

ДИНАМИКА ТОЧКИ. ЗАКОНЫ ГАЛИЛЕЯ – НЬЮТОНА

*ЛЕКЦИИ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ.
ДИНАМИКА*

ЛЕКЦИЯ 2

ДИНАМИКА

это раздел теоретической механики, в котором устанавливается и изучается связь между движением материальных тел и действующими на них силами

ЗАДАЧИ ДИНАМИКИ

- I. Движение тела задано и требуется найти силы под действием которых это движение происходит.
- II. Силы, действующие на тело, заданы и требуется найти закон движения тела.

ДИНАМИКА



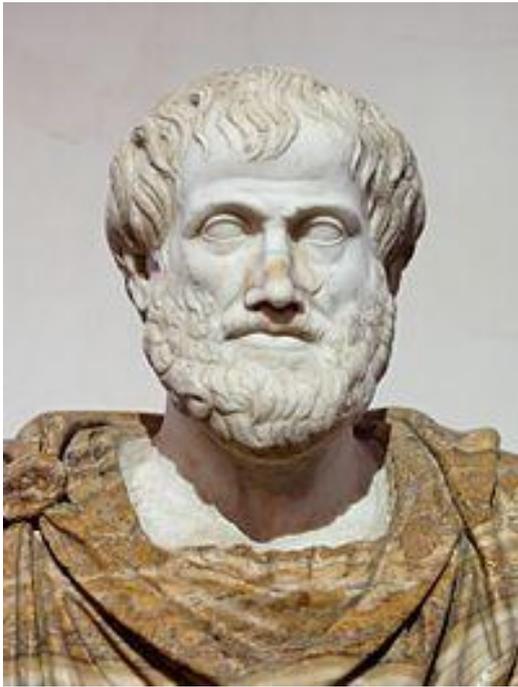
*Динамика
материальной
точки*



*Динамика
механической
системы*

Под материальной точкой подразумевается тело, размерами и различаем в движениях отдельных точек которого можно пренебречь.

ИСТОРИЯ 1 ЗАКОНА НЬЮТОНА



Аристотель

384 до н. э. — 322 до н. э.

- Круговое движение - это самое совершенное движение, присущее только небесному миру.
- Естественное движение- это движение тяжёлого тела вниз к центру Мира, к центру Земли, и лёгкого вверх.
- Все остальные движения на Земле насильственные и могут происходить только под действием внешних сил

«Всё, что находится в движении, движется благодаря воздействию другого»

Нет сил – нет движения

ИСТОРИЯ 1 ЗАКОНА НЬЮТОНА



Галилей

1564 — 1642

Принцип относительности:
«Для предметов, захваченных равномерным движением, это последнее как бы не существует и проявляет своё действие только на вещах, не принимающих в нём участия»

Все процессы в инерциальных системах отсчёта протекают одинаково, независимо от того, неподвижна ли система или она находится в состоянии равномерного и прямолинейного движения

ИСТОРИЯ 1 ЗАКОНА НЬЮТОНА

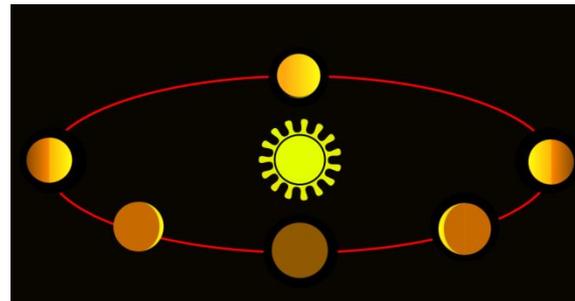


Галилей

1564 — 1642

Принцип инерции:

при отсутствии внешних сил тело либо покоится, либо равномерно движется

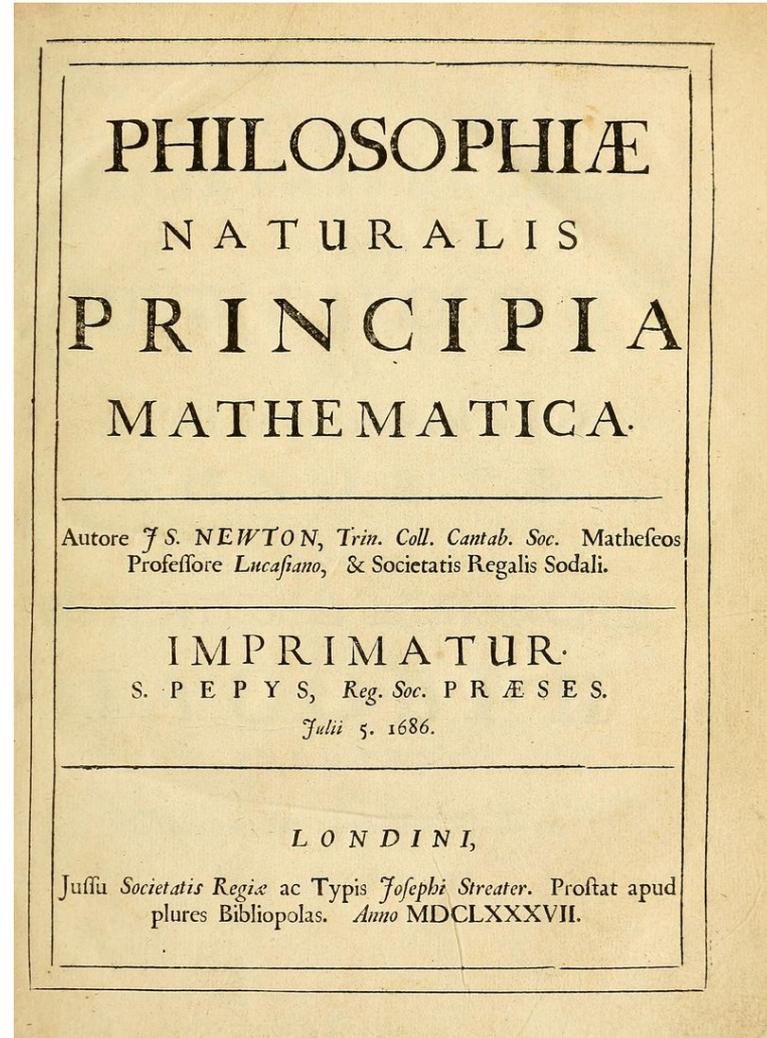


ИСТОРИЯ 1 ЗАКОНА НЬЮТОНА



НЬЮТОН

1643 — 1727



PHILOSOPHIÆ
NATURALIS
PRINCIPIA
MATHEMATICA.

Autore *J*S. NEWTON, *Trin. Coll. Cantab. Soc. Matheseos*
Professore Lucasiano, & Societatis Regalis Sodali.

IMPRIMATUR.
S. PEPYS, *Reg. Soc. PRÆSES.*
Julii 5. 1686.

LONDINI,
Jussu Societatis Regiæ ac Typis Josephi Streater. Prostat apud
plures Bibliopolas. Anno MDCLXXXVII.

ИСТОРИЯ 1 ЗАКОНА НЬЮТОНА

1 ЗАКОН НЬЮТОНА

«Всякое тело продолжает удерживаться в состоянии покоя или равномерного и прямолинейного движения, пока и поскольку оно не понуждается приложенными силами изменить это состояние»

Существуют такие системы отсчёта, называемые инерциальными, относительно которых материальные точки, когда на них не действуют никакие силы, находятся в состоянии покоя или равномерного прямолинейного движения

МАССА

Масса является мерой инертности материальной точки (и тела при поступательном движении)



инертная

$$\overset{\boxtimes}{a} = \overset{\boxtimes}{F} / m$$



гравитационная

$$F = \gamma \frac{mM}{R^2}$$

2 ЗАКОН НЬЮТОНА

«Изменение количества движения пропорционально приложенной движущей силе и происходит по направлению той прямой, по которой эта сила действует»

