

Презентация к уроку алгебры по теме:  
«Элементы комбинаторики. Способы решения  
комбинаторных задач»

Автор: Пересыпко Наталья Сергеевна,  
преподаватель математики  
ФГКОУ «Московское суворовское военное  
училище»

Участники: ученики 9 класса (15 лет)

Москва 2014 г.

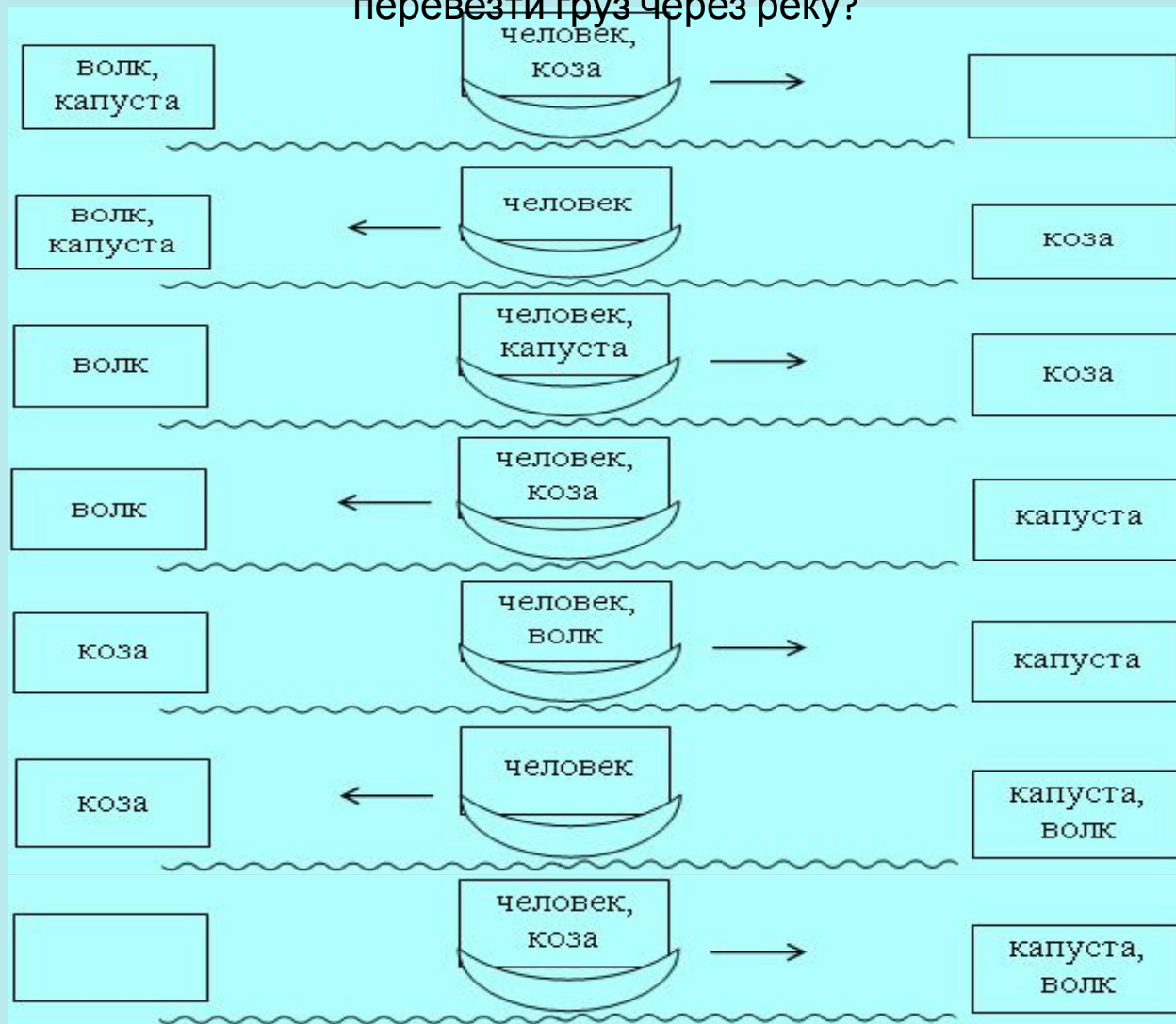
# **Элементы комбинаторики. Способы решения комбинаторных задач.**

