{m_1 V_1^2}{2} + \frac{m_2 V_2^2}{2} = (m_1 + m_2) \frac{U^2}{2} + \Delta E$$

$$\vec{P}_1 + \vec{P}_2 = \vec{P}$$



$$mV = (M + m)U$$

Потеря механической энергии

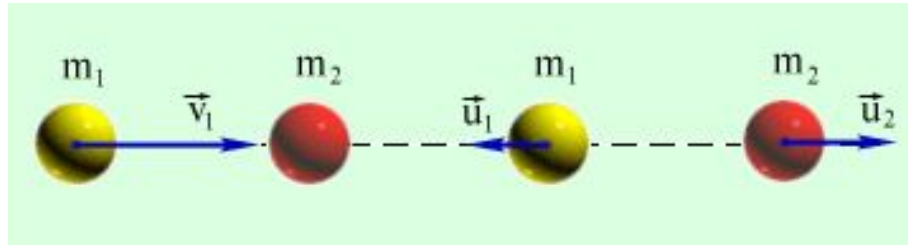
$$\Delta E = \frac{mV^2}{2} - \frac{(M + m)U^2}{2}$$

$$h = \frac{U^2}{2g} - \text{высота подъема маятника}$$

Ударное взаимодействие тел

Абсолютно упругий удар

центральный

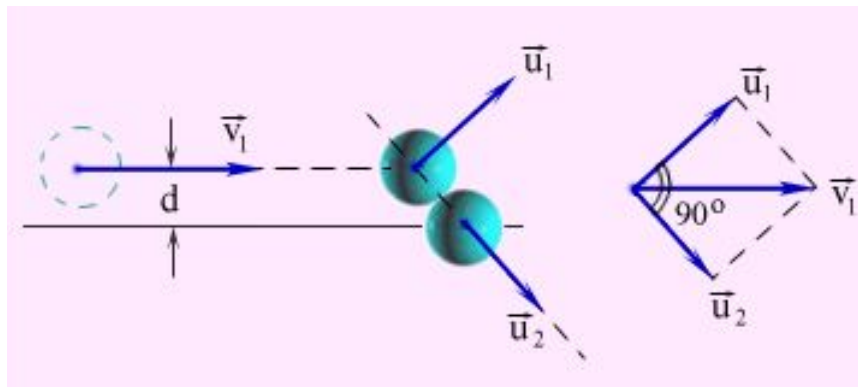


$$m_1 \vec{V}_1 + m_2 \vec{V}_2 = m_1 \vec{U}_1 + m_2 \vec{U}_2$$

$$\frac{m_1 V_1^2}{2} + \frac{m_2 V_2^2}{2} = \frac{m_1 U_1^2}{2} + \frac{m_2 U_2^2}{2}$$

$$\vec{P}_1 + \vec{P}_2 = \vec{P}_1' + \vec{P}_2'$$

нецентральный



$$m_1 \vec{V}_1 = m_1 \vec{U}_1 + m_2 \vec{U}_2$$

$$\frac{m_1 V_1^2}{2} = \frac{m_1 U_1^2}{2} + \frac{m_2 U_2^2}{2}$$

$$\vec{P}_1 = \vec{P}_1' + \vec{P}_2'$$

Релятивистская энергия

$$E_{\text{к}} = m \cdot c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right)$$

$$E = m \cdot c^2 \quad E = E_{\text{к}} + E_0$$

Связь между импульсом и кинетической энергией

$$p^2 \cdot c^2 = E_{\text{к}}(E_{\text{к}} + 2m \cdot c^2)$$