

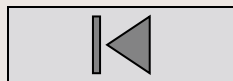
Системы счисления



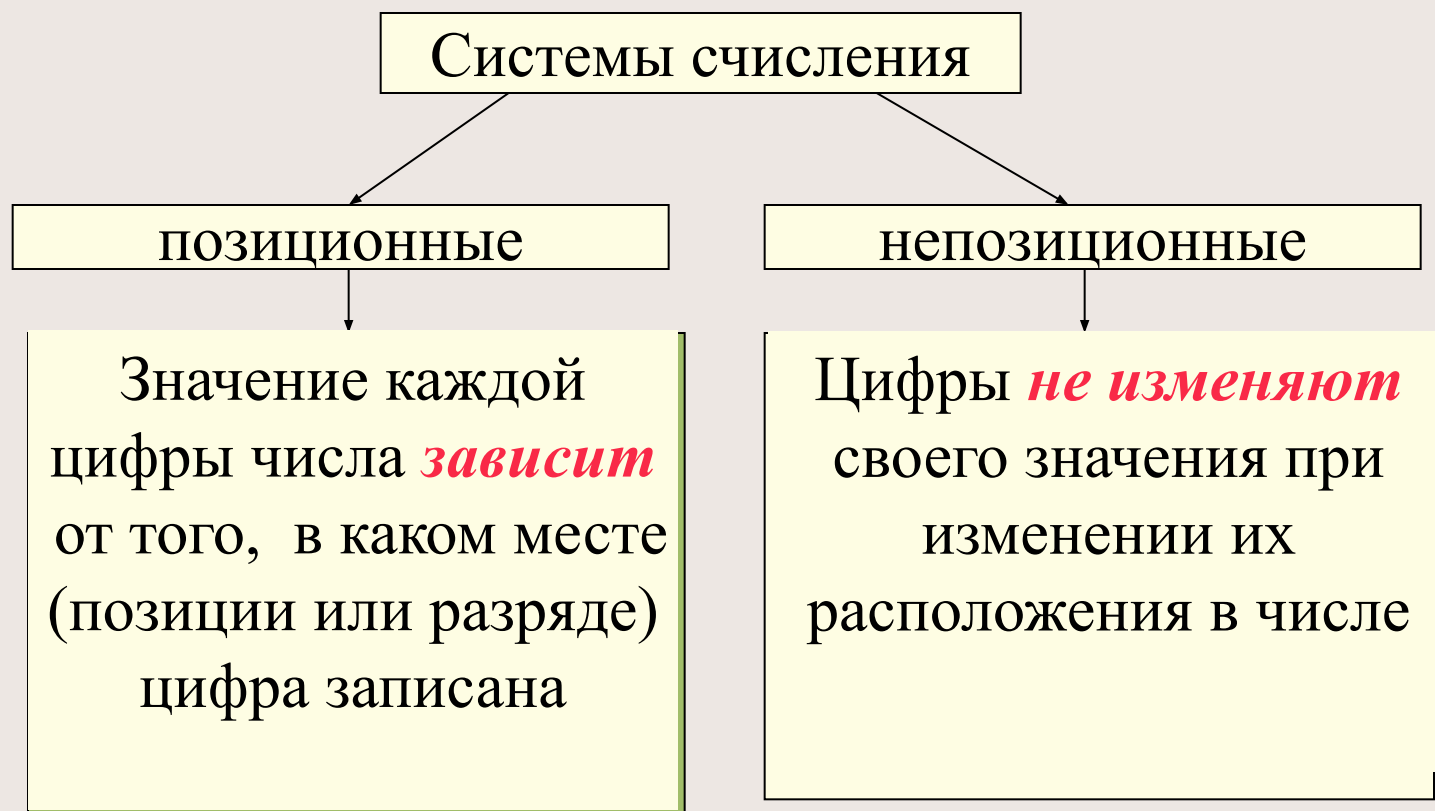
Что такое **система счисления**?