Если вы хотите научиться плавать, то  
смело входите в воду, а если хотите  
научиться решать задачи, то решайте  
их! (Д. Пойа)

## Старинная задача: «Волк, коза и капуста»

Некий человек должен был перевезти в лодке через реку волка, козу и капусту. В лодке мог поместиться только один человек, а с ним или волк, или коза, или капуста. Но если оставить волка с козой без человека, то волк съест козу, если оставить козу с капустой, то коза съест капусту, а в присутствии человека никто никого не ест. Как

перевезти груз через реку?





**Готфрид  
Вильгельм Лейбниц**  
(1.07.1646 - 14.11.1716)

В 1713 году было опубликовано сочинение Я. Бернулли "Искусство предположений", в котором с достаточной полнотой были изложены известные к тому времени комбинаторные факты.

Комбинаторика, пройдя многовековой путь развития, обретя собственные методы исследования, с одной стороны, широко используется при решении задач алгебры, геометрии, анализа, с другой стороны, сама использует геометрические, аналитические и алгебраические методы исследования. В дальнейшем полем для приложения комбинаторных методов оказались биология, химия, физика. И, наконец, роль комбинаторики коренным образом изменилась с применением компьютеров: она превратилась в область, находящуюся на магистральном пути развития науки.

# Решение задач:

№ 715, № 716, №714.

# Комбинаторное правило умножения

- Пусть имеется  $n$  элементов и требуется выбрать из них один за другим  $k$  элементов. Если первый элемент можно выбрать  $n_1$  способами, после чего второй элемент можно выбрать  $n_2$  способами из оставшихся, затем третий элемент можно выбрать  $n_3$  способами из оставшихся и т. д., то число способов, которыми могут быть выбраны все  $k$  элементов, равно произведению

$$n_1 \cdot n_2 \cdot n_2 \cdot \dots \cdot n_k.$$

# Решение задач:

№ 728, № 722, № 723.

# **Самостоятельная работа с самопроверкой**

1. Три друга при встрече обменялись рукопожатиями. Сколько всего было сделано рукопожатий?

2. Сколько различных трехзначных чисел можно записать с помощью цифр:

1) 1 и 2 ;

2) 0 и 1

Ответы:

1) 8

2) 4

3. У Светланы 3 юбки и 5 кофт, удачно сочетающихся по цвету. Сколько различных комбинаций из юбок и кофт имеется у Светланы?

Ответ: 15

# Итоги урока.

- – Какие способы решения комбинаторных задач вы знаете?
- – Охарактеризуйте каждый способ решения.
- – Сформулируйте комбинаторное правило умножения.

# Способы решения комбинаторных задач

1. Перечисление (полный перебор) вариантов.
2. Подсчет вариантов с помощью графов.
  - а) Полные графы.
  - б) Дерево возможных вариантов (граф-дерево).
3. Составление таблицы возможных вариантов.
4. Непосредственное применение комбинаторного правила умножения.

# Домашнее задание

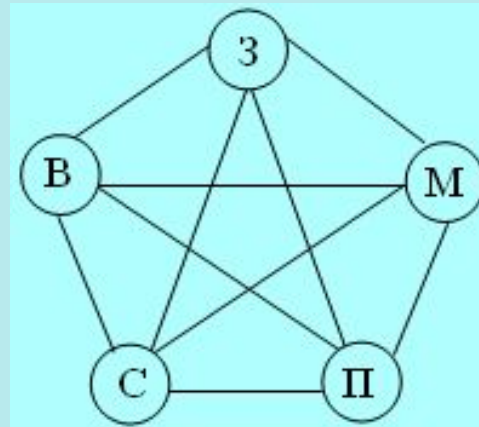
- **№ 714, № 719, № 721** (Дополнительно для желающих: придумать несколько задач и решить их с помощью изученных способов).