В инерциальных системах отсчёта ускорение, приобретаемое материальной точкой, прямо пропорционально вызывающей его силе, совпадает с ней по направлению и обратно пропорционально массе материальной точки

$$\vec{a} = \vec{F} / m$$

$$m\vec{a} = \vec{F}$$

$$m\vec{a} = \sum_{k=1}^n \vec{F}_k = \vec{F}$$

2 ЗАКОН НЬЮТОНА В ДЕКАРТОВОЙ СИСТЕМЕ ОТСЧЕТА

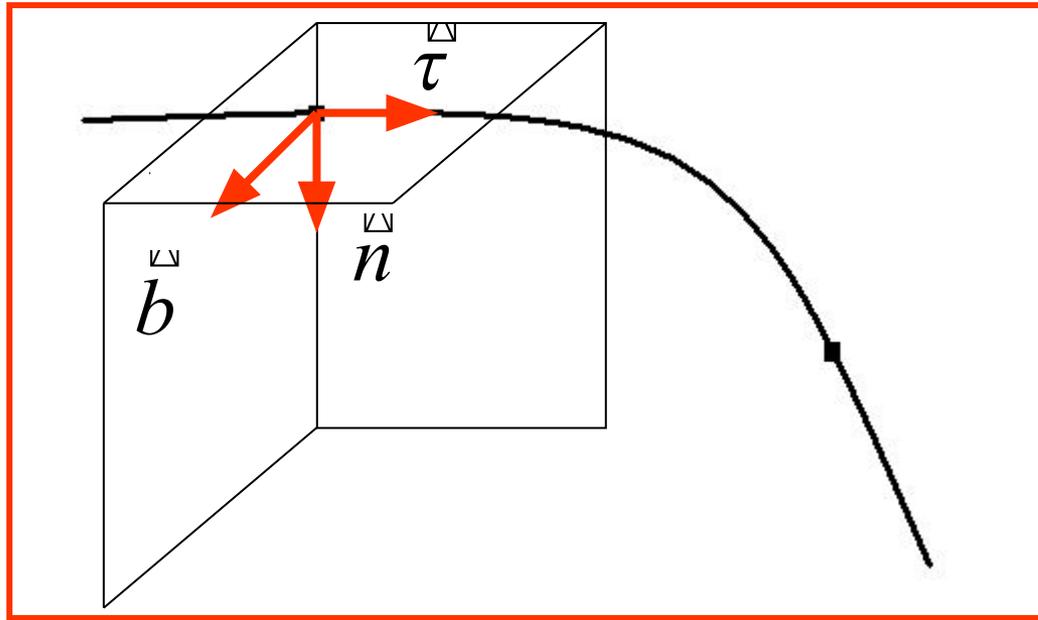
$$m\vec{a} = \sum_{k=1}^n \vec{F}_k = \vec{F}$$

$$ma_x = F_x, \quad ma_y = F_y, \quad ma_z = F_z$$

$$a_x = \frac{F_x}{m}, \quad a_y = \frac{F_y}{m}, \quad a_z = \frac{F_z}{m}$$

$$m\frac{F_x}{m} = F_x, \quad m\frac{F_y}{m} = F_y, \quad m\frac{F_z}{m} = F_z$$

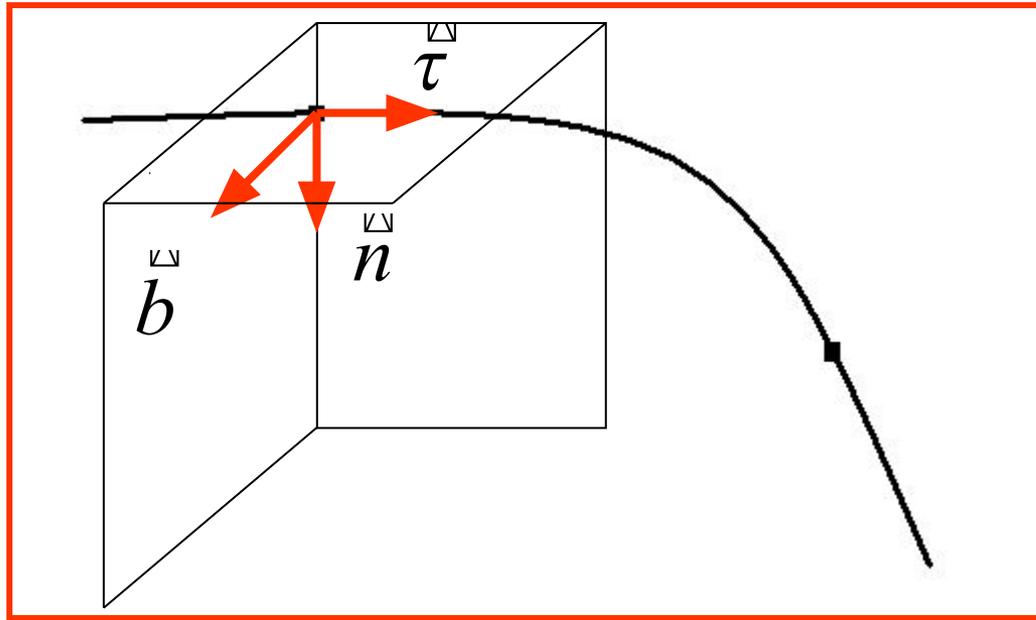
2 ЗАКОН НЬЮТОНА В ЕСТЕСТВЕННОЙ СИСТЕМЕ ОТСЧЕТА



$$\vec{a} = a_{\tau} \vec{\tau} + a_n \vec{n} + a_b \vec{b}$$

$$a_{\tau} = \frac{dv}{dt} \quad a_n = \frac{v^2}{\rho} \quad a_b = 0$$

2 ЗАКОН НЬЮТОНА В ЕСТЕСТВЕННОЙ СИСТЕМЕ ОТСЧЕТА



$$\vec{F} = F_\tau \vec{\tau} + F_n \vec{n} + F_b \vec{b}$$

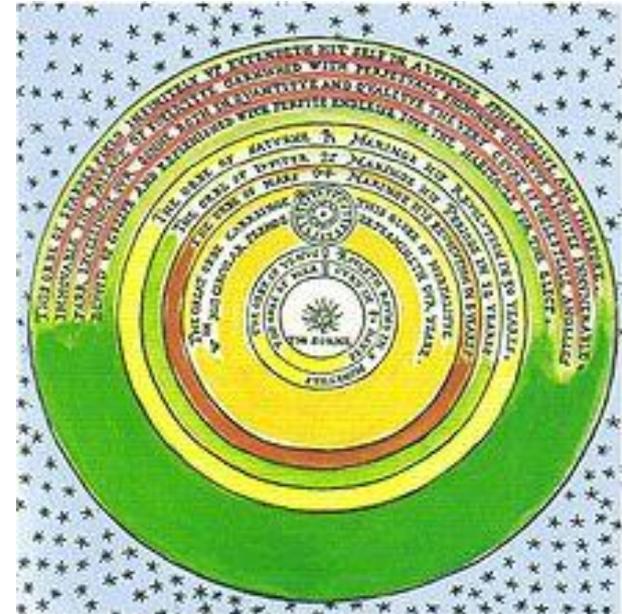
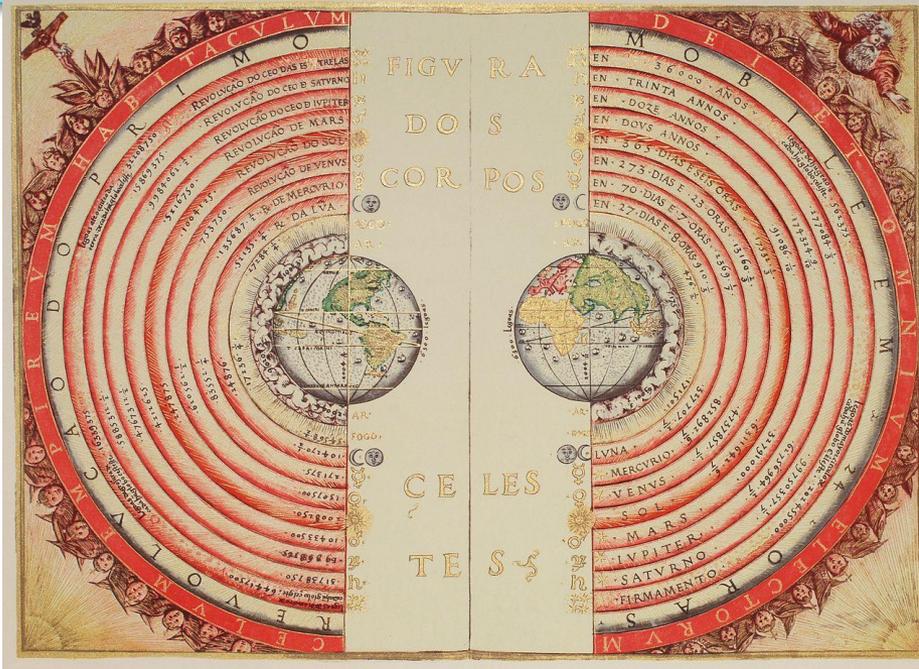
$$F_\tau = ma_\tau = m\dot{v}$$

$$F_n = ma_n = mv^2 / \rho$$

$$F_b = 0$$

СИСТЕМЫ ОТСЧЕТА

Геоцентрическая система отсчета — система отсчета, связанная с Землей.



Гелиоцентрическая система отсчета — система отсчета, связанная с Солнцем, причем оси координат направлены к неподвижным звездам

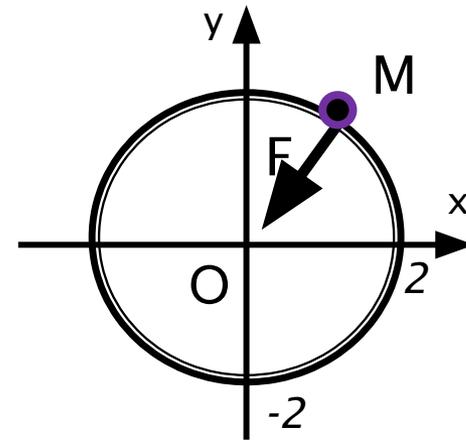
ПРИМЕР РЕШЕНИЯ 1 ЗАДАЧИ ДИНАМИКИ

Точка массой m движется в плоскости x, y по закону $x=2\sin((\pi/6)t)$,
 $y=2\cos((\pi/6)t)$. Найти силу, под действием которой происходит это движение.

$$\ddot{x} = -\frac{\pi^2}{18} \sin\left(\frac{\pi}{6}t\right), \quad \ddot{y} = -\frac{\pi^2}{18} \cos\left(\frac{\pi}{6}t\right)$$

$$F_x = -\frac{m\pi^2}{18} \sin\left(\frac{\pi}{6}t\right),$$

$$F_y = -\frac{m\pi^2}{18} \cos\left(\frac{\pi}{6}t\right)$$



$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \frac{m\pi^2}{18} = \text{const}$$

РЕШЕНИЕ 2 ЗАДАЧИ ДИНАМИКИ

$$m\ddot{x} = F_x(t, x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}) \quad x = x(t, C_1, \dots, C_6)$$

$$m\ddot{y} = F_y(t, x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}) \quad y = y(t, C_1, \dots, C_6)$$

$$m\ddot{z} = F_z(t, x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}) \quad z = z(t, C_1, \dots, C_6)$$

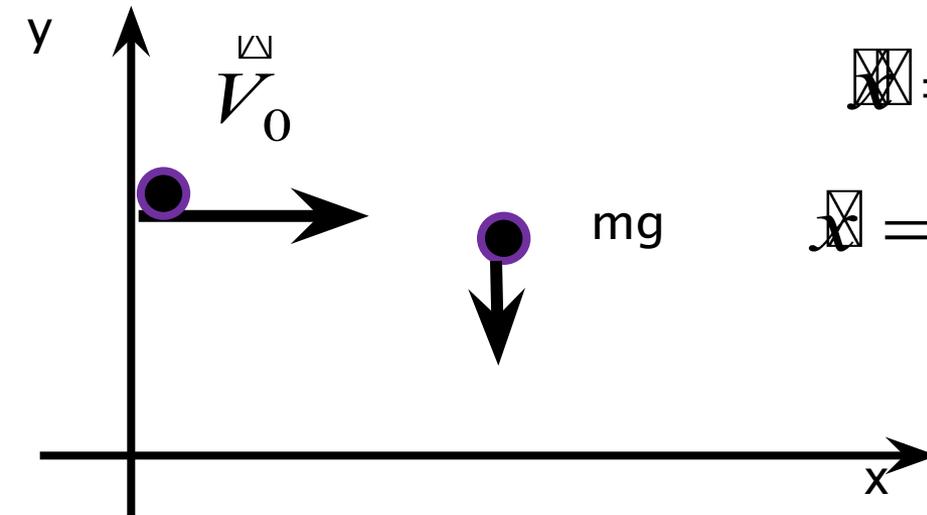
Постоянные C_1, \dots, C_6 находятся из начальных условий

В качестве начальных условий следует задать положение и скорость материальной точки в начальный момент времени.

РЕШЕНИЕ 2 ЗАДАЧИ ДИНАМИКИ

Самолет летит на высоте 400м со скоростью 200 м/с. Найти закон движения груза, сброшенного с самолета. Сопротивлением воздуха пренебречь.

Рассмотрим движение груза, считая его материальной точкой



$$m\ddot{x} = 0, \quad m\ddot{y} = -mg$$

$$\ddot{x} = 0, \quad \ddot{y} = -g$$

$$\dot{x} = C_1, \quad \dot{y} = -gt + C_2$$

$$x = C_1t + C_3$$

$$y = -g\frac{t^2}{2} + C_2t + C_4$$

РЕШЕНИЕ 2 ЗАДАЧИ ДИНАМИКИ

При $t = 0$

$$x = 0, \quad y = 400$$

$$\dot{x} = 200, \quad \dot{y} = 0$$

$$C_1 = 200 \quad C_2 = 0 \quad C_3 = 0 \quad C_4 = 400$$

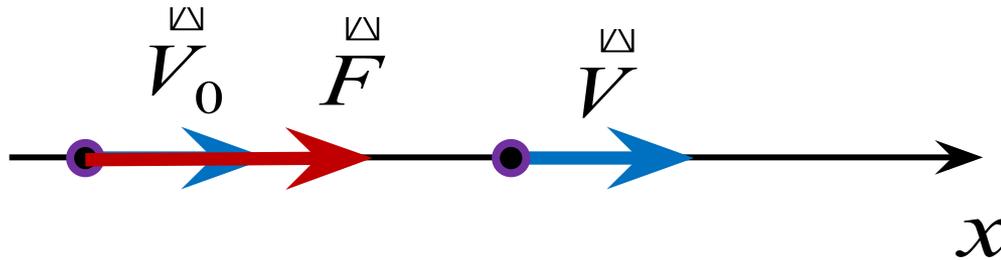
Закон движения груза:

$$x = 200t$$

$$y = -g \frac{t^2}{2} + 400$$

ПРЯМОЛИНЕЙНОЕ ДВИЖЕНИЕ

Точка будет совершать прямолинейное движение, если действующая на неё сила будет параллельна начальной скорости.



ПРЯМОЛИНЕЙНОЕ ДВИЖЕНИЕ

1. Сила зависит от времени $\vec{F} = \vec{F}(t)$

$$m\vec{a} = F_x(t) \quad \frac{d\vec{x}}{dt} = \frac{1}{m} F_x(t)$$

$$\vec{x} = \frac{1}{m} \int F_x(t) dt + C_1$$

$$x = \frac{1}{m} \int \left[\int F_x(t) dt \right] dt + C_1 t + C_2$$

ПРЯМОЛИНЕЙНОЕ ДВИЖЕНИЕ

2. Сила зависит от скорости

$$\overline{F} = \overline{F}(V)$$

$$m \overline{a} = F_x(V) \quad \overline{a} = \frac{dV}{dt}$$

$$m \frac{dV}{dt} = F_x(V) \quad dt = m \frac{dV}{F_x(V)}$$

$$t = m \int \frac{dV}{F_x(V)} + C_1, \quad t = \Phi(V, C_1)$$

ПРЯМОЛИНЕЙНОЕ ДВИЖЕНИЕ

3. Сила зависит от координаты $\overline{F} = \overline{F}(x)$

$$m\overline{a} = F_x(x) \quad \overline{a} = \frac{dV}{dt} = \frac{dV}{dx} \frac{dx}{dt} = V \frac{dV}{dx}$$

$$VdV = \frac{1}{m} F_x(x) dx$$

$$V^2 = \frac{2}{m} \int F_x(x) dx + C_1$$

$$V = \sqrt{\frac{2}{m} \int F_x(x) dx + C_1}$$

ПРЯМОЛИНЕЙНОЕ ДВИЖЕНИЕ

3. Сила зависит от координаты

$$\vec{F} = \vec{F}(x)$$

$$\frac{dx}{dt} = \pm \sqrt{\frac{2}{m} \int F_x dx + C_1}, \quad dt = \pm \frac{dx}{\sqrt{\frac{2}{m} \int F_x dx + C_1}}$$

$$t = \pm \int \frac{dx}{\sqrt{\frac{2}{m} \int F_x dx + C_1}} + C_2$$