Система счисления – это совокупность правил записи чисел с помощью определенного набора символов.

Для записи чисел могут использоваться не только цифры, но и буквы.

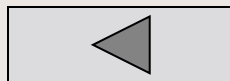
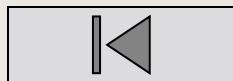


Что такое система счисления?



Десятичная СС

Римская СС



Не позиционные системы счисления

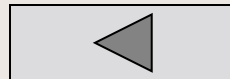
Римская система счисления

- Является непозиционной, т.к. каждый символ обозначает всегда одно и тоже число;
- Цифры обозначаются латинскими буквами:

I, V, X, L, C, D, M

(1, 5, 10, 50, 100, 500, 1000)

Например: XXX – 30; XLI - 41



Позиционные системы счисления

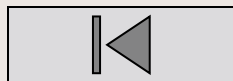
Основание ПСС – это количество цифр, используемое для представления чисел;

Алфавит – набор символов, используемый для обозначения цифр.

- Значение цифры зависит от ее позиции, т.е. одна и та же цифра соответствует разным значениям в зависимости от того, в какой позиции числа она стоит;

Например: 888: 800; 80; 8

- Любое позиционное число можно представить в виде суммы степеней основания системы.

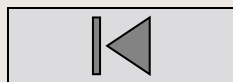


Позиционные системы счисления

Десятичная СС

- Основание системы – число 10;
- Алфавит (10 цифр): 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9;
- Любое десятичное число можно представить в виде суммы степеней числа 10 – основания системы;

$$2345_{10} = 2 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0$$

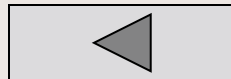


Позиционные системы счисления

Двоичная СС

- Основание системы – 2;
- Алфавит (2 цифры): 0; 1;
- Любое двоичное число можно представить в виде суммы степеней числа 2 – основания системы;

$$10101_2 = 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$$

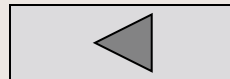


Позиционные системы счисления

Восьмеричная СС

- Основание системы — 8
- Алфавит (8 цифр): 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7
- Любое **восьмеричное** число можно представить **в виде суммы степеней** числа 8 — **основания** системы;

$$2345_8 = 2 \cdot 8^3 + 3 \cdot 8^2 + 4 \cdot 8^1 + 5 \cdot 8^0$$

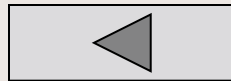
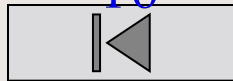


Позиционные системы счисления

Шестнадцатеричная СС

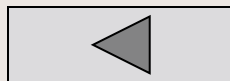
- Основание системы — 16
- Алфавит (16 цифр):
0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F
- Любое шестнадцатеричное число можно представить в виде суммы степеней числа 16 — основания системы;

$$234_{16} = 2 \cdot 16^2 + 3 \cdot 16^1 + 4 \cdot 16^0$$



1. Перевод чисел из любой системы счисления в десятичную.

Для перехода из любой системы счисления в десятичную необходимо число представить в виде суммы степеней основания системы счисления и найти его десятичное значение.

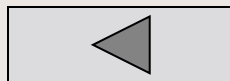
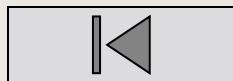


Перевод чисел из двоичной системы счисления в десятичную.

Для перехода из двоичной системы счисления в десятичную необходимо двоичное число представить в виде суммы степеней двойки и найти его десятичное значение.