# Список использованных источников:

- Ю.Н.Макарычев, Н.Г.Миндюк, К.И.Нешков, С.В.Суворова. Алгебра. 9 класс: учеб. Для общеобразоват. учреждений. М.: Просвещение, 2010.
- Алгебра. 9 класс: поурочные планы по учебнику Ю. Н. Макарычева, Н. Г. Миндюк, К. И. Нешкова, С. Б. Суворовой / авт.-сост. Т. Ю. Дюмина, А. А. Махонина. – Волгоград : Учитель, 2011. – 399 с.
- <http://ru.wikipedia.org/>

## № 715

- В этой задаче не учитывается порядок элементов. Можно осуществлять перебор как в примере 1, а можно наглядно переставить в виде графа:



- В – Вера
- З – Зоя
- М – Марина
- П – Полина
- С – Светлана
- Ребра графа показывают связь в парах, таких ребер 10, значит, всего 10 вариантов выбора подруг.



## № 716

- В этой задаче при выборе пар входов порядок выбора имеет значение: *AB* означает, что посетитель вошел через *A*, а вышел через *B*, а *BA* означает, что вошел через *B*, а вышел через *A*.
- Фиксируем каждый вход по очереди и дописываем к нему в пару оставшиеся:
- *A*: *AB*, *AC*, *AD*;
- *B*: *BA*, *BC*, *BD*;
- *C*: *CA*, *CB*, *CD*;
- *D*: *DA*, *DB*, *DC*.
- Итого – 12 вариантов.



# №714

1 способ:



2 способ: Решим с помощью комбинаторного правила умножения.

Первое блюдо можно выбрать двумя способами. Для каждого первого блюда можно подобрать второе четырьмя способами. Эти выборы независимы друг от друга, так как каждый осуществляется из своего множества вариантов. Значит, общее число вариантов обеда равно произведению  $2 \cdot 4$ , то есть 8.



## № 728

- В задаче 4 последовательных выбора, каждый из своего множества вариантов. Общее количество различных карнавальных костюмов равно:
- $5 \cdot 6 \cdot 3 \cdot 2 = 180$ .
- О т в е т: 180 различных костюмов.



# № 722

- Выбирая команды для игры, мы не учитываем порядок в паре, так как если первая команда играла со второй, то это одновременно означает, что вторая команда играла с первой.
- Составим таблицу возможных вариантов, отмечая крестиком игру между командами.

Команда 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12

|      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| • 1  | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X |
| • 2  |   | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X |
| • 3  |   |   | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X |
| • 4  |   |   |   | X | X | X | X | X | X | X | X | X |
| • 5  |   |   |   |   | X | X | X | X | X | X | X | X |
| • 6  |   |   |   |   |   | X | X | X | X | X | X | X |
| • 7  |   |   |   |   |   |   | X | X | X | X | X | X |
| • 8  |   |   |   |   |   |   |   | X | X | X | X | X |
| • 9  |   |   |   |   |   |   |   |   | X | X | X | X |
| • 10 |   |   |   |   |   |   |   |   |   | X | X | X |
| • 11 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   | X | X |
| • 12 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   | X |

- Можно просто посчитать количество крестиков, но это не рационально. Заметим, что количество игр представляет собой арифметическую прогрессию  $(a_n)$ , где  $a_1 = 1$ ,  $d = 1$ ,  $n = 11$ .

Значит, нам надо найти  $S_{11}$

$$S_{11} = \frac{2a_1 + d(11-1)}{2} \cdot 11; \quad S_1 = \frac{2+10}{2} \cdot 11 = 66$$

- Это мы посчитали количество игр, проведенных командами на своем поле. Знаем, что такое же игр сыграно на поле противника. Итого – 132 игры.



# № 723

- I способ. Составление таблицы возможных вариантов.

|   | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 2 |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 3 |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 4 |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 5 |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 6 |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 7 |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 8 |   |   |   |   |   |   |   |   |

- $(a_n)$  – арифметическая прогрессия.

- $a_1 = 1, d = 1, n = 7;$   

$$S_7 = \frac{1 + 7}{2} \cdot 7 = 28$$

- Ответ: 28 рукопожатий.

- II способ. Применение комбинаторного правила умножения.

- Каждый человек пожимает руку семи оставшимся. Но так как порядок выбора не имеет значения (если Иванов пожимает руку Петрову, то одновременно и Петров пожимает руку Иванову), то общее число рукопожатий равно  $\frac{8 \cdot 7}{2} = 28$ .

- Ответ: 28 рукопожатий.

