

Решение СЛАУ методом Гаусса

Тема урока



Иоганн Карл Фридрих Гаусс

(30 апреля 1777, Брауншвейг — 23 февраля 1855, Гёттинген)

Имя Гаусса известно почти во всех областях математики, а также в геодезии, астрономии, механике. За глубину и оригинальность мысли, за требовательность к себе и гениальность ученый и получил звание «король математиков».

Метод решения системных уравнений, открытый ученым, был назван методом Гаусса. Метод состоит в последовательном исключении переменных до приведения уравнения к ступенчатому виду. Решение методом Гаусса считается классическим и активно используется и сейчас.

Память о Гауссе навсегда осталась в математических и физических терминах (метод Гаусса, дискриминанты Гаусса, прямая Гаусса, Гаусс – единица измерения магнитной индукции и др.). Имя Гаусса носит лунный кратер, вулкан в Антарктиде и малая планета.



Метод Гаусса

Метод Гаусса — классический метод решения системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ).

Это метод последовательного исключения переменных, когда с помощью элементарных преобразований система уравнений приводится к равносильной системе ступенчатого (или треугольного) вида, из которого последовательно, начиная с последних (по номеру) переменных, находятся все остальные переменные.

Пример.

Решить СЛАУ методом Гаусса:

$$\begin{cases} 3x + 2y - 5z = -1 \\ 2x - y + 3z = 13 \\ x + 2y - z = 9 \end{cases}$$

Запишем расширенную матрицу системы, составленную из коэффициентов системы и свободных слагаемых.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 2 & -5 & -1 \\ 2 & -1 & 3 & 13 \\ 1 & 2 & -1 & 9 \end{array} \right)$$

С помощью элементарных преобразований
сведем расширенную матрицу к подобной
матрице ступенчатого вида:

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & -5 & | & -1 \\ 2 & -1 & 3 & | & 13 \\ 1 & 2 & -1 & | & 9 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & | & 9 \\ 2 & -1 & 3 & | & 13 \\ 3 & 2 & -5 & | & -1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & | & 9 \\ 0 & -5 & 5 & | & -5 \\ 0 & -4 & -2 & | & -28 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & | & 9 \\ 0 & 1 & -1 & | & 1 \\ 0 & 2 & 1 & | & 14 \end{pmatrix} \rightarrow$$
$$\rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & | & 9 \\ 0 & 1 & -1 & | & 1 \\ 0 & 0 & 3 & | & 12 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & | & 9 \\ 0 & 1 & -1 & | & 1 \\ 0 & 0 & 1 & | & 4 \end{pmatrix}$$

**Получаем систему линейных уравнений,
эквивалентную исходной системе
уравнений.**

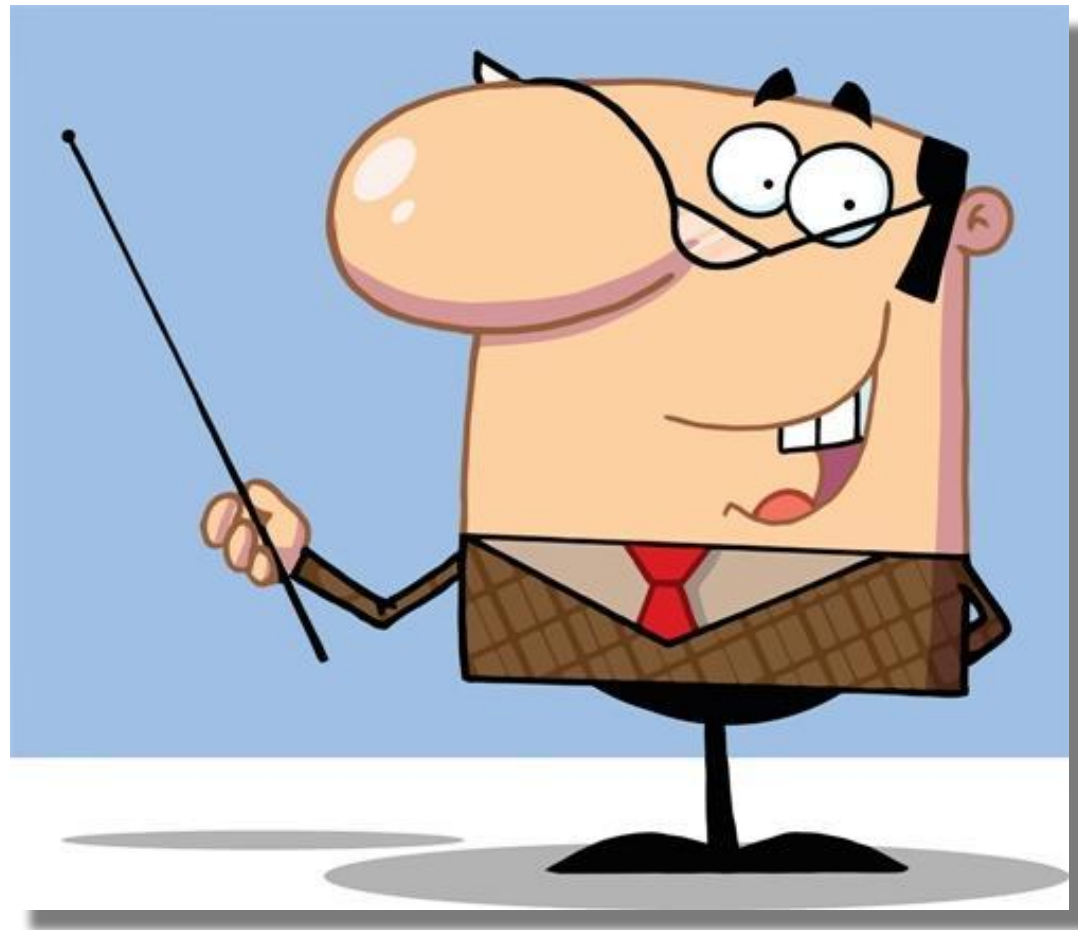
$$\begin{cases} x + 2y - z = 9 \\ y - z = 1 \\ z = 4 \end{cases}$$

Ответ: $x = 3, y = 5, z = 4$



Ощутим свежее
дыхание моря...■

ВОЗВРАЩАЕМСЯ К УРОКУ!



Самостоятельная работа

1 вариант

Решить СЛАУ
методом Гаусса:

$$\begin{cases} 2x + 3y + 2z = 5 \\ 5x + y + 4z = 1 \\ x + 6y + 7z = 0 \end{cases}$$

2 вариант

Решить СЛАУ
методом Гаусса:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ 5x_1 + x_2 - x_3 = -5 \\ -2x_1 + x_2 - 2x_3 = 1 \end{cases}$$

Домашнее задание

Решить СЛАУ:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 5, \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 = -3, \\ 7x_1 + x_2 - x_3 = 10. \end{cases}$$

Итоги урока

- анализ ответов;
- оценка результатов работы.