Пример:

$$11101_2 = 1*2^4 + 1*2^3 + 1*2^2 + 0*2^1 + 1*2^0 = \\ = 16 + 8 + 4 + 0 + 1 = 29_{10}$$



Перевод двоичных чисел в десятичную систему $?_2 \square ?_{10}$

Примеры:

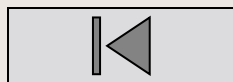
$$10_2 = 1 * 2^1 + 0 * 2^0 = 2 + 0 = 2_{10}$$

$$100_2 = 2^2 = 4$$

$$1000_2 = 2^3 = 8$$

$$10000_2 = 2^4 = 16$$

$$\begin{aligned} 10111_2 &= 2^4 + 2^2 + 2^1 + 2^0 = \\ &= 16 + 4 + 2 + 1 = 23_{10} \end{aligned}$$



Задание № 1:

$$?_2 \square ?_{10}$$

Двоичные числа

1011001,

11110,

11011011 перевести в десятичную систему.

проверка



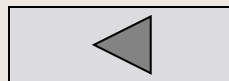
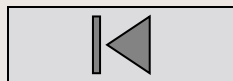
2. Перевод чисел из десятичной системы счисления в любую другую

- Разделить десятичное число на основание системы счисления. Получится частное и остаток.
- Выполнять деление до тех пор, пока последнее частное не станет меньше основания новой системы счисления.
- Записать последнее частное и все остатки в обратном порядке. Полученное число и будет двоичной записью исходного десятичного числа.



2. Перевод чисел из десятичной системы счисления в двоичную.

- Разделить десятичное число на 2. Получится частное и остаток.
- Частное опять разделить на 2. Получится частное и остаток.
- Выполнять деление до тех пор, пока последнее частное не станет меньше 2.
- Записать последнее частное и все остатки в обратном порядке. Полученное число и будет двоичной записью исходного десятичного числа.



Перевод $?_{10} \square ?_2$

Примеры:

$$\begin{array}{r|l} 27 & 2 \\ \hline 1 & 13 \end{array} \begin{array}{r|l} 2 \\ \hline 1 & 6 \end{array} \begin{array}{r|l} 2 \\ \hline 0 & 3 \end{array} \begin{array}{r|l} 2 \\ \hline 1 & 1 \end{array}$$

$$27_{10} = 2$$



Задание № 2:

$?_{10} \square ?_2$

Для десятичных чисел

341; 125; 1024

выполни перевод в двоичную систему
счисления.

проверка



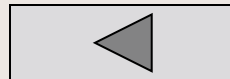
Восьмеричная СС

- Основание системы – 8;
- Содержит 8 цифр: 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7;
- Любое восьмеричное число можно представить в виде суммы степеней числа 8 – основания системы;
- Примеры восьмеричных чисел: 2105; 73461;



Правило перевода из десятичной системы счисления в восьмеричную

- Разделить десятичное число на 8. Получится частное и остаток.
- Частное опять разделить на 8. Получится частное и остаток.
- Выполнять деление до тех пор, пока последнее частное не станет меньше 8.
- Записать последнее частное и все остатки в обратном порядке. Полученное число и будет восьмеричной записью исходного десятичного числа.



Перевод $?_{10} \square ?_8$

$$\begin{array}{r|l} 132 & 8 \\ \hline 4 & 16 & 8 \\ & \hline & 0 & 2 \end{array}$$

$$132_{10} =$$

8



Задание № 3:

$$?_{10} \square ?_8$$

Десятичные числа

421, 5473, 1061

перевести в восьмеричную систему.

проверка



Правило перехода из восьмеричной системы счисления в десятичную.

Для перехода из восьмеричной системы счисления в десятичную необходимо восьмеричное число представить в виде суммы степеней восьмерки и найти ее десятичное значение.

$$215_8 = 2 * 8^2 + 1 * 8^1 + 5 * 8^0 = \\ = 128 + 8 + 5 = 141_{10}$$



Задание № 4:

$$?_8 \square ?_{10}$$

Восьмеричные числа

41, 520, 306

перевести в десятичную систему.

провер
ка



Шестнадцатеричная СС

- Основание системы – 16;
- Содержит 16 цифр: от 0 до 9; A; B; C; D; E; F;
- Любое шестнадцатеричное число можно представить в виде суммы степеней числа 16 – основания системы;
- Примеры шестнадцатеричных чисел: 21AF3; B09D;



Правило перехода из десятичной системы счисления в шестнадцатеричную

- Разделить десятичное число на 16. Получится частное и остаток.
- Частное опять разделить на 16. Получится частное и остаток.
- Выполнять деление до тех пор, пока последнее частное не станет меньше 16.
- Записать последнее частное и все остатки в обратном порядке. Полученное число и будет шестнадцатеричной записью исходного десятичного числа.



Примеры:

$$?_{10} \square ?_{16}$$

335		16
15		20
		4
		1

$$335_{10} = F_{16}$$



Задание № 5:

$$?_{10} \square ?_{16}$$

Десятичные числа

512, 302, 2045

перевести в шестнадцатеричную
систему.

провер

ка



Правило перехода из шестнадцатеричной системы счисления в десятичную.

Для перехода из шестнадцатеричной системы счисления в десятичную необходимо шестнадцатеричное число представить в виде суммы степеней шестнадцати и найти ее десятичное значение.

$$\begin{aligned} A14_{16} &= 10*16^2 + 1*16^1 + 4*16^0 = \\ &= 10*256 + 16 + 4 = 2580_{10} \end{aligned}$$



Задание № 6:

$$?_{16} \square ?_{10}$$

Шестнадцатеричные числа

B5, A28, CD

перевести в десятичную систему.

провер

ка



Связь систем счисления

10-ая	2-ая	8-ая	16-ая
0	0	0	0
1	1	1	1
2	0010	2	2
3	0011	3	3
4	0100	4	4
5	0101	5	5
6	0110	6	6
7	0111	7	7
8	1000		8
9	1001		9
10	1010		A
11	1011		B
12	1100		C
13	1101		D
14	1110		E
возврат	◀	◀	▶

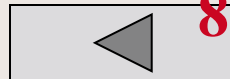
Правило перехода из двоичной системы счисления в восьмеричную

Разбить двоичное число на классы справа
налево по три цифры в каждом.

Заменить каждый класс
соответствующей восьмеричной
цифрой.

$$1110101100_2 = 1110.101100_2$$

1 6 5 4



Задание № 7:

$$?_2 \square ?_8$$

Двоичные числа 10101111, 11001100110
перевести в восьмеричную систему

провер
ка



Правило перехода из восьмеричной системы счисления в двоичную

$$?_8 \square ?_2$$

Каждую восьмеричную цифру заменить
двоичным классом по три цифры в
каждом

$$2571_8 = 10101111001_2$$

таблица



Задание № 8:

$$?_8 \square ?_2$$

Восьмеричные числа 26, 702, 4017
перевести в двоичную систему.

провер
ка



Правило перехода из двоичной системы счисления в шестнадцатеричную

$$?_2 \square ?_{16}$$

Разбить двоичное число на классы справа
налево по четыре цифры в каждом. Заменить
каждый класс соответствующей
шестнадцатеричной цифрой.

$$1101110001101_2 = 1B8D_{16}$$

таблица



Задание № 9:

$?_2 \square ?_{10}$

Двоичные числа 10101111,
11001100110 перевести в
шестнадцатеричную систему

проверка



Правило перехода из шестнадцатеричной системы счисления в двоичную

$$?_{16} \square ?_2$$

Каждую шестнадцатеричную цифру
заменить двоичным классом по четыре
цифры в каждом

$$F54D0_{16} = 1111\ 0101010011010000_2$$

таблица

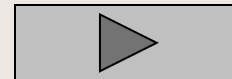
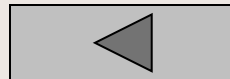


Задание № 10:

$$?_{16} \square ?_2$$

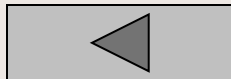
Шестнадцатеричные числа СЗ, В096,
Е38 перевести в двоичную систему.

проверка



Задания для домашней работы

1. Для каждого из чисел: 123_{10} , 456_{10}
выполнить перевод: $10 \rightarrow 2$, $10 \rightarrow 8$, $10 \rightarrow 16$.
2. Для каждого из чисел: 100011_2 , 101001011_2 ,
 1110010001_2 выполнить перевод: $2 \rightarrow 10$, $2 \rightarrow 8$, $2 \rightarrow 16$.
3. Для чисел: 54321_8 , 54525_8 , 777_8 , $1AB_{16}$,
 $A1B_{16}$, $E2E4_{16}$, $E7E5_{16}$ выполнить
соответствующий перевод: $8 \rightarrow 2$, $16 \rightarrow 2$.



Ответы к заданию № 1

$$1011001_2 = 89_{10}$$

$$11110_2 = 30_{10}$$

$$11011011_2 = 219_{10}$$



Ответы к заданию №2

$$341_{10} = 101010101_2$$

$$125_{10} = 1111101_2$$

$$1024_{10} = 1000000000_2$$

$$4095_{10} = 1111111111_2$$



Ответы к заданию №3

$$421_{10} = 645_8$$

$$5473_{10} = 12541_8$$

$$1061_{10} = 2045_8$$



Ответы к заданию №4

$$41_8 = 33_{10}$$

$$520_8 = 336_{10}$$

$$306_8 = 198_{10}$$



Ответы к заданию №5

$$512_{10} = 200_{16}$$

$$302_{10} = 12E_{16}$$

$$2045_{10} = 7FD_{16}$$



Ответы к заданию №6

$$B5_{16} = 181_{10}$$

$$A28_{16} = 2600_{10}$$

$$CD_{16} = 205_{10}$$



Ответы к заданию №7

$$10101111_2 = 257_8$$

$$11001100110_2 = 3146_8$$



Ответы к заданию №8

$$26_8 = 10.110_2$$

$$702_8 = 111.000.010_2$$

$$4017_8 = 100.000.001.111_2$$



Ответы к заданию №9

$$10101111_2 = AF_{16}$$

$$11001100110_2 = 666_{16}$$



Ответы к заданию №10

$$C3_{16} = 1100.0011_2$$

$$B096_{16} = 1011.0000.1001.0110_2$$

$$E38_{16} = 1110.0011.1000_2$$



Связь систем счисления

10-ая	2-ая	8-ая	16-ая
0	0	0	0
1	1	1	1
2	0010	2	2
3	0011	3	3
4	0100	4	4
5	0101	5	5
6	0110	6	6
7	0111	7	7
8	1000		8
9	1001		9
10	1010		A
11	1011		B
12	1100		C
13	1101		D
14	1110		E
возврат	◀	◀	▶

Связь систем счисления

10-ая	2-ая	8-ая	16-ая
0	0	0	0
1	1	1	1
2	0010	2	2
3	0011	3	3
4	0100	4	4
5	0101	5	5
6	0110	6	6
7	0111	7	7
8	1000		8
9	1001		9
10	1010		A
11	1011		B
12	1100		C
13	1101		D
14	1110		E
возврат	◀	◀	▶

Задания для домашней работы

1. Для каждого из чисел: 123_{10} , 456_{10}
выполнить перевод: $10 \rightarrow 2$, $10 \rightarrow 8$, $10 \rightarrow 16$.
2. Для каждого из чисел: 100011_2 , 101001011_2 ,
 1110010001_2 выполнить перевод: $2 \rightarrow 10$, $2 \rightarrow 8$, $2 \rightarrow 16$.
3. Для чисел: 54321_8 , 54525_8 , 777_8 , $1AB_{16}$,
 $A1B_{16}$, $E2E4_{16}$, $E7E5_{16}$ выполнить
соответствующий перевод: $8 \rightarrow 2$, $16 \rightarrow 2$.

