

Основы логики

Логика - наука о формах и способах мышления.

Высказывание (суждение) - это повествовательное предложение, в котором что-либо утверждается или отрицается.

Высказывания бывают истинными или ложными.

Высказывания бывают простые и сложные.

Примеры **простых высказываний**:

- 1 Ни один человек не весит более 1000 кг. - истина.
- 2 Всякий человек имеет брата - ложь

Сложные высказывания образуются из простых высказываний, объединенных союзами И, ИЛИ, частицей НЕ.

Примеры **сложных высказываний**:

- 1 Любой человек весит менее 1000 кг. **ИЛИ** имеет брата.
- 2 Процессор является устройством обработки информации **И** принтер является устройством печати

Истинность сложных высказываний вычисляется с помощью алгебры высказываний.

Умозаключение – форма мышления, посредством которой из одного или нескольких суждений, называемых посылками, мы по определенным правилам вывода получаем суждение-заключение (вывод умозаключения).

Еще в древности было известно рассуждение, ставшее классическим примером верного логического умозаключения:

Все люди смертны.

Сократ – человек

Сократ смертен.

- Заметим, что посылками умозаключения по правилам логики могут быть только *истинные* суждения.
- Всякое умозаключение, так же как и суждение, имеет свою форму. Эта форма может быть логически правильной или логически неправильной. Так, в примере с Сократом форма умозаключения логически верная:

Все S есть P.

Некоторые A есть S.

Некоторые A есть P.

Примеры верных умозаключений:

Умозаключение	Форма умозаключения
<i>Все граждане России имеют право на отдых. Я - гражданин России.</i>	Все S есть P . A есть S .
<i>Я имею право на отдых.</i>	A есть P .
<i>Если цветы поливают, то они не засохнут. Цветы засохли.</i>	Если S есть $P1$, то S не есть $P2$. S есть $P2$.
<i>Цветы не поливали.</i>	S не есть $P1$

Правильно ли рассуждает человек, когда он говорит:

Умозаключение.	Истинность Суждений	Форма умозаключения
<i>Если что-то есть металл, то оно проводит электрический ток. Алюминий проводит ток</i>	<i>Истина</i> <i>Истина</i>	<i>Если S есть $P1$, то S есть $P2$. A есть $P2$.</i>
<i>Алюминий - металл.</i>	<i>Истина</i>	<i>A есть $P1$.</i>

Из истинных посылок получилось истинное заключение. Можно предположить, что, рассуждая по данной форме, мы получим из истинных посылок истинное заключение во всех случаях.

Проверим это:

Умозаключение	Истинность суждений	Форма умозаключения.
<i>Если что-то есть металл, то оно проводит электрический ток. Вода проводит ток.</i>	Истина Истина	Если S есть $P1$, то S есть $P2$. A есть $P2$.
<i>Вода - металл.</i>	Ложь	A есть $P1$.

Из истинных посылок получилось **ложное** заключение. Наше предположение о том, что, рассуждая по данной форме, мы всегда из истинных посылок получим истинное заключение, ошибочно. Следовательно, те, кто рассуждает по данной форме, либо ошибаются сами, либо вводят слушателей в заблуждение. Таким образом, услышав какую-нибудь фразу (рассуждение, умозаключение), вы можете, определив форму этого рассуждения и зная, правильна ли она логически, заранее сказать, будет ли истинным заключение.

Рассмотрим, например, следующую фразу:

Если у человека повышена температура, то он болен; этот человек болен; следовательно, у него должна быть повышенная температура.

Это пример рассуждения, построенного по той же неверной схеме (форме):

Если есть первое, то есть второе; второе есть; следовательно, есть первое.

Такая схема от истинных исходных положений (посылок) может вести не только к истинному, но и к ложному заключению.

Проверьте себя.

Выполните тест.

Щелкни здесь
«МЫШКОЙ».

Операция логического отрицания (инверсия).

Образование инверсии: к сказуемому добавляется частица “не” или используется оборот речи “неверно, что”.

Обозначение инверсии: НЕ А, А, $\overline{\text{NOT}} \text{ A}$.

Таблица истинности

A	НЕ А
0	1
1	0

ывания истинна, когда высказывание

ысказывание истинно.

Операция логического умножения. Конъюнкция.

Конъюнкция образуется соединением двух высказываний в одно с помощью союза “И”.

Обозначение конъюнкции: А и В, $A \wedge B$, $A \& B$, $A * B$, $A \text{ AND } B$

Таблица истинности

A	B	A и B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

высказываний истинна только

высказывания истинны,

отя бы одно высказывание ложно.

Операции логического сложения. Дизъюнкция.

Дизъюнкция образуется соединением двух высказываний в одно с помощью союза “ИЛИ”.

Обозначение дизъюнкции: А или В, $A \vee B$, $A|B$, А OR В

Таблица истинности

A	B	A или B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Дизъюнкция высказываний ложна только тогда, когда оба высказывания ложны, и, истинна, когда хотя бы одно высказывание истинно.

Импликация

(логическое следование).

Импликация образуется соединением двух высказываний в одно с помощью оборота речи “если ... , то ...”.

Обозначение импликации: $A \rightarrow B$, $A \Rightarrow B$

A	B	$A \Rightarrow B$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Таблица истинности

высказываний ложна тогда и только истинного высказывания следует

Эквивалентность

(логическое равенство).

Эквивалентность образуется соединением двух высказываний в одно при помощи оборота речи “... тогда и только тогда, когда...”.

Обозначение эквивалентности: $A = B$, $A \Leftrightarrow B$, $A \sim B$

Таблица истинности

A	B	$A \Leftrightarrow B$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

двух высказываний истинна тогда и

высказывания истинны или оба ложны.

Примеры сложных высказываний:

Сложное высказывание	Составляющие простые высказывания	Форма сложного высказывания
Е = Идет дождь, а у меня нет зонта	А = Идет дождь. В = У меня есть зонт.	$E = A \ \& \ \text{не}V$
Е = Когда живется весело, то и работа спорится	А = Живется весело. В = Работа спорится	$E = A \Rightarrow V$
Е = Идет налево – песнь заводит, направо – сказку говорит.	А = Идет налево. В = Идет направо. С = Песнь заводит. D = сказку говорит.	$E = (A \Rightarrow C) \vee (B \Rightarrow D)$

В формальной логике принято, что всякое простое высказывание обязательно имеет одно из двух значений — *истина* или *ложь*. Заметим, что это значение не всегда известно. Примерами таких высказываний являются недоказанные или непровергнутые гипотезы: теорема Ферма, предположение о существовании жизни на Марсе и т. п. Однако в случае *простого высказывания* всегда допустимо *договориться* о том, считать его истинным или ЛОЖНЫМ.

Сложное высказывание также является истинным или ложным, но это значение *вычисляется*. Вычисление производится по форме сложного высказывания в соответствии с таблицами истинности входящих в него логических операций.

Этапы вычисления значения сложного высказывания.

1. Выделить простые высказывания, отношения (связи) между ними и перевести их на язык формул (формализовать условие задачи, определить форму сложного высказывания).

Пример 1.

$E =$ Вчера было пасмурно, а сегодня ярко светит солнце.

Составляющие простые высказывания:

$A =$ Вчера было пасмурно;

$B =$ Сегодня ярко светит солнце.

Форма сложного высказывания: *$E = A \ \& \ B.$*

Пример 2.

E = Ваш приезд не является ни необходимым, ни желательным.

Составляющие простые высказывания:

A = Ваш приезд необходим; B = Ваш приезд желателен.

Форма сложного высказывания: $E = \overline{A \& B}$.

Пример 3.

E = Поиски врага длились уже три часа, но результатов не было, притаившийся враг ничем себя не выдавал.

Составляющие простые высказывания:

A = Поиски врага длились три часа;

B = Врага нашли (результат есть);

C = Враг себя выдал.

Форма сложного высказывания: $E = \overline{C} \Rightarrow A \& \overline{B}$.

2. *Вычислить значение логического выражения (формулы).*

Логические операции вычисляются в определенном порядке, согласно их приоритету:

- 1) инверсия;
- 2) конъюнкция;
- 3) дизъюнкция;
- 4) импликация и эквивалентность.

Операции одного приоритета выполняются слева направо. Для изменения порядка действий используются скобки.

3. *Определить количество строк и столбцов в таблице*

истинности. Так как каждое из простых высказываний может принимать всего два значения (0 или 1), то количество разных комбинаций значений n высказываний — 2^n . **Количество строк** в таблице равно 2^n плюс 2 строки на заголовок.

Количество столбцов в таблице равно сумме количества простых высказываний (и) и количества разных логических операций, входящих в сложное высказывание.

Пример 1.

В классе оказалось разбито стекло. Учитель объясняет директору:
Это сделал Коля или Саша. Но Саша этого не делал, так как в это время сдавал мне зачет. Следовательно, это сделал Коля.

Прав ли учитель?

1. Формализуем данное сложное высказывание. Для этого сначала выделим составляющие простые высказывания и определим их количество (n).

$K =$ *Это сделал Коля.*

$C =$ *Это сделал Саша.*

$n = 2$.

Определим форму высказывания:

$$E = (K \vee C) \& \bar{C} \Rightarrow K.$$

2. Определим количество строк и столбцов в таблице истинности.

- количество строк $2^2 + 2 = 6$;
- количество столбцов $2 + 4 = 6$.

3. Начертим таблицу и заполним ее в соответствии с определениями логических операций последовательно по столбцам. Сначала заполняем 1-й и 2-й столбцы, затем вычисляем значения 3-го столбца по значениям 2-го, потом значения 4-го — по значениям 1-го и 2-го и т. д.:

<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>
K	C	НЕ C НЕ (2)	K ∨ C (1) ∨ (2)	(K ∨ C) & НЕ C (4) & (3)	(K ∨ C) & НЕ C => K (5) => (1)
0	0	1	0	0	1
0	1	0	1	0	1
1	0	1	1	1	1
1	1	0	1	0	1

Вывод: мы получили в последнем столбце все единицы. Это означает, что значение сложного высказывания истинно при любых значениях простых высказываний *K* и *C*.

Следовательно, учитель рассуждал логически правильно.

Если высказывание истинно при всех значениях входящих в него переменных, то такое высказывание называется тождественно истинным или тавтологией.

Если высказывание ложно при всех значениях входящих в него переменных, то такое высказывание называется тождественно ложным.

Если значения сложных высказываний совпадают на всех возможных наборах значений входящих в них переменных, то такие высказывания называют равносильными, тождественными, эквивалентными (\Leftrightarrow).

Проверьте себя.

Выполните тест.

Щелкни здесь
«МЫШКОЙ».