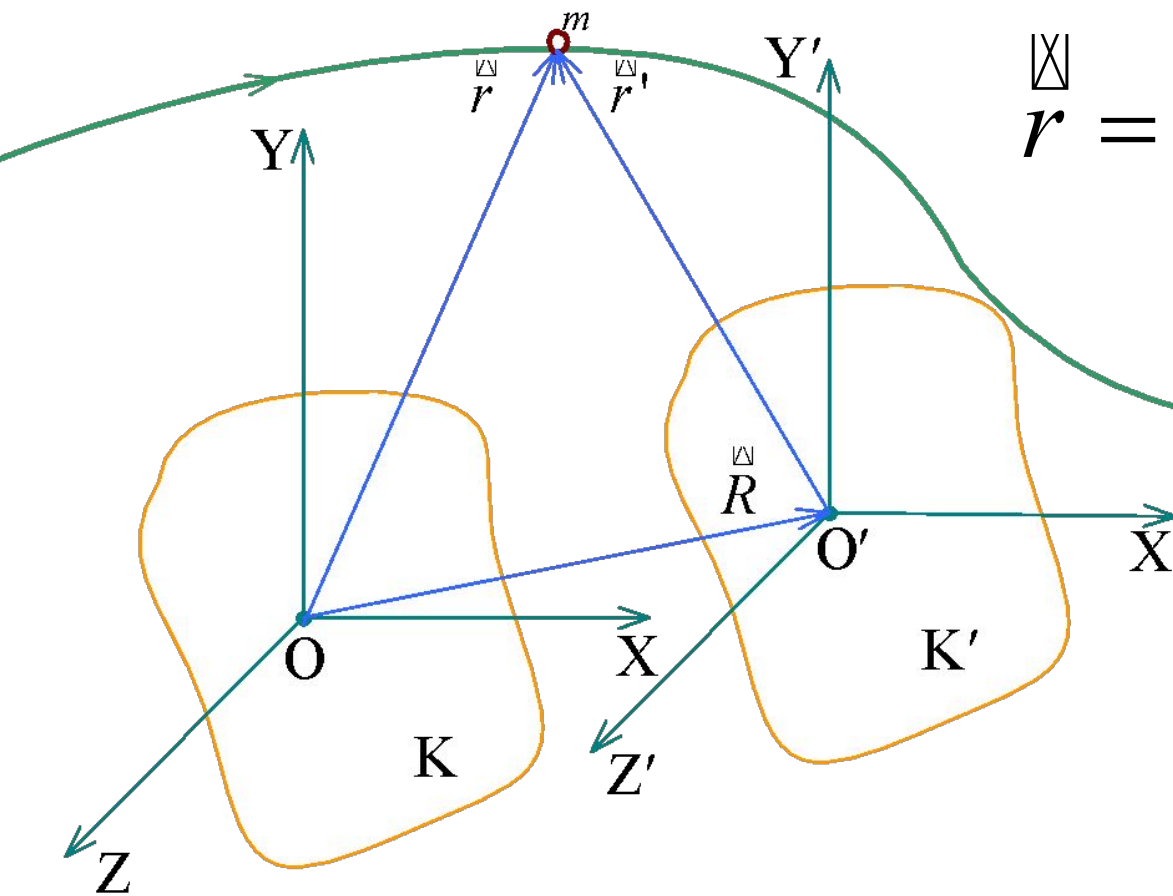


ЭЛЕМЕНТЫ СПЕЦИАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ (СТО). РЕЛЯТИВИСТСКАЯ КИНЕМАТИКА

План лекции

<u>1.1. Преобразование Галилея. Механический принцип относительности</u>	3
<u>1.2. Постулаты СТО</u>	7
<u>1.3. Преобразование Лоренца</u>	8
1.4. <u>Следствия преобразования Лоренца. Сокращение длин.</u>	10
<u>1.5. Запаздывание движущихся часов (замедление хода движущихся часов)</u>	11
<u>1.6. Релятивистский закон сложения скоростей</u>	13
<u>1.7. Интервал. «Пространство-время»</u>	16
<u>1.8. Задачи</u>	17

1.1. Преобразование Галилея. Механический принцип относительности $V \ll c$



$$\vec{r} = \vec{r}' + \vec{R} = \vec{r}' + \vec{V}t \quad (*)$$

или

$$x = x' + V_x t'$$

$$y = y' + V_y t'$$

$$z = z' + V_z t'$$

$$t = t'$$

(**)

K – условно неподвижная ИСО

K' – движущаяся со скоростью $\vec{V} = \text{const}$ относительно K СО

(*)

и

(**)

- преобразование

$$\frac{d}{dt} \boxed{(*)} \rightarrow \boxed{v} = \boxed{v'} + \boxed{V} \xrightarrow{\frac{d}{dt}} \boxed{a} = \boxed{a'}$$

$$\boxed{F} = m \boxed{a}$$

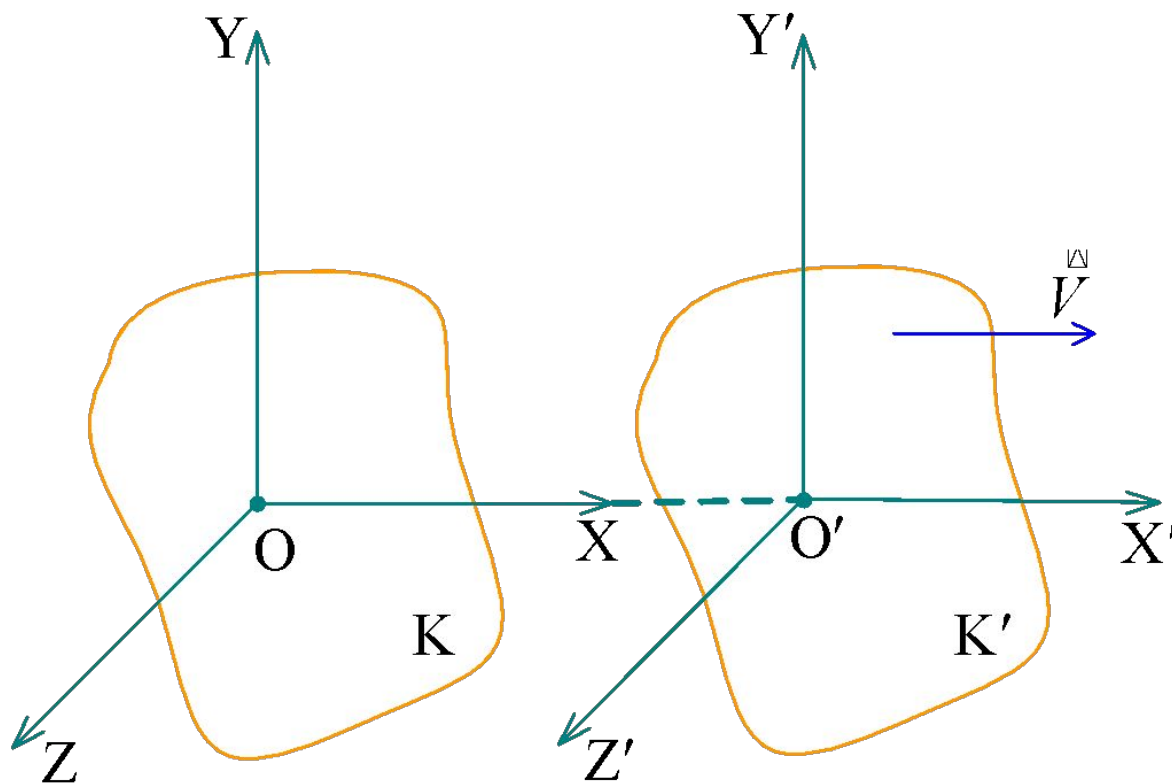
$$\boxed{F'} = m \boxed{a'}$$

Ускорение материальной точки во
всех инерциальных системах отсчета
одно и то же!!!

**Принцип относительности (ПО) Галилея
(механический ПО) гласит:**

во всех инерциальных системах отсчета законы механики формулируются одинаково, др. словами уравнения, выражающие законы механики инвариантны по отношению ко всем ИСО.

Принцип относительности утверждает **равноправие всех инерциальных систем отсчета.**



$$x = x' + Vt'$$

$$y = y'$$

$$z = z'$$

$$t = t'$$

**частное
преобразова
ние**

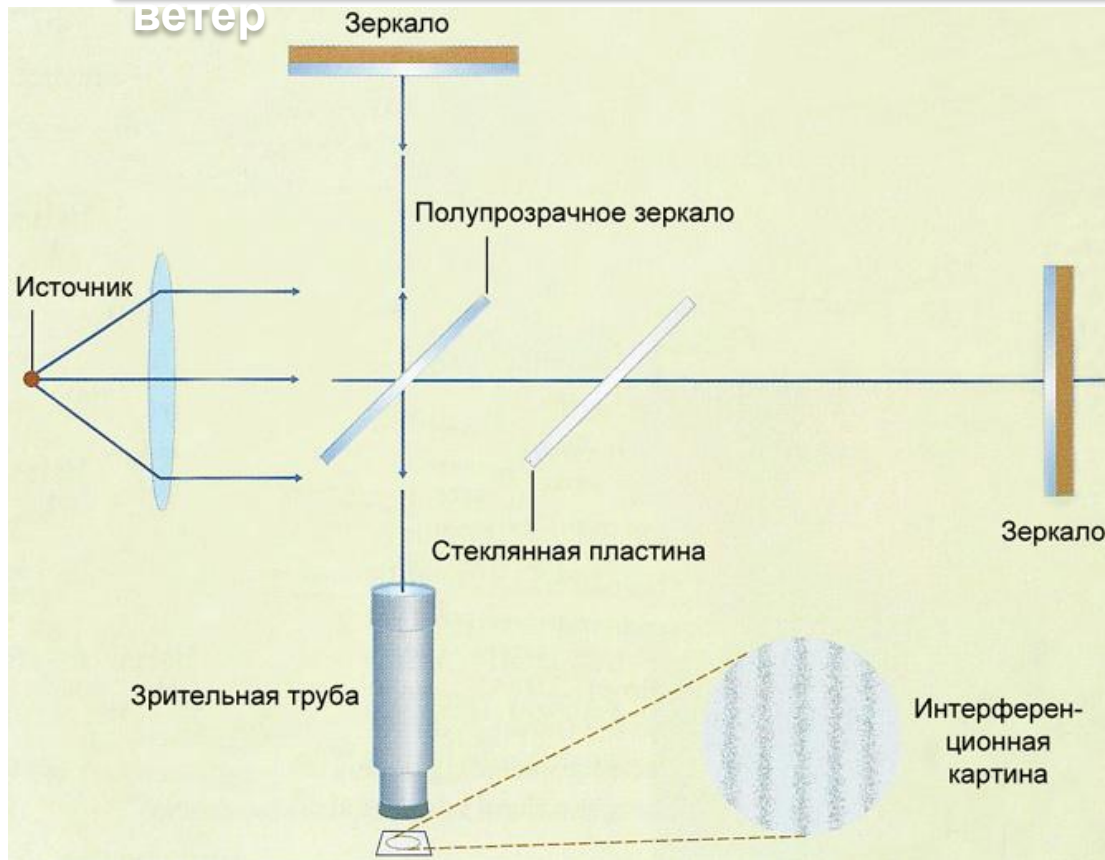
Галилея

Противоречия в физике XIX века

-из опытов: движения быстрых заряженных частиц не подчиняется законам классической механики

- согласно классическому закону сложения скоростей *скорость света* «должна» зависеть от относительного движения источников и приемников светового сигнала, что противоречит опыту

Опыт Майкельсона – Морли – попытка обнаружить эфирный ветер

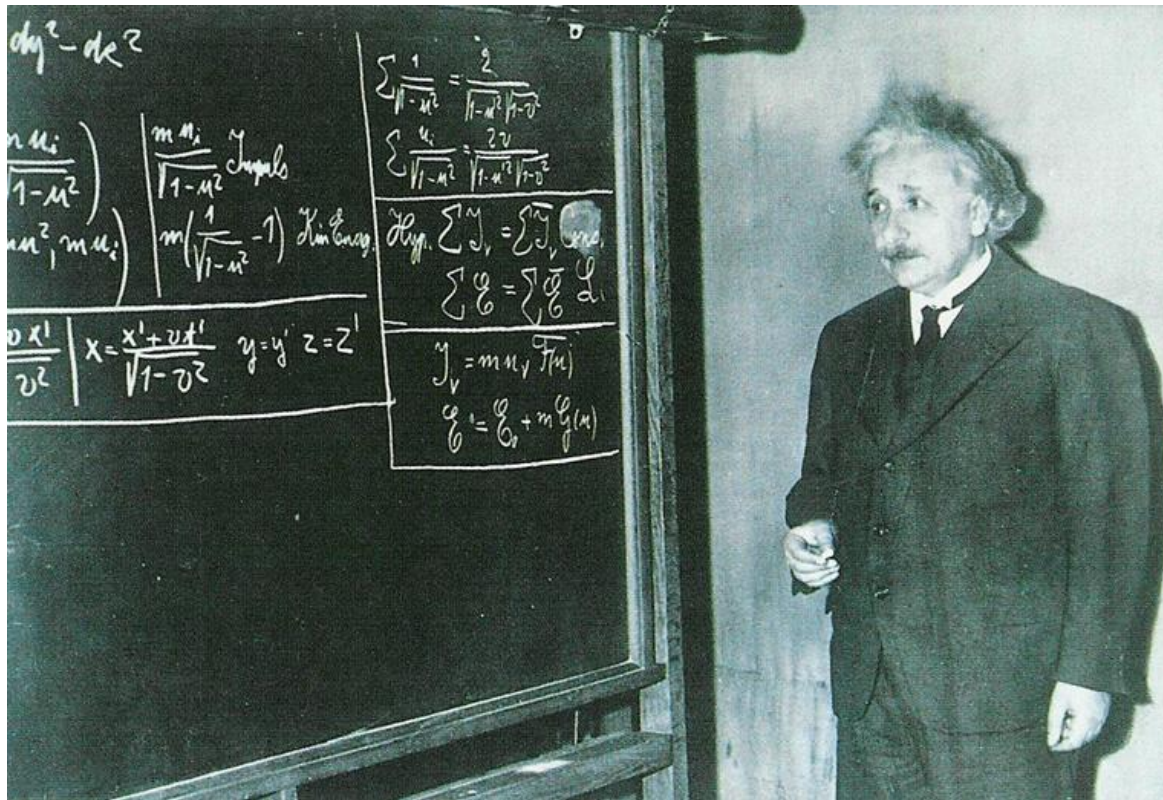


рез
ул
та
т

Полный эфирный

штиль!

1.2. Постулаты СТО. (Постулаты Эйнштейна)



- описание любого физического события или явления зависит от *системы отсчета*, в которой находится наблюдатель

- но, в то время как описание событий зависит от наблюдателя, законы природы от него не зависят, то есть, как принято говорить на научном языке, являются *инвариантными*

1. Все законы природы во всех инерциальных системах отсчета имеют один и тот же вид

2. Скорость света в вакууме во всех ИСО одна и та же.

1.3. Преобразование Лоренца $V \leq c$

$$K' \rightarrow K$$

$$x = \frac{x' + Vt'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

$$y = y'$$

$$z = z'$$

$$t = \frac{t' + \frac{V}{c^2} x'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

$$K \rightarrow K' \quad \longrightarrow \quad V \rightarrow -V$$

$$x' = \frac{x - Vt}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = \frac{t - \frac{V}{c^2} x}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

Выводы:

-при $V > c$

знаменатели выражений преобразования становятся мнимыми и преобразование теряет смысл.

-в нерелятивистском пределе $V \ll c$

переходит в частное преобразование Галилея.

1.4. Следствия преобразования Лоренца. Сокращение

ДЛИНА

Рассмотрим стержень, покоящийся в системе K' и расположенный на оси $O'X'$ (или параллельно ей). Координаты концов стержня – x_1' и x_2' , причем (будем считать) $x_2' > x_1'$. В системе K стержень движется со скоростью V и в некоторый момент времени t его концы имеют координаты x_1 и x_2 соответственно. Связь между координатами концов в K' и K определяется равенством . Запишем его два раза:

$$x_1' = \frac{x_1 - Vt}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}, \quad x_2' = \frac{x_2 - Vt}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}.$$

$$x_2' - x_1' = \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \quad \longrightarrow \quad l = l_0 \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} \quad (1)$$

Формула (1) описывает сокращение движущихся предметов (тел) в направлении движения (лоренцево сокращение).

Поперечные размеры тела в K и K' одинаковы, поэтому объем движущегося тела сокращается в соответствии с тем же законом, что и его продольные размеры.

1.5 . Запаздывание движущихся часов (замедление хода движущихся часов)

Пусть два события происходят в одной точке (x', y', z') в системе K' в моменты времени t'_1 и t'_2 , $t'_2 > t'_1$.

В системе K эти события происходят в моменты t_1 и t_2 соответственно в разных точках пространства. Связь между t'_1 и t_1 , t'_2 и t_2 определяется:

$$t_1 = \frac{t'_1 + \frac{V}{c^2} x'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}, \quad t_2 = \frac{t'_2 + \frac{V}{c^2} x'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \quad \longrightarrow \quad \Delta t' < \Delta t \quad \longrightarrow \quad \tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (2)$$

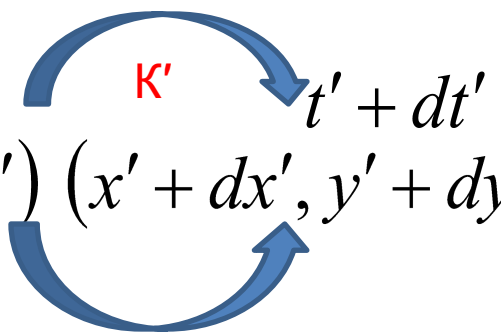
τ_0 - собственное время физического объекта

Эффект замедления времени подтверждается фактами из жизни нестабильных частиц. Нестабильная частица рождается в некоторый момент времени и, спустя определенный промежуток времени, распадается. Указанный промежуток между этими двумя событиями – рождением и распадом – называется временем жизни частицы. Для частиц определенного сорта время жизни – величина статистическая, поэтому говорят о **среднем времени жизни частицы**. Среднее время жизни **мюонов**, измеренное в ИСО, относительно которой они покоятся или движутся с малыми скоростями, составляет $\tau_0 \approx 2 \cdot 10^{-6}$

Известно, что эти частицы имеются в составе космических лучей. Они образуются на высоте 20–30 км и значительное их количество успевает достигнуть земной поверхности. Даже при скорости очень близкой к скорости света в вакууме частица прошла бы расстояние порядка 600 м. То, что мюоны успевают долететь до земной поверхности, объясняется тем фактом, что в СО, связанной с Землей, их время жизни определяется равенством (2).

1.6 . Релятивистский закон сложения скоростей

Для вывода закона сложения скоростей в релятивистской кинематике рассмотрим два бесконечно близких события, связанных с движущейся материальной точкой (частицей):



$$t' \quad t' + dt'$$

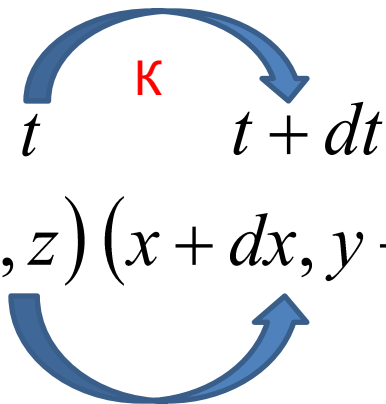
$$(x', y', z') \quad (x' + dx', y' + dy', z' + dz')$$

$$t + dt = \frac{t' + dt' + \frac{V}{c^2}(x' + dx')}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

$$x + dx = \frac{x' + dx' + V(t' + dt')}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

$$y + dy = y' + dy'$$

$$z + dz = z' + dz'$$



$$t \quad t + dt$$

$$(x, y, z) \quad (x + dx, y + dy, z + dz)$$

$$dt = \frac{dt' + \frac{V}{c^2} dx'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

$$dx = \frac{dx' + V dt'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

$$dy = dy'$$

$$dz = dz'$$



«-»
выражения
для t, x, y, z

Используя определение скорости

$$v_x = \frac{dx}{dt}, \quad v_y = \frac{dy}{dt}, \quad v_z = \frac{dz}{dt} \quad \text{и} \quad v'_x = \frac{dx'}{dt'}, \quad v'_y = \frac{dy'}{dt'}, \quad v'_z = \frac{dz'}{dt'}$$

Поделив dx на dt , dy на dt , и dz на dt , получим

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= \frac{dx' + Vdt'}{dt' + \frac{V}{c^2}dx'} = \frac{\frac{dx'}{dt'} + \frac{Vdt'}{dt'}}{\frac{dt'}{dt'} + \frac{V}{c^2} \frac{dx'}{dt'}} = \frac{v'_x + V}{1 + \frac{V}{c^2}v'_x} \\ \frac{dy}{dt} &= \frac{dy' \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{dt' + \frac{V}{c^2}dx'} = \frac{\frac{dy'}{dt'} \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{\frac{dt'}{dt'} + \frac{V}{c^2} \frac{dx'}{dt'}} = \frac{v'_y \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 + \frac{V}{c^2}v'_x} \end{aligned}$$

$$dz =$$

$$v_x = \frac{v'_x + V}{1 + \frac{Vv'_x}{c^2}}, \quad v_y = \frac{v'_y \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 + \frac{Vv'_x}{c^2}}, \quad v_z = \frac{v'_z \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 + \frac{Vv'_x}{c^2}} \quad (3)$$

(3) и есть искомый **закон сложения скоростей** – закон преобразования скорости при переходе от одной ИСО к другой

1) При $V > c$ закон теряет смысл (в соответствии с постулатом)

2) В нерелятивистском приближении $V \ll c, v \ll c$ получаем нерелятивистский закон сложения скоростей (соответствующий частному преобразованию Галилея)

$$v_x = v'_x + V, \quad v_y = v'_y, \quad v_z = v'_z$$

3) Если скорость физического объекта в системе K' равна c – например $U'_x = c$ – то из **(3)** получаем: $U_x = c$ т.е. скорость объекта в K **также** равна c (как и должно быть – по постулату)

1.7. Интервал. «Пространство-время»

Событие определяется местом, где оно произошло, и моментом времени, когда оно произошло (t, x, y, z) , т.е. четверкой величин

Величины, определяющие событие, в различных системах отсчета – различны: в системе К это (t, x, y, z) , а в системе К' (t', x', y', z') , *интервал* между двумя событиями:

$$s_{12}^2 = c^2(t_2 - t_1)^2 - (x_2 - x_1)^2 - (y_2 - y_1)^2 - (z_2 - z_1)^2$$

Интервал -

инвариант

$$(s_{12}')^2 = (s_{12})^2$$

**«Пространство-время» - единая форма существования материи,
пространственно-временные отношения относительны.**

1.8. Задачи

А.1. При какой относительной скорости движения релятивистское сокращение длины движущегося тела составляет 25%?

A. 2. Какую скорость должно иметь движущееся тело в системе К, чтобы его продольные размеры уменьшились в 2 раза?

A.3. Мезон, входящий в состав космических лучей, движется со скоростью, составляющей 95% скорости света. Какой промежуток времени по часам земного наблюдателя соответствует одной секунде «собственного времени» мезона?

Тест. Тело кубической формы движется со скоростью $V = c/2$ относительно лабораторной системы отсчета. Найти отношение его плотности в лабораторной системе отсчета к плотности в собственной